

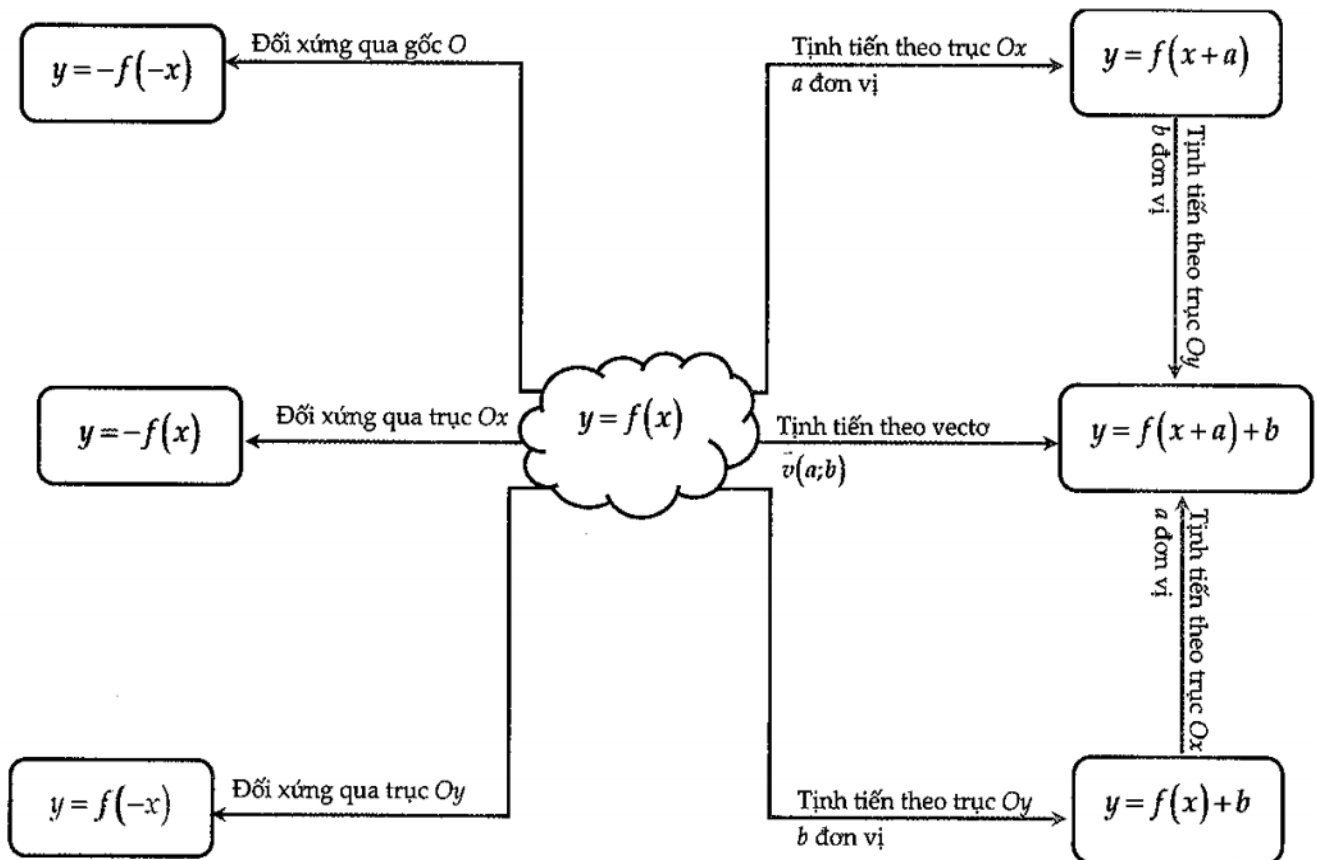
CHỦ ĐỀ 2

ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ TRỊ TUYỆT ĐỐI

I. Biến đổi đồ thị

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Khi đó, với số $a > 0$ ta có:

- Hàm số $y = f(x) + a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy lên trên a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x) - a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy xuống dưới a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x + a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua trái a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x - a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua phải a đơn vị.
- Hàm số $y = -f(x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Ox .
- Hàm số $y = f(-x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Oy .



II. Đồ thị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Khi đó:

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \quad (C_1) \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \quad (C_2) \end{cases}$$

1. Dạng 1: có đồ thị (C') bằng cách:

- Đồ thị (C_1) là phần giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên trục Ox và bỏ phần (C) nằm dưới Ox .

• Đồ thị (C_2) là phần lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm dưới Ox qua Ox và bỏ phần đồ thị (C) nằm dưới Ox .

⇒ Đồ thị $(C') = (C_1) \cap (C_2)$

$$y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \quad (C_1) \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \quad (C_2) \end{cases} \text{ có đồ thị } (C') \text{ bằng cách:}$$

2. Dạng 2: Hàm số

• Đồ thị (C_1) là phần giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm bên phải trục Oy và bỏ phần (C) nằm bên trái Oy .

