MỤC LỤC

# ▶BÀI ❹. BA ĐƯỜNG CONIC

## Ⓐ. Tóm tắt kiến thức

### ❶. ELIP

- Cho hai điểm cố định và phân biệt $F_1$, $F_2$. Đặt $F_1F_2=2c>0$. Cho số thực $a$ lớn hơn $c$. Tập hợp các điểm $M$ sao cho $MF_1+MF_2=2a$ được gọi là đường elip . Hai điểm $F_1$, $F_2$ được gọi là hai tiêu điểm và $F_1F_2=2c$ được gọi là tiêu cự của elip đó.
- Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, elip có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho $O$ là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$. $(2)$
- Ngược lại, mỗi phương trình có dạng $(2)$ đều là phương trình của elip có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2-b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2-b^2};0\right)$ , tiêu cự $2c=2\sqrt{a^2-b^2}$ và tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip đó tới hai tiêu điểm bằng $2a$.
- Phương trình $(2)$ được gọi là phương trình chính tắc của elip tương ứng.

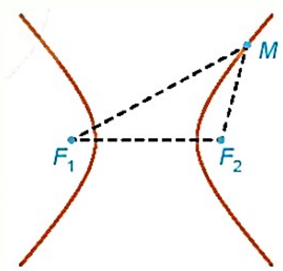
**Tính chất và hình dạng của Elip:** Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

- Trục đối xứng $Ox$, $Oy$
- Tâm đối xứng $O$.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0), F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0), A_2(a;0), B_1$¿.
- Độ dài trục lớn $2a$. Độ dài trục bé $2b$.
- Nội tiếp trong hình chữ nhật cơ sở có kích thước là $2a$ và $2b$.
- Tâm sai: $e=\frac{c}{a}<1$

- Hai đường chuẩn $x = \frac{a}{e}$ và $x = -\frac{a}{e}$.
- $M(x;y) \in (E)$. Khi đó $MF_1 = a + ex$: bán kính qua tiêu điểm trái.
- $MF_2 = a - ex$: bán kính qua tiêu điểm phải.

## ❷. HYPEBOL

- Trên mặt phẳng, nếu hai thiết bị đặt tại các vị trí $F_1$, $F_2$ nhận được một tín hiệu âm thanh cùng lúc thì vị trí phát ra tín hiệu cách đều hai điểm $F_1$, $F_2$, và do đó, nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng $F_1F_2$.



*Hình 7.23*

- Cho hai điểm phân biệt cố định $F_1$, $F_2$. Đặt $F_1F_2 = 2c$. Cho số thực dương $a$ nhỏ hơn $c$ Tập hợp các điểm $M$ sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ được gọi là đường hypebol . Hai điểm $F_1$, $F_2$ được gọi là hai *tiêu điểm* và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là *tiêu cự* của hypebol đó.
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hypebol có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$.
- Ngược lại, mỗi phương trình có dạng $(4)$ đều là phương trình của hypebol $F_1\left(-\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2+b^2};0\right)$

## ❸. PARABOL

- Cho một điểm $F$ cố định và một đường thẳng $\Delta$ cố định không đi qua $F$. Tập hợp các điểm $M$ cách đều $F$ và $\Delta$ được gọi là đường parabol . Điểm $F$ được gọi là tiêu điểm, $\Delta$ được gọi là đường chuẩn, khoảng cách từ $F$ đến $\Delta$ được gọi là tham số tiêu của parabol đó.

- Xét $(P)$ là một parabol với tiêu điểm $F$, đường chuẩn $\Delta$. Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $F$ trên $\Delta$. Khi đó, trong hệ trục tọa độ $Oxy$ với gốc $O$ là trung điểm của $HF$, tia $Ox$ trùng với tia $OF$, parabol $(P)$ có phương trình

