

Bài 4. Hàm số và đồ thị

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI**Câu 1.** Cho hàm số $f(x) = \tan 2x - 1$. Khi đó:*a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{8}$ bằng 0*b) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{3}$ bằng $-\sqrt{3} - 1$ c) Có ba giá trị x thuộc $[0; \pi]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2 .

*d) Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) b) Ta có:

$$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \tan\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(2 \cdot \frac{\pi}{3}\right) - 1 = -\sqrt{3} - 1$$

c) Ta có: $f(x) = -2 \Leftrightarrow \tan 2x - 1 = -2 \Leftrightarrow \tan 2x = -1$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in [0; \pi]$ nên $x \in \left\{\frac{3\pi}{8}; \frac{7\pi}{8}\right\}$ (khi đó $k=1; k=2$).d) Tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.Với mọi $x \in D$, ta có: $x \pm \frac{\pi}{2} \in D$ và

$$f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1 = \tan(2x + \pi) - 1 = \tan 2x - 1 = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$. Khi đó;*a) Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$ b) $f(-\pi) = -f(\pi)$ *c) $f(-x) = f(x)$

*d) Hàm số đã cho là hàm số chẵn

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D$, ta có:

$$-x \in D \text{ và } f(-x) = \sin^2(-x) + \cos(-x) - 1 = \sin^2 x + \cos x - 1 = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \tan x - x$. Khi đó:

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

*a) Tập xác định của hàm số:

b) $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

*c) $f(-x) = -f(x)$

d) Hàm số đối xứng với nhau qua trục Oy

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và $f(-x) = \tan(-x) - (-x) = -\tan x + x = -(\tan x - x) = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = |x| \sin x$. Khi đó:

a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

*b) $f(-\pi) = -f(\pi)$

*c) Hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$

*d) $f(-x) = -f(x)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$, ta có: $-x \in D$ và $f(-x) = |-x| \sin(-x) = -|x| \sin x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \tan x + |x^3 - 3x|$. Khi đó:

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

*a) Tập xác định của hàm số:

b) $f(-\pi) = -f(\pi)$.

c) Hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$

*d) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

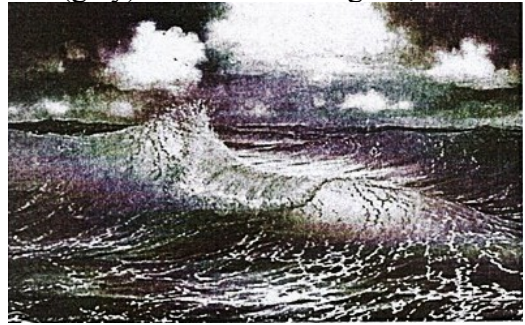
Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Với mọi $x \in D$, ta có:

$$-x \in D \text{ và } f(-x) = \tan(-x) + |(-x)^3 - 3(-x)| = -\tan x + |x^3 - 3x| = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 6. Chiều cao so với mực nước biển trung bình tại thời điểm t (giây) của mỗi con sóng được cho bởi hàm số



$$h(t) = 75 \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right), \text{ trong đó } h(t) \text{ được tính bằng centimét.}$$

- *a) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 5 giây bằng $69,3(cm)$
 - *b) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 20 giây bằng $75(cm)$
 - c) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 6 giây
 - d) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 18 giây
- (Tất cả kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Khi $t=5$, ta có:
$$h(5) = 75 \sin\left(\frac{\pi \cdot 5}{8}\right) \approx 69,3(cm)$$

b) Khi $t=20$, ta có:
$$h(20) = 75 \sin\left(\frac{\pi \cdot 20}{8}\right) = 75(cm)$$

c) d) Ta có:
$$\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right) \leq 1 \Rightarrow 75 \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right) \leq 75 \text{ hay } h(t) \leq 75$$

Giá trị lớn nhất của $h(t)$ là 75, khi đó
$$\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right) = 1 \Rightarrow \frac{\pi t}{8} = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow t = 4 + 16k (k \in \mathbb{Z})$$
 . Vì $t \in [0; 30] \Rightarrow t \in \{4; 20\}$ (ứng với k bằng 0 và 1).

Vậy tại các thời điểm 4 giây hoặc 20 giây (trong 30 giây đầu tiên) thì con sóng đạt chiều cao cực đại (là $75cm$).