• Đồ thị (C_2) là phần lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) qua Oy .

⇒ Đồ thị $(C') = (C_1) \cap (C_2)$

$$|y| = f(x) = \begin{cases} y = f(x) & \text{khi } y \geq 0 \quad (C_1) \\ -y = f(x) & \text{khi } y < 0 \quad (C_2) \end{cases} \text{ có đồ thị } (C') \text{ bằng cách:}$$

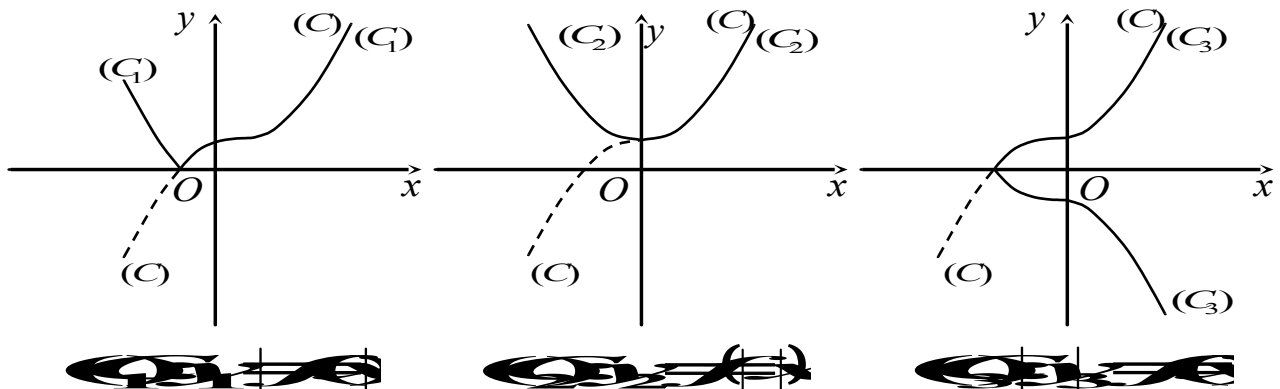
3. Dạng 3: Hàm số

• Đồ thị (C_1) là phần giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên trục Ox và bỏ phần (C) nằm dưới trục Ox .

• Đồ thị (C_2) là phần lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) qua Ox .

⇒ Đồ thị $(C') = (C_1) \cap (C_2)$

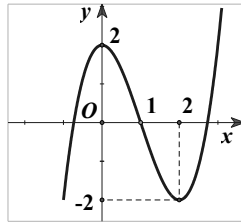
Ví dụ



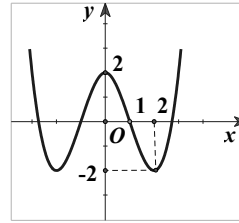
DẠNG 1

ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1.



Hình 1



Hình 2

Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

$y = |x^3 - 3x^2 + 1|$.

D. $y = |x|^3 - 3x^2 - 1$.

C.

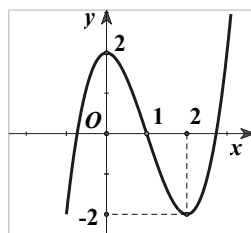
Lời giải

Chọn B.

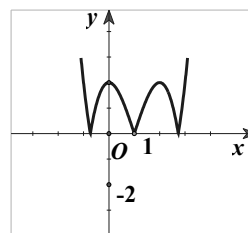
Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

Toàn bộ đồ thị phía “phải” Oy sau đó lấy đối xứng sang trái.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.

B. $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$

$y = |x^3 - 3x^2 + 1|$.

D. $y = |x|^3 - 3x^2 - 1$.

C.

Lời giải

Chọn A.

$$y = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$$

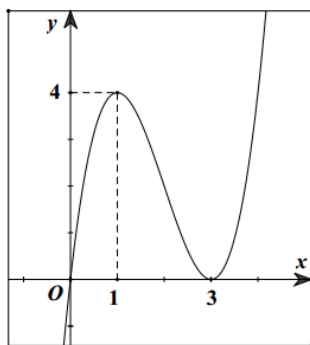
Ta có:

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

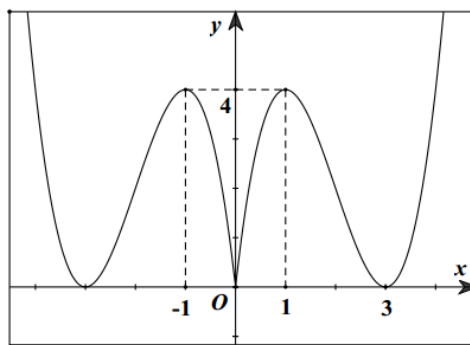
Toàn bộ đồ thị nằm phía trên Ox được giữ nguyên.