$$y^2 = 2px \quad (5)$$

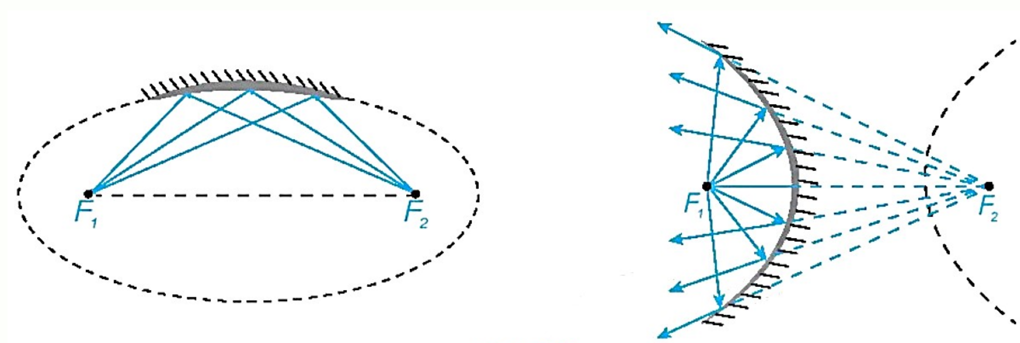
- Phương trình $(5)$ được gọi là phương trình chính tắc của parabol $(P)$.

- Ngược lại, mỗi phương trình dạng $(5)$, với $p > 0$, là phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta : x = -\frac{p}{2}$.

## ❹. MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA BA ĐƯỜNG CONIC. TÍNH CHẤT QUANG HỌC

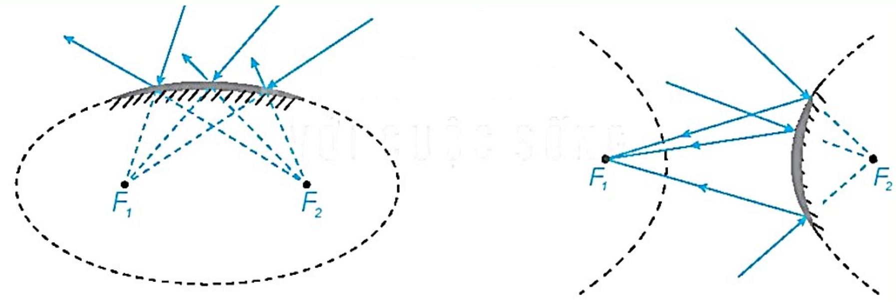
- Tương tự gương cầu lồi thường đặt ở những khúc đường cua, người ta cũng có những gương  elip, hypebol, parabol. Tia sáng gặp các gương này, đều được phản xạ theo một quy tắc được xác định rõ bằng hình học, chẳng hạn:

- Tia sáng phát ra từ một tiêu điểm của elip, hypebol  sau khi gặp elip, hypebol sẽ bị hắt lại theo một tia  nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm còn lại .




Hình 7.29

- Tia sáng hướng tới một tiêu điểm của elip, hypebol , khi gặp elip, hypebol sẽ bị hắt lại theo một tia nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm còn lại .




*Hình 7.30*

- Với gương parabol lõm, tia sáng phát ra từ tiêu điểm khi gặp parabol sẽ bị hắt lại theo một tia vuông góc với đường chuẩn của parabol . Ngược lại, nếu tia tới vuông góc với đường chuẩn của parabol thì tia phản xạ sẽ đi qua tiêu điểm của parabol.
- Tính chất quang học được đề cập ở trên giúp ta nhận được ánh sáng mạnh hơn khi các tia sáng hội tụ và giúp ta đổi hướng ánh sáng khi cần. Ta cũng có điều tương tự đối với tín hiệu âm thanh, tín hiệu truyền từ vệ tinh.