Câu 7. Tìm được tập giá trị các hàm số sau trên tập xác định của chúng:

- *a) Hàm số $y = 3 \sin x$ có tập giá trị là $T = [-3; 3]$.
- *b) Hàm số $y = 2 \cos x - 1$ có tập giá trị là $T = [-3; 1]$.
- *c) Hàm số $y = 2030 - 4 \cos x$ có tập giá trị là $T = [2026; 2034]$.
- d) Hàm số $y = \sin^2 x + 4 \sin x - 1$ có tập giá trị là $T = [-3; 3]$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3 \sin x \leq 3 \Rightarrow -3 \leq y \leq 3$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-3; 3]$.

b) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2 \cos x \leq 2 \Rightarrow -2 - 1 \leq 2 \cos x - 1 \leq 2 - 1 \Rightarrow -3 \leq y \leq 1$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-3; 1]$.

c) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 4 \geq -4 \cos x \geq -4$
 $\Rightarrow 4 + 2030 \geq -4 \cos x + 2030 \geq -4 + 2030 \Rightarrow 2034 \geq y \geq 2026$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [2026; 2034]$.

d) Ta có: $y = \sin^2 x + 4 \sin x - 1 = \sin^2 x + 4 \sin x + 4 - 5 = (\sin x + 2)^2 - 5$.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq \sin x + 2 \leq 3$

$\Rightarrow 1^2 \leq (\sin x + 2)^2 \leq 3^2 \Rightarrow 1^2 - 5 \leq (\sin x + 2)^2 - 5 \leq 3^2 - 5 \Rightarrow -4 \leq y \leq 4$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-4; 4]$.

Câu 8. Cho các hàm số sau $f(x) = 2|\cos x|$; $g(x) = 1 - 3\sin^2 x$. Khi đó:

*a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 2

*b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 0

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng 2

*d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ bằng -2

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) b) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq |\cos x| \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 2|\cos x| \leq 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2, khi đó $\cos x = \pm 1 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0, khi đó $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) d) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \geq -3\sin^2 x \geq -3 \Rightarrow 1 \geq 1 - 3\sin^2 x \geq -2$ hay $-2 \leq g(x) \leq 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1, khi đó $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -2, khi đó $\sin x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 9. Cho các hàm số sau $f(x) = \sin x$ và $g(x) = \cos x$. Khi đó:

*a) Hàm số $f(x) = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

*b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right)$.

*c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.

d) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{25\pi}{6}; \frac{13\pi}{3}\right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Hàm số $f(x) = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Vì $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right) \subset \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right)$.

b) Hàm số $g(x) = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.

Vì $\frac{25\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 4\pi, \frac{13\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 4\pi$, đồng thời $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right) \subset \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên hàm số $g(x) = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$, suy ra hàm số cũng nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{25\pi}{6}; \frac{13\pi}{3}\right)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + 1$ và $g(x) = \sin x + \tan x$. Khi đó:

*a) Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R}$.

*b) Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.

c) Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

d) Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) b) Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm 2\pi \in D$ và $f(x + 2\pi) = 2\cos(x + 2\pi) + 1 = 2\cos x + 1 = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$$

c) d) Tập xác định hàm số:

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm 2\pi \in D$ và $f(x + 2\pi) = \sin(x + 2\pi) + \tan(x + 2\pi) = \sin x + \tan x = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \tan x$ và $g(x) = \cot^2 x - \frac{\sin 2x}{2}$. Khi đó:

*a) Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

b) Hàm số $f(x)$ là hàm không tuần hoàn.

*c) Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

*d) Hàm số $g(x)$ là hàm tuần hoàn.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$$

a) b) Tập xác định hàm số:

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm \pi \in D$ và $f(x + \pi) = \tan(x + \pi) = \tan x = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

c) d) Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm \pi \in D$ và

$$f(x + \pi) = \cot^2(x + \pi) - \frac{\sin 2(x + \pi)}{2} = \cot^2 x - \frac{\sin 2x}{2} = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3\cos x$ và $g(x) = \sin x + \cos x$. Khi đó:

- *a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5
- *b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$
- *d) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) b) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3\cos x \leq 3 \Rightarrow -1 \leq 2 + 3\cos x \leq 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5, khi đó $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1, khi đó $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) d) Ta có:

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có:

$$-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\sqrt{2}$, khi đó $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-\sqrt{2}$, khi đó $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2 - \sin x}$ và $g(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 2$. Khi đó:

- *a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng $\sqrt{3}$
- *b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 1
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng 4
- *d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ bằng 0

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) b) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \geq -\sin x \geq -1 \Rightarrow 3 \geq 2 - \sin x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{3} \geq \sqrt{2 - \sin x} \geq 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\sqrt{3}$, khi đó $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 1, khi đó $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) d) Ta có:

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x + 2 = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x \right) + 2 = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2$$

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có:

$$-1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 2 \leq 4.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4, khi đó $\sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 1$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0, khi đó $\sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = -1$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 14. Tìm được tập xác định của hàm số. Khi đó:

*a) Hàm số $y = \cot \left(3x - \frac{\pi}{4} \right)$ xác định khi $x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

b) Hàm số $y = \sqrt{\sin x - 1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

*c) Hàm số $y = \frac{\sin x}{2 - \cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

*d) Hàm số $y = \tan 2x + \cot 2x$ xác định khi $\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{4} \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

Vậy tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

b) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \geq 1 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Vậy tập xác định của hàm số: $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

c) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 2$ (đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$).

Vậy tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

d) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x \neq l\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x \neq l\frac{\pi}{2} \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; l\frac{\pi}{2} \mid k, l \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 15. Cho các hàm số $f(x) = \sqrt{3 - 2\sin x}$; và $g(x) = \tan \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \cos x$, khi đó:

*a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là: $D = \mathbb{R}$.

*b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm tuần hoàn.

c) Hàm số $g(x)$ xác định khi $x \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm không tuần hoàn.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) b) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 3 - 2\sin x \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \leq \frac{3}{2}$ (đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$).

Vì vậy tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm 2\pi \in D$ và $f(x+2\pi) = \sqrt{3 - 2\sin(x+2\pi)} = \sqrt{3 - 2\sin x} = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

c) d) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} \neq 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vì vậy tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Với mọi $x \in D$ thì $x \pm 2\pi \in D$ và

$$\begin{aligned} f(x+2\pi) &= \tan \frac{x+2\pi}{2} - \frac{1}{3} \cos(x+2\pi) \\ &= \tan \left(\frac{x}{2} + \pi \right) - \frac{1}{3} \cos x = \tan \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \cos x = f(x). \end{aligned}$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

Câu 16. Cho các hàm số sau: $f(x) = \sqrt{5 - 3\sin^2 x}$; $g(x) = \tan x - x \cos x$. Khi đó:

*a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

*c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

*d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) b) Tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = \sqrt{5 - 3\sin^2(-x)} = \sqrt{5 - 3\sin^2 x} = f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

c) d) Tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Với mọi $x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = \tan(-x) - (-x) \cos(-x) = -\tan x + x \cos x = -f(x)$.

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Câu 17. Cho các hàm số sau: $f(x) = 2\cos 3x - 1$; $g(x) = |2\sin x + 2| + |2\sin x - 2|$. Khi đó:

*a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

*b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số chẵn.

*c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) b) Xét $y = f(x) = 2 \cos 3x - 1$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ suy ra $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

Ta có: $f(-x) = 2 \cos(-3x) - 1 = 2 \cos 3x - 1 = f(x)$

Do đó hàm số đã cho là hàm số chẵn.

c) d) Xét $y = f(x) = |2 \sin x + 2| + |2 \sin x - 2|$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ suy ra $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

Ta có: $f(-x) = 2\sin(-x) + 2 = -2\sin x + 2$
 $= -2\sin x + 2 = 2\sin x + 2 = f(x)$

Do đó hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 18. Cho các hàm số sau: $f(x) = 3\sin^3 x$; $g(x) = -5\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$. Khi đó:

***a)** Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số chẵn.

***c)** Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) b) Xét $y = f(x) = 3\sin^3 x$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ suy ra $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

Ta có: $f(-x) = 3\sin^3(-x) = -3\sin^3 x = -f(x)$

Do đó hàm số đã cho là hàm số lẻ.

$$y = f(x) = -5 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

c) d) Xét

Tập xác định $D = \mathbb{R}$ suy ra $\forall x \in D$ thì $-x \in D$.

$$\left\{ \begin{array}{l} f\left(-\frac{\pi}{12}\right) = -5 \cos\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -5 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-5\sqrt{3}}{2} \\ f\left(\frac{\pi}{12}\right) = -5 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -5 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f\left(-\frac{\pi}{12}\right) \neq f\left(\frac{\pi}{12}\right) \\ f\left(-\frac{\pi}{12}\right) \neq -f\left(\frac{\pi}{12}\right) \end{array} \right.$$

Ta có

Do đó hàm số đã cho không chẵn, không lẻ.