Phần đồ thị phía dưới Ox được lấy đối xứng qua Ox .

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$

B. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$

C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$

D. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$

Lời giải

Chọn C.

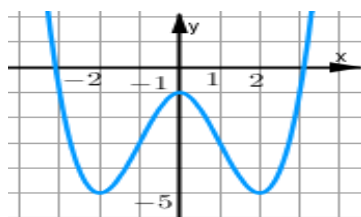
+/- Loại đáp án A vì: $y = -x^3 + 6x^2 - 9x = -(x^3 - 6x^2 + 9x)$

+/- Loại đáp án B, vì đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$ giữ lại phần đồ thị phía trên trục hoành và chỉ lấy đối xứng phần dưới trục hoành của đồ thị Hình 1.

+/- Loại đáp án D vì hệ số của x^2 khác -6.

+/- Đồ thị ở đáp án C là đồ thị của hàm số dạng $y = f(|x|)$. Chọn đáp án C

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị (C) của hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Tìm hàm số $y = f(x)$ trong các hàm số sau:

A. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1.$

B. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}.$

C. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x+1}.$

D. $f(x) = x^3 - 2x^2 - 1.$

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị loại đáp án B, C

Xét trên khoảng $(0; +\infty)$, có $y = f(|x|) = f(x).$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có điểm cực tiểu $A(2; -5).$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$$

+ Xét hàm số

$$f(0) = -1,$$

Có $f'(x) = 3x^2 - 6x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(2) = 6 > 0 \text{ nên hàm số đạt cực tiểu tại } x = 2$$

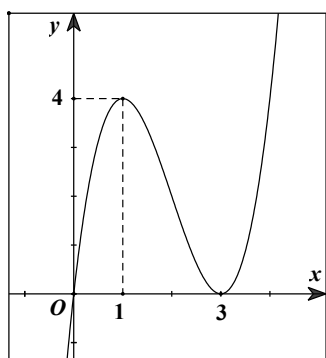
$$f(2) = -5 \text{ nên đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là } A(2; -5).$$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 1$$

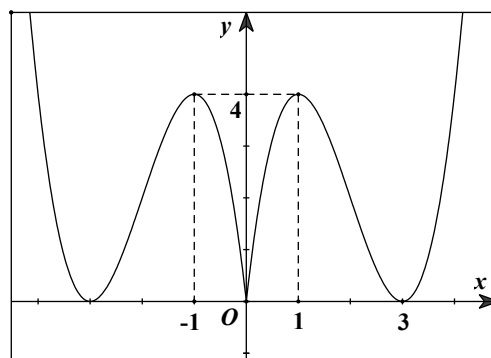
+ Xét hàm số

$$f(2) = -1 \text{ (loại)}$$

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

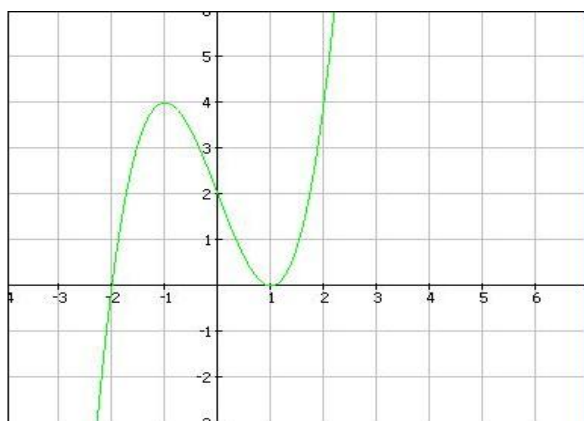
Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|.$ B. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x.$ C. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|.$ D. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|.$