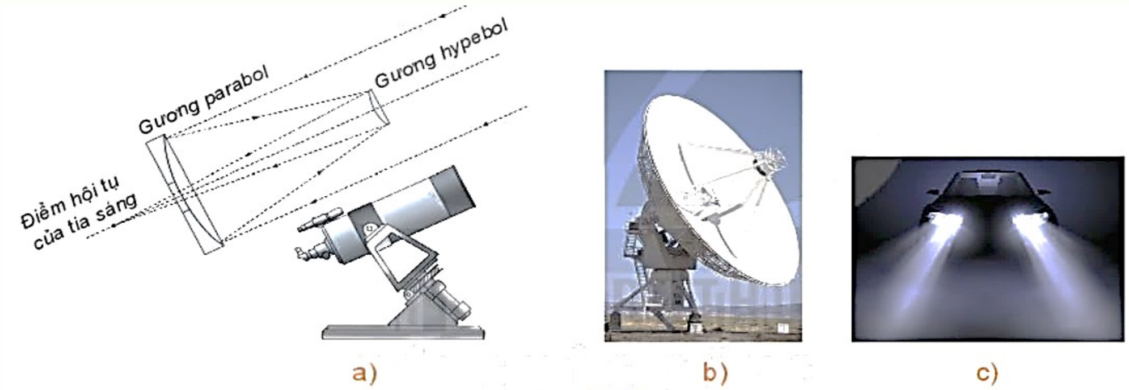
## ❺.MỘT SỐ ỨNG DỤNG

*Nhà vòm hoa (Flower Dome) trong Khu vườn bên vịnh (Gardens by the Bay), Singapore*

*Công viên với hình elip ở phía nam Nhà Trắng, Hoa Kỳ*

- Ba đường conic xuất hiện và có nhiều ứng dụng trong khoa học và trong cuộc sống, chẳng hạn:
- Tia nước bắn ra từ đài phun nước, đường đi bổng của quả bóng là những hình ảnh về đường parabol;
- Khi nghiêng cốc tròn, mặt nước trong cốc có hình elip. Tương tự, dưới ánh sáng mặt trời, bóng của một quả bóng, nhìn chung, là một elip;

- Ánh sáng phát ra từ một bóng đèn Led trên trần nhà có thể tạo nên trên tường các nhánh hypebol
- Nhiều công trình kiến trúc có hình elip, parabol hay hypebol.



Hình 7.32

## Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

### Dạng ❶: Elip

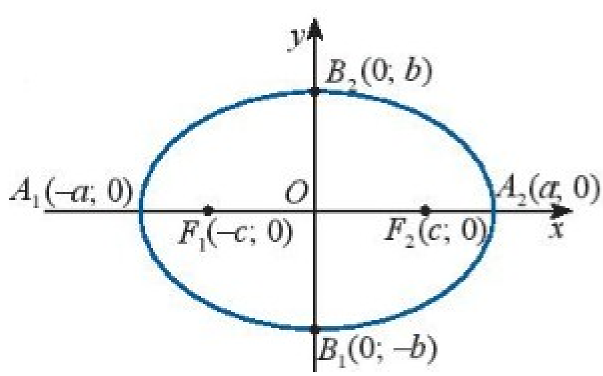
***Phương pháp***

**Nhận biết elip**

- Cho hai điểm cố định $F_1, F_2$ và một độ dài không đổi $2a$ lớn hơn $F_1F_2$. Elip $(E)$ là tập hợp các điểm $M$ trong mặt phẳng sao cho $F_1M + F_2M = 2a$.
- Các điểm $F_1$ và $F_2$ gọi là các tiêu điểm của elip.
- Độ dài $F_1F_2 = 2c$ gọi là tiêu cự của elip $(a > c)$.

**Phương trình chính tắc của elip**

- $M(x;y) \in (E) \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ (1) trong đó $b = \sqrt{a^2 - c^2}$.
- Phương trình (1) gọi là phương trình chinh tắc của elip.




**Chú ý:**

- $(E)$ cắt $Ox$ tại hai điểm $A_1(-a;0), A_2(a;0)$ và cắt $Oy$ tại hai điểm $B_1(0;-b), B_2(0;b)$.

- Các điểm $A_1, A_2, B_1, B_2$ gọi là các đỉnh của elip.
- Đoạn thẳng $A_1A_2$ gọi là trục lớn, đoạn thẳng $B_1B_2$ gọi là trục nhỏ của elip.
- Giao điểm $O$ của hai trục gọi là tâm đối xứng của elip.
- Nếu $M(x;y)\in(E)$ thì $|x|\le a, |y|\le b$.

☞**Các ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Viết phương trình chính tắc của elip $(E)$ có độ dài hai trục lần lượt là 26 và 10.

**Lời giải**

Ta có: $2a=26; 2b=10$, suy ra $a=13; b=5$.

Vậy phương trình chính tắc của $(E)$ là $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{25}=1$.