Câu 19. Tìm được tập xác định các hàm số sau. Khi đó:

*a) Hàm số $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ xác định $\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0$

*b) Hàm số $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

*c) Hàm số $y = \cot\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ xác định $x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

d) Hàm số $y = \frac{\cot x}{\sqrt{3} \tan x - 3}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Hàm số $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ xác định $\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0$

$$\Leftrightarrow x - \frac{\pi}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq \pi + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

b) Hàm số $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ xác định $\Leftrightarrow \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

c) Hàm số $y = \cot\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ xác định $\Leftrightarrow 3x - \frac{\pi}{4} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Vậy tập xác định của hàm số:

d) Hàm số $y = \frac{\cot x}{\sqrt{3} \tan x - 3}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \sqrt{3} \tan x - 3 \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ \tan x \neq \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}.$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Vậy tập xác định của hàm số:

Câu 20. Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Khi đó:

*a) Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ có tập xác định là: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

*b) Hàm số $y = \frac{1}{\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1}$ xác định khi: $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq -1$

*c) Hàm số $y = \frac{\tan x + 2}{3 \sin x} + 1$ có tập xác định là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

d) Hàm số $y = \frac{3}{\sin^4 x - \cos^4 x}$ xác định khi: $\sin 2x \neq 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Hàm số xác định khi: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

b) Hàm số xác định khi:

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq -1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq \pi + k2\pi,$$

$$\Leftrightarrow 2x \neq \frac{4\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{2\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là

c) $y = \frac{\tan x + 2}{3 \sin x} + 1$

Hàm số xác định khi $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là

d) $y = \frac{3}{\sin^4 x - \cos^4 x}$

Hàm số xác định khi: $\sin^4 x - \cos^4 x \neq 0 \Leftrightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) \neq 0$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \Leftrightarrow -\cos 2x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là

Câu 21. Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Khi đó:

*a) Hàm số $y = \tan x + \cot 2x$ xác định khi $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases}$

*b) Hàm số $y = \sqrt{\pi - \cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

*c) Hàm số $y = \sqrt{4 - \sin^2 x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

d) Hàm số $y = \sqrt{\sin x - 1} + \sqrt{\cos x - 1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) $y = \tan x + \cot 2x$

$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k\frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$$

Hàm số xác định khi

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là

b) $y = \sqrt{\pi - \cos x}$

Hàm số xác định khi $\pi - \cos x \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \leq \pi \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

c) $y = \sqrt{4 - \sin^2 x}$

Hàm số xác định khi $4 - \sin^2 x \geq 0 \Leftrightarrow \sin^2 x < 4 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$ (vì ta có $0 \leq \sin^2 x \leq 1 < 4, \forall x \in \mathbb{R}$).

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

d) $y = \sqrt{\sin x - 1} + \sqrt{\cos x - 1}$

Hàm số xác định khi $\begin{cases} \sin x - 1 \geq 0 \\ \cos x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \geq 1 \\ \cos x \geq 1 \end{cases}$

Ta có : $\begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{cases}$

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 1 \end{cases}$ vô lý (vì $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ nên $\sin x, \cos x$ không thể đồng thời bằng 1).

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \emptyset$.

Câu 22. Cho hàm số $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$, khi đó:

*a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

*b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2

*c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4

*d) Tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

$$y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Ta có: hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$-1 \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 1 \geq -\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq -1 \Leftrightarrow 4 \geq 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 2 \Leftrightarrow 4 \geq y \geq 2$$

Vậy giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$.

Câu 23. Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Khi đó:

*a) Hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ xác định khi: $x \neq \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

*b) Hàm số $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ xác định khi: $\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) Hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

d) Hàm số $y = \frac{\tan 3x}{\cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Hàm số xác định

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow 2x \neq \frac{2\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}.$$

b) Hàm số xác định $\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

c) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

d) Hàm số xác định

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

---HẾT---