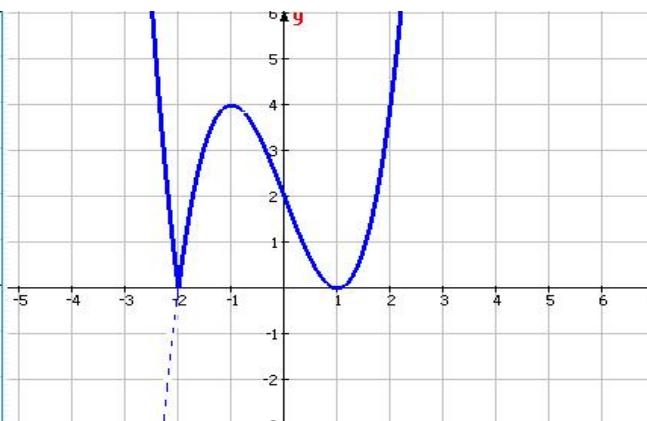
Lời giải

Chọn A.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

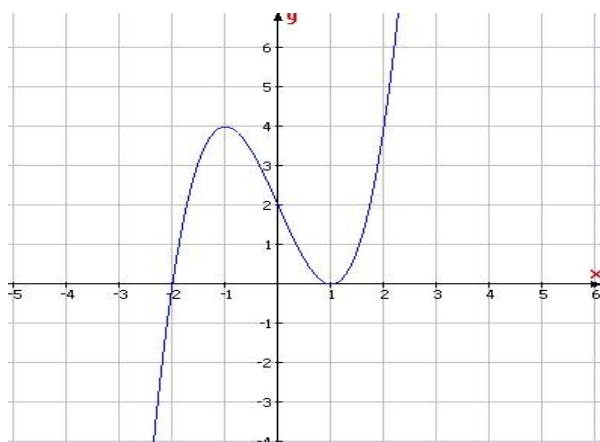
Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = |x^3 - 3|x| + 2|$. B. $y = x^3 - 3|x| + 2$. C. $|y| = x^3 - 3x + 2$ D. $y = |x^3 - 3x + 2|$

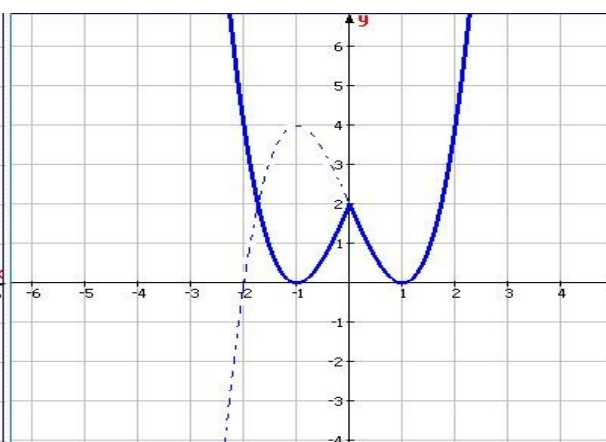
Lời giải

Chọn D.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

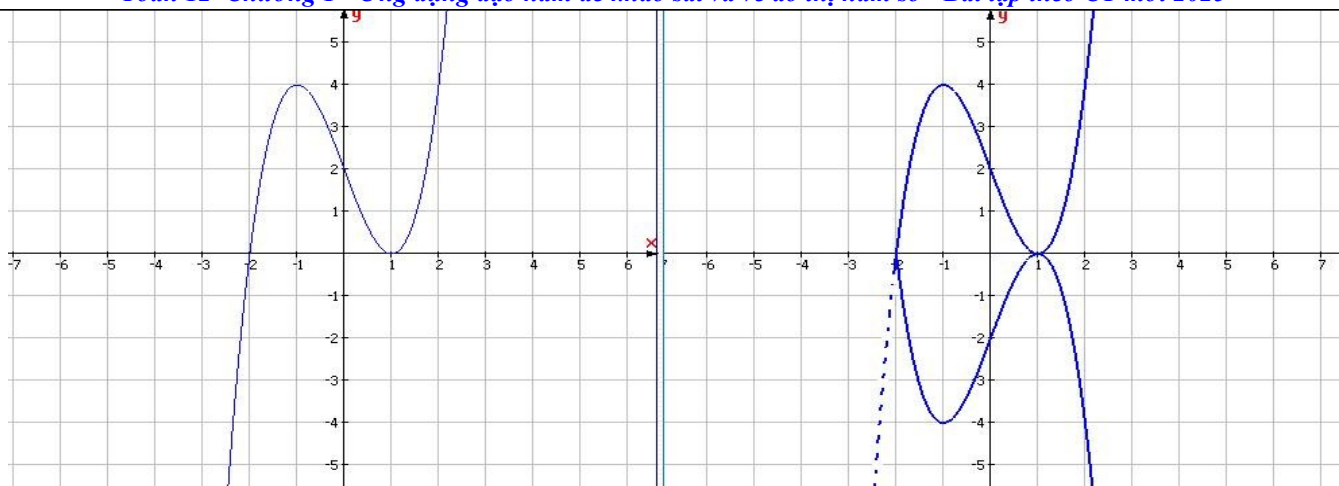
Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = |x^3| - 3|x| + 2$ B. $y = |x^3 - 3x + 2|$ C. $|y| = x^3 - 3x + 2$ D. $y = |x^3| - 3|x| - 2$

Lời giải

Chọn A.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |x^3| - 3|x| + 2$

B. $y = |x^3 - 3x + 2|$

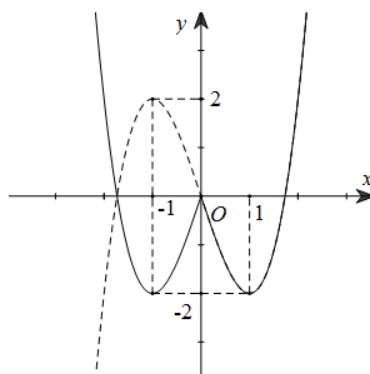
C. $|y| = x^3 - 3x + 2$

D. $y = |x^3| - 3|x| - 2$

Lời giải

Chọn C.