**Câu 2:** Viết phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 20 và tiêu cự bằng 12.

**Lời giải**

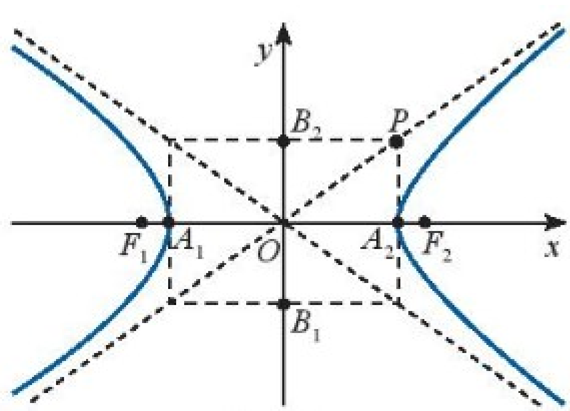
Ta có: $2a=20; 2c=12$, suy ra $a=10; c=6$ và $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

Vậy phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$.

**Dạng ❷: Hypebol**

***Phương pháp***

- Cho hai điểm cố định $F_1, F_2$ và một độ dài không đổi $2a$ nhỏ hơn $F_1F_2$. Hypebol $(H)$ là tập hợp các điểm $M$ trong mặt phẳng sao cho $|F_1M-F_2M|=2a$.
- Các điểm $F_1$ và $F_2$ gọi là các tiêu điểm của hypebol.
- Độ dài $F_1F_2=2c$ gọi là tiêu cự của hypebol $(c>a)$.
- Người ta chứng minh được:
- $M(x;y)\in(H)\Leftrightarrow\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (2) trong đó $b=\sqrt{c^2-a^2}$.
- Phương trình (2) gọi là phương trình chính tắc của hypebol.



**Chú ý:**

- $(H)$ cắt $Ox$ tại hai điểm $A_1 = (-a, 0)$ và $A_2 = (a, 0)$. Nếu vẽ hai điểm $B_1 = (0; -b)$ và $B_2 = (0, b)$ vào hình chữ nhật $OA_2PB_2$ thì $OP = \sqrt{a^2 + b^2} = c$.
- Các điểm $A_1, A_2$ gọi là các đỉnh của hypebol.
- Đoạn thẳng $A_1A_2$ gọi là trục thực, đoạn thẳng $B_1B_2$ gọi là trục ảo của hypebol.
- Giao điểm $O$ của hai trục là tâm đối xứng của hypebol.
- Nếu $M(x; y) \in (H)$ thì $x \le -a$ hoặc $x \ge a$.

☞**Các ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Viết phương trình chính tắc của hypebol có độ dài trục thực bằng 16 và tiêu cự bằng 20.

**Lời giải**

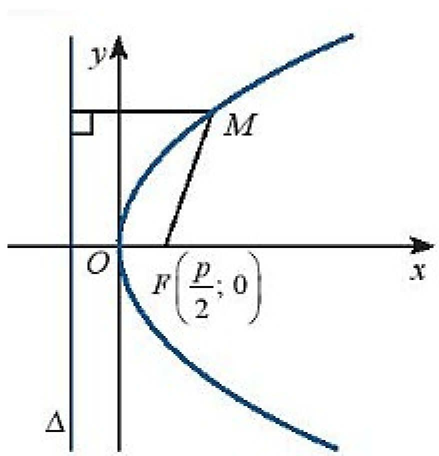
Ta có: $2a = 16 \Rightarrow a = 8; 2c = 20 \Rightarrow c = 10; b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$.

Vậy phương trình chính tắc của hypebol là $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$

**•Dạng ❸: Parabol**

***Phương pháp***

- Cho một điểm $F$ và một đường thẳng $\Delta$ cố định không đi qua $F$. Parabol $(P)$ là tập hợp các điểm $M$ cách đều $F$ và $\Delta$.
- $F$ gọi là tiêu điểm và $\Delta$ gọi là đường chuẩn của parabol $(P)$.
- Phương trình chính tắc của parabol
- $M(x; y) \in (P) \Leftrightarrow y^2 = 2px$ (3)
- Phương trình (3) gọi là phương trình chính tắc của parabol




**Chú ý:**

- gọi là đỉnh của parabol $(P)$.
- $Ox$ gọi là trục đối xứng của parabol $(P)$.
- $p$ gọi là tham số tiêu của parabol $(P)$.
- Nếu $M(x; y) \in (P)$ thì $x \ge 0$ và $M'(x; -y) \in (P)$.

**☞Các ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Viết phương trình chính tắc của parabol $(P)$ có tiêu điểm $F\left(\frac{3}{2};0\right)$.

**Lời giải**

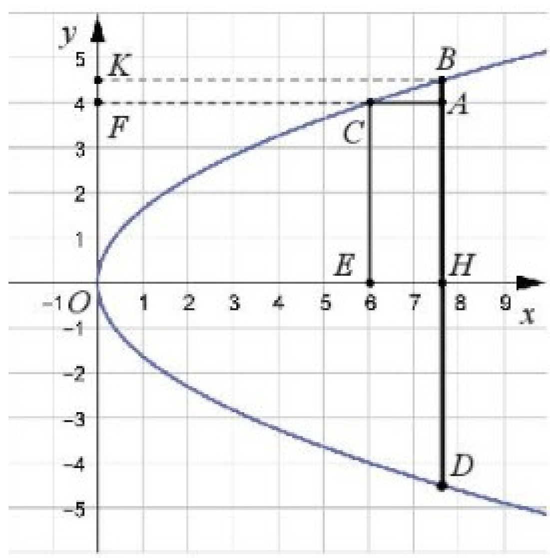
$(P)$ có tiêu điểm $F\left(\frac{3}{2};0\right)$, suy ra $\frac{p}{2}=\frac{3}{2}$ hay $p=3$.

Vậy $(P)$ có phương trình $y^2=6x$.

**Câu 2:** Cổng của một ngôi trường có dạng một parabol. Để đo chiều cao $h$ của cổng, một người đo khoảng cách giữa hai chân cổng được $9m$, người đó thấy nếu đứng cách chân cổng $0,5m$ thì đầu chạm cổng. Cho biết người này cao $1,6m$, hãy tính chiều cao của cổng.

**Lời giải**

Ta vẽ lại parabol và chọn hệ trục toạ độ như Hình. Gọi phương trình của parabol là $y^2=2px$.




Ta có chiều cao của cổng là $OH=BK=h$, bề rộng của cổng là $BD=9$, suy ra $BH=4,5$. Vậy điểm $B$ có toạ độ là $(h;4,5)$.

Chiều cao của người đo là $AC = 1,6$ và khoảng cách tử chân người đo đến chân cổng là $BA = 0,5$. Suy ra $FC = FA - AC = h - 1,6$ và $EC = BH - AB = 4,5 - 0,5 = 4$. Vậy điểm $C$ có toạ độ là $(h - 1,6; 4)$.

Ta có hai điểm $B$ và $C$ nằm trên parabol nên thay toạ độ của $B$ và $C$ vào phương trình $(P)$, ta được:

$$\begin{cases} 4,5^2 = 2ph \\ 4^2 = 2p(h - 1,6) \end{cases} \Rightarrow 2p = \frac{4,5^2}{h} = \frac{4^2}{h - 1,6} = \frac{4,5^2 - 4^2}{1,6} \Rightarrow h = \frac{1,6 \cdot 4,5^2}{4,5^2 - 4^2} \approx 7,62(m)$$

Vậy cổng trường đó cao khoảng $7,62m$.

## Ⓒ. Dạng toán rèn luyện

### Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Đường Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng

**A.** $6$. **B.** $8$. **C.** $9$. **D.** $(-2; +\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có $a^2 = 16$, $b^2 = 7$ suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 7 = 9 \Leftrightarrow c = 3$.

Vậy tiêu cự $2c = 2.3 = 6$.

**Câu 2:** Cho elip $(E)$ có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 400$. Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?

**A.** $(E)$ có trục nhỏ bằng 8.

**B.** $(E)$ có tiêu cự bằng 3.

**C.** $(E)$ có trục nhỏ bằng 10.

**D.** $(E)$ có các tiêu điểm $F_1(-3; 0)$ và $F_2(3; 0)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$(E)$: $16x^2 + 25y^2 = 400 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Elip $(E)$ có $a = 5$, $b = 4$, $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Tiêu cự của elip $(E)$ là $2c=6$ nên khẳng định "$(E)$ có tiêu cự bằng 3" là khẳng định sai.

**Câu 3:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Tiêu cự của (*E*) bằng

**A.** 10. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 8.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \ (a>0, b>0)$.

Do đó elip (*E*) có $\begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=4$.