Câu 9. Cho đường cong (C) được vẽ bởi nét liền trong hình vẽ:



Hỏi (C) là dạng đồ thị của hàm số nào?

A. $y = -|x^3| + 3|x|$

B. $y = |x^3 - 3x|$

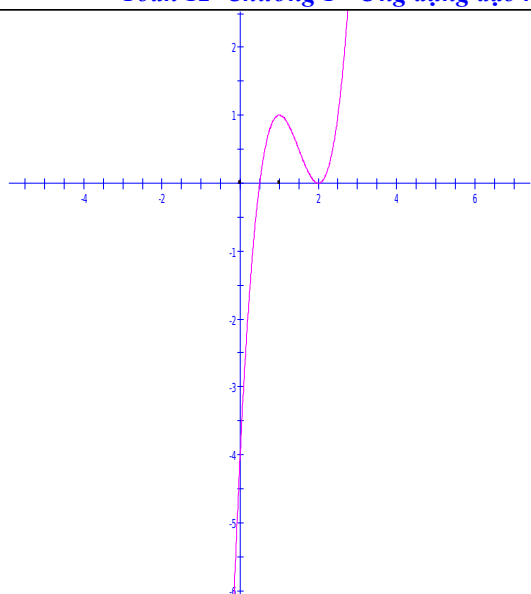
C. $y = x^3 - 3x$

D. $y = |x^3| - 3|x|$

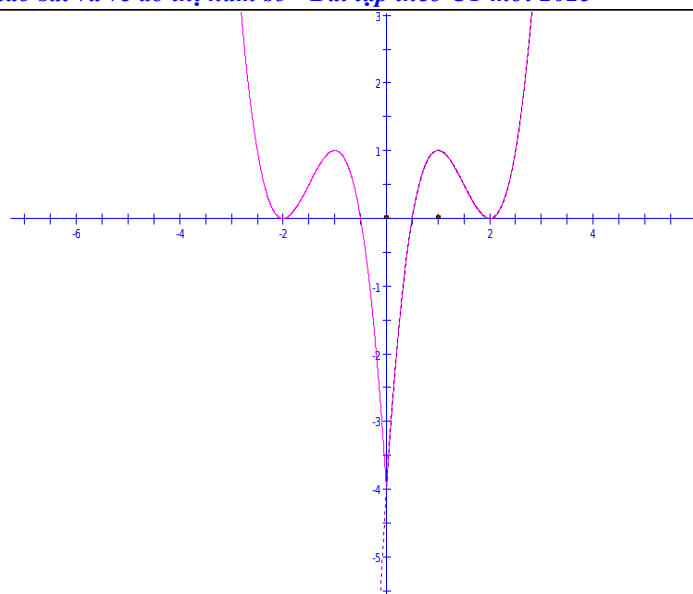
Lời giải

Chọn D.

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$

B. $y = |a|x^3 + bx^2 + c|x| + d|$

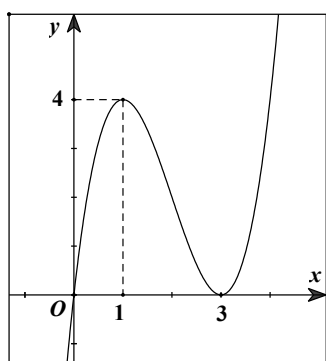
C. $y = a|x|^3 + bx^2 + c|x| + d$

D. $|y| = ax^3 + bx^2 + cx + d$

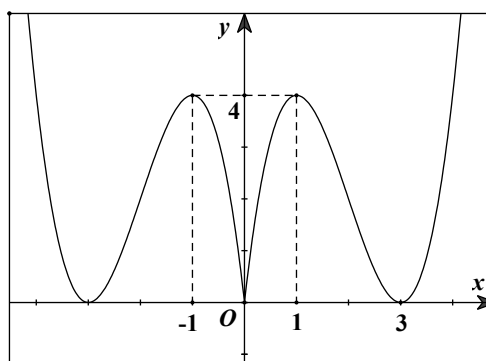
Lời giải

Chọn C.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Có các nhận định sau:

(1) đồ thị hình 2 là của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9|x||$.

(2) đồ thị hình 2 là của hàm số $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

(3) đồ thị hình 2 là của hàm số $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

(4) đồ thị hình 2 là của hàm số $|y| = x^3 - 6x^2 + 9x$.

Có bao nhiêu nhận định sai?

A. 1

B. 2

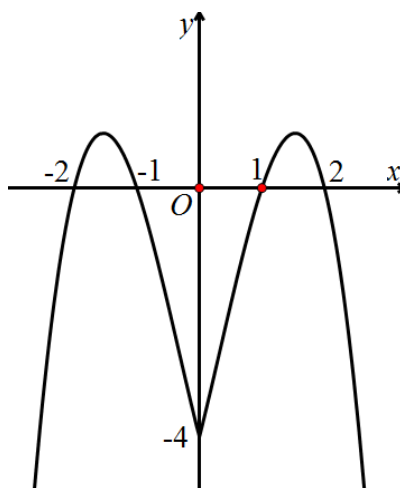
C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn B.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Chọn kết luận **đúng** trong các kết luận sau:

A. $f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$

B. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

C. $f(x) = -x^3 - x^2 + 4x - 4$

D. $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

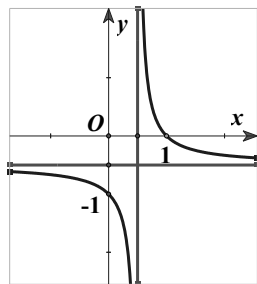
Lời giải

Chọn A.

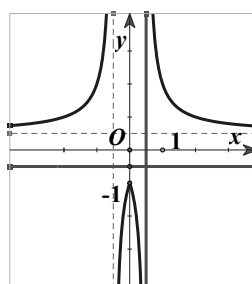
DẠNG 2

ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ NHẤT BIẾN: $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ad-bc \neq 0)$

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{-x+1}{2x-1} \right|$

B. $y = \frac{|x|+1}{2|x|-1}$

C. $y = \frac{|-x+1|}{2x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{|2x-1|}$

Lời giải

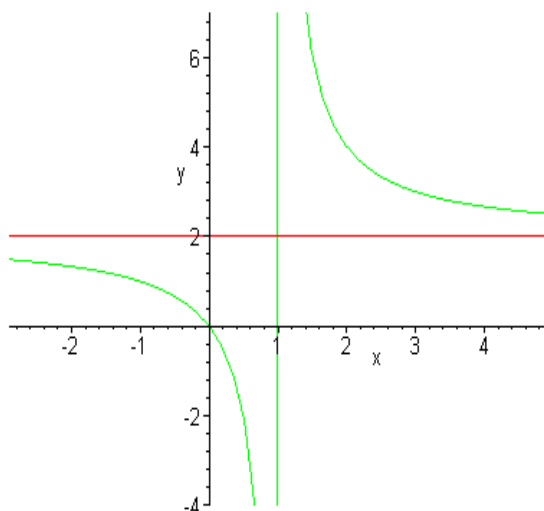
Chọn B.

Từ đồ thị ban đầu (hình 1) sang đồ thị thứ 2 (hình 2) ta thấy

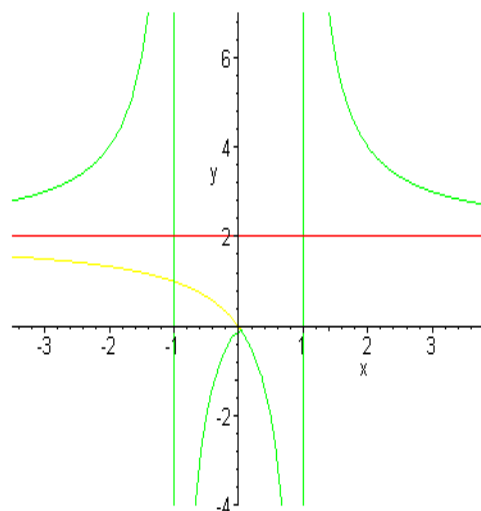
Toàn bộ đồ thị phía bên phải Oy được giữ nguyên

Sau đó, được lấy đối xứng sang trái.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $|y| = \frac{2x}{x-1}$

B. $y = \frac{2x}{|x-1|}$

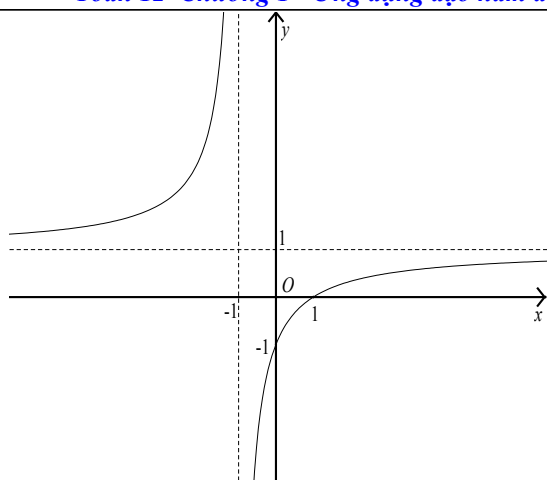
C. $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$