Tiêu cự của elip (*E*) bằng $2c=8$.

**Câu 4:** Một elip có diện tích hình chữ nhật cơ sở là $80$, độ dài tiêu cự là $6$. Tâm sai của elip đó là

**A.** $e=\frac{4}{5}$. **B.** $e=\frac{3}{4}$. **C.** $e=\frac{3}{5}$. **D.** $e=\frac{4}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Diện tích hình chữ nhật cơ sở là $2a.2b=80$, suy ra $a.b=20 \ (1)$.

Lại có $2c=6 \Rightarrow c=3 \Rightarrow a^2-b^2=c^2=9 \quad (2)$.

Từ $(1) \Rightarrow b=\frac{20}{a}$, thay vào $(2)$ ta được:

$a^2-\frac{400}{a^2}=9 \Rightarrow a^4-9a^2-400=0 \Leftrightarrow a^2=25 \Rightarrow a=5$.

Do đó tâm sai $e=\frac{3}{5}$.

**Câu 5:** Cho elip $(E): 4x^2+5y^2=20$. Diện tích hình chữ nhật cơ sở của $(E)$ là

**A.** $2\sqrt{5}$. **B.** $80$. **C.** $8\sqrt{5}$. **D.** $40$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$(E): 4x^2 + 5y^2 = 20 \Leftrightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

Độ dài trục lớn: $2a = 2\sqrt{5}$.

Độ dài trục bé: $2b = 2.2 = 4$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở của $(E)$ là: $2\sqrt{5}.4 = 8\sqrt{5}$.

**Câu 6:** Đường elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng

**A.** $3$. **B.** $9$. **C.** $6$. **D.** $18$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $a^2 = 16$, $b^2 = 7$ nên $c^2 = a^2 - b^2 = 9 \Rightarrow c = 3$.

Tiêu cự của elip là $2c = 6$.

**Câu 7:** Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tính tâm sai của elip.

**A.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2; b^2 = 1 \Rightarrow b = 1; c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$

Tâm sai của elip là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 8:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy$, cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (với $a > b > 0$) có $F_1, F_2$ là các tiêu điểm và *M* là một điểm di động trên $(E)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng?**

**A.** $MF_1 + MF_2 = 2b$.

**B.** $(MF_1 - MF_2)^2 = 4(b^2 - OM^2)$.

**C.** $OM^2 - MF_1.MF_2 = a^2 - b^2$.

**D.** $MF_1.MF_2 + OM^2 = a^2 + b^2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$$MF_1 = a + \frac{cx}{a}; MF_2 = a - \frac{cx}{a} \Rightarrow MF_1.MF_2 = a^2 - \frac{c^2x^2}{a^2}.$$

$$M(x;y) \in (E) \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow y^2 = b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \Rightarrow OM^2 = x^2 + y^2 = x^2 + b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) = x^2 + b^2 - \frac{b^2x^2}{a^2}$$

$$MF_1.MF_2 + OM^2 = a^2 - \frac{c^2x^2}{a^2} + x^2 + b^2 - \frac{b^2x^2}{a^2} = a^2 + b^2 + x^2 - \left(\frac{c^2x^2}{a^2} + \frac{b^2x^2}{a^2}\right)$$

$$= a^2 + b^2 + x^2 - \frac{(b^2 + c^2)x^2}{a^2}$$

Vì $a^2 = b^2 + c^2$ nên

$$MF_1.MF_2 + OM^2 = a^2 + b^2 + x^2 - \frac{(b^2 + c^2)x^2}{a^2} = a^2 + b^2 + x^2 - \frac{a^2x^2}{a^2} = a^2 + b^2$$

**Câu 9:** Trong hệ trục $Oxy,$ cho Elip $(E)$ có các tiêu điểm $F_1(-4;0), F_2(4;0)$ và một điểm $M$ nằm trên $(E)$. Biết rằng chu vi của tam giác $MF_1F_2$ bằng 18. Xác định tâm sai e của $(E).$

**A.** $e = \frac{4}{5}$. **B.** $e = \frac{4}{18}$. **C.** $e = -\frac{4}{5}$. **D.** $e = \frac{4}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $F_1(-4;0) \Rightarrow c = 4$.

$$P_{\Delta MF_1F_2} = \underbrace{MF_1 + MF_2}_{2a} + F_1F_2$$

$$\Leftrightarrow 18 = 2a + 2c \Leftrightarrow 18 = 2a + 8 \Leftrightarrow a = 5.$$

Tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

**Câu 10:** Cho Elip $(E)$ đi qua điểm $A(-3;0)$ và có tâm sai $e = \frac{5}{6}$. Tiêu cự của $(E)$ là

**A.** $10$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $5$. **D.** $\frac{10}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi phương trình chính tắc của $(E)$ là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$.