D. $y = \left| \frac{2x}{x-1} \right|$

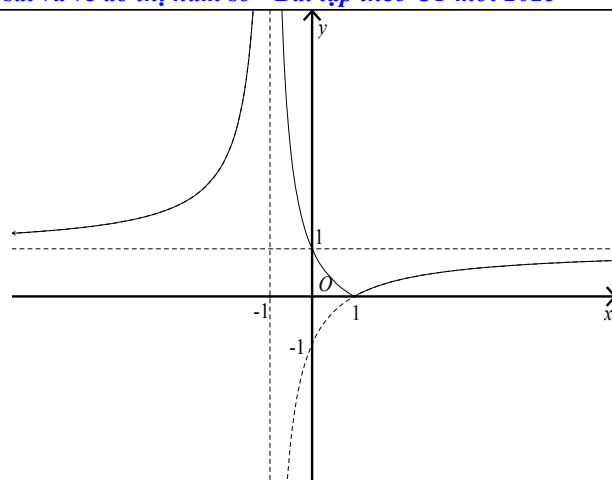
Lời giải

Chọn C.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $|y| = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

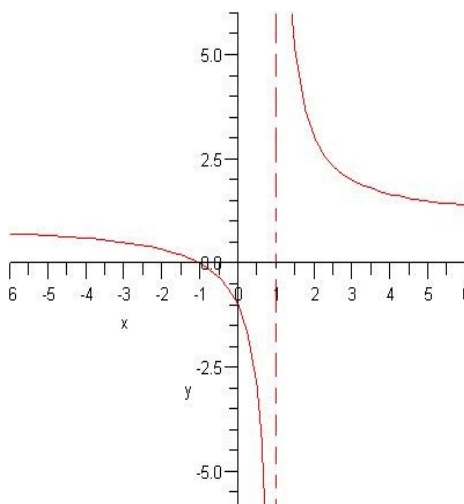
C. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

D. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

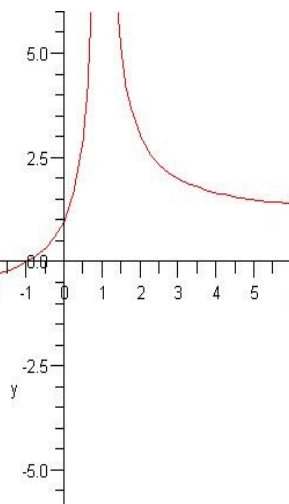
Lời giải

Chọn C.

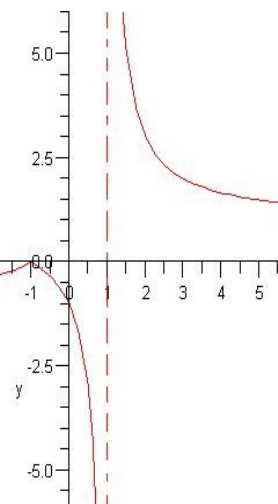
Câu 16. Cho 3 đồ thị sau:



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Nhận định nào sau đây đúng?

A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{2x+1}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $y = \frac{|2x+1|}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{|x+1|}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

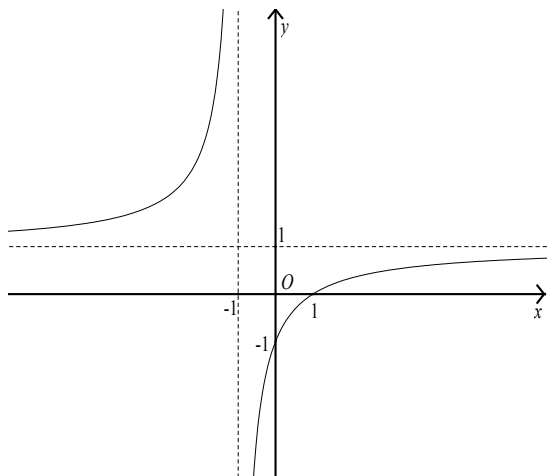
C. $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{x+1}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 1; $y = \frac{x+1}{|x-1|}$ có đồ thị là hình 2; $|y| = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là hình 3.

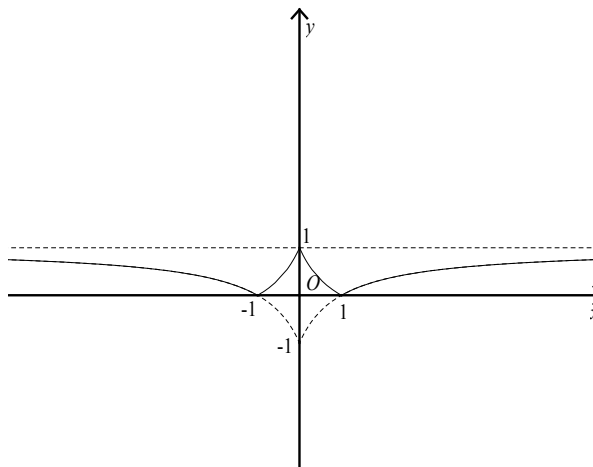
Lời giải

Chọn C.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $|y| = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

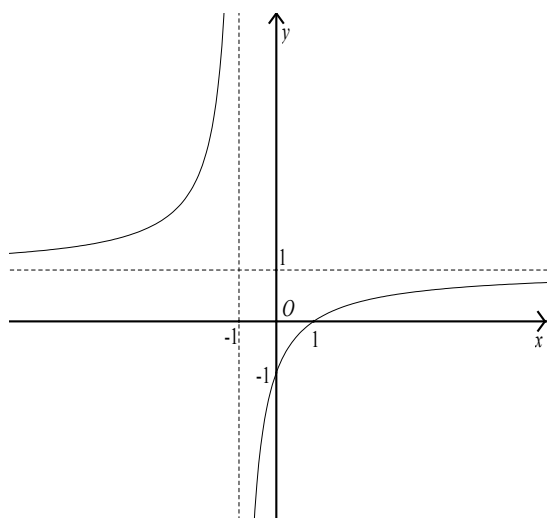
C. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

D. $y = \left| \frac{|x|-1}{|x|+1} \right|$

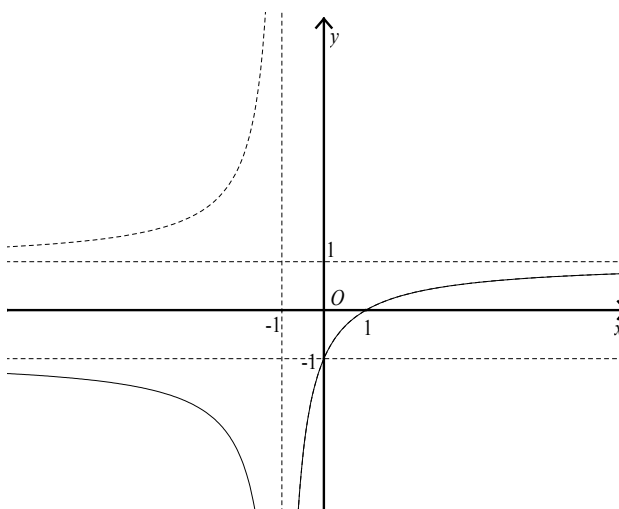
Lời giải

Chọn D.

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1



Hình 2

Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

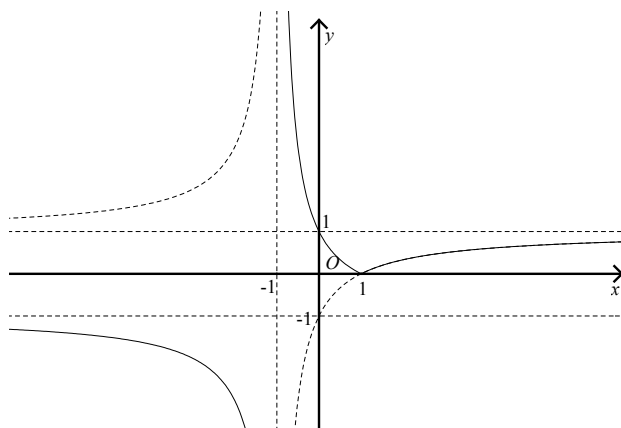
C. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

D. $|y| = \frac{x-1}{x+1}$

Lời giải

Chọn A.

Câu 19. Cho đường cong (C) như hình vẽ:



Hỏi (C) là dạng đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

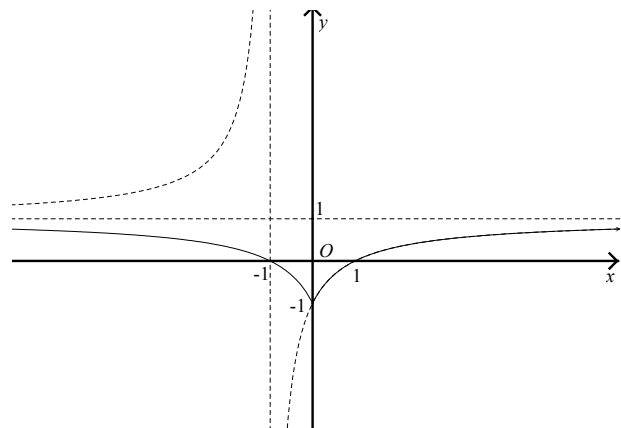
C. $y = \left| \frac{x-1}{2x+1} \right|$

D. $|y| = \frac{x-1}{2x+1}$

Lời giải

Chọn B.

Câu 20. Cho đường cong (C) như hình vẽ:



Hỏi (C) là dạng đồ thị của hàm số nào?

A. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$

B. $y = \frac{|x-1|}{x+1}$

C. $y = \frac{|x|-1}{|x|+1}$

D. $y = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

Lời giải

Chọn C.