Vì $(E)$ đi qua điểm $A(-3;0)$ nên $\frac{9}{a^2}=1\Rightarrow a^2=9\Rightarrow a=3$.

Lại có $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{6}\Rightarrow c=\frac{5a}{6}=\frac{5}{2}\Rightarrow 2c=5$.

**Câu 11:** Trong mặt phẳng $Oxy$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của một elip?

**A.** $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x}{9}+\frac{y}{8}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,(a>b>0)$ nên chọn phương án $\mathrm{D}$.

**Câu 12:** Phương trình chính tắc của đường elip với $a=4$, $b=3$ là

**A.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình chính tắc $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

**Câu 13:** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, viết phương trình chính tắc của elip biết một đỉnh là $A_1(-5;0)$ và một tiêu điểm là $F_2(2;0)$.

**A.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{29}+\frac{y^2}{25}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{29}=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $a=5;c=2\Rightarrow b^2=25-4=21$

Vậy $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$.

**Câu 14:** Tìm phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{10}$ và đi qua điểm $A(0;6)$

**A.** $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{12}=1$. **B.** $\frac{x^2}{160}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{160}+\frac{y^2}{32}=1$. **D.** $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{36}=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có phương trình chính tắc Elip (E) có dạng $\frac{x^{2)}}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$.

Theo giả thiết ta có $2a=4\sqrt{10}\Rightarrow a=2\sqrt{10}$.

Mặt khác (E) đi qua $A(0;6)$ nên ta có $\frac{6^2}{b^2}=1\Rightarrow b=6$.

Vậy phương trình chính tắc của (E) là: $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{36}=1$

**Câu 15:** Lập phương trình chính tắc của Elip đi qua điểm $B$ và có tâm sai $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

**A.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình chính tắc của Elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,(a>b>0)$.

Elip đi qua điểm $B$ nên $\frac{0^2}{a^2}+\frac{2^2}{b^2}=1\Leftrightarrow b^2=4$.

Tâm sai $e=\frac{\sqrt{5}}{3}\Leftrightarrow\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}\Leftrightarrow c=\frac{\sqrt{5}}{3}a$.

$a^2=b^2+c^2\Leftrightarrow a^2=4+\left(\frac{\sqrt{5}}{3}a\right)^2\Leftrightarrow a^2=9$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip cần tìm là $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.

**Câu 16:** Phương trình chính tắc của Elip có đỉnh $(-3;0)$ và một tiêu điểm là $(1;0)$ là

**A.** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Elip có đỉnh $(-3;0) \Rightarrow a=3$ và một tiêu điểm $(1;0) \Rightarrow c=1$.

Ta có $c^2=a^2-b^2 \Leftrightarrow b^2=a^2-c^2=9-1=8$.

Vậy phương trình $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

**Câu 17:** Tìm phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng $6$ và trục lớn bằng $10$.

**A.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1.$ **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1.$ **C.** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1.$ **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1.$

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình chính tắc của elip: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$

Độ dài trục lớn $2a=10 \Leftrightarrow a=5$

Tiêu cự $2c=6 \Leftrightarrow c=3$

Ta có: $a^2=b^2+c^2 \Leftrightarrow b^2=a^2-c^2=16$

Vậy phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1.$

**Câu 18:** Cho elip $(E)$ có độ dài trục lớn gấp hai lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $6$. Viết phương

trình của $(E)$?

**A.** $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$. **C.** $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{12}=1$. **D.** $\frac{x^2}{48}+\frac{y^2}{12}=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $a=2b, 2c=6 \Rightarrow c=3.$

Mà $a^2-b^2=c^2 \Rightarrow 4b^2-b^2=9 \Rightarrow \begin{cases} b^2=3 \\ a^2=12 \end{cases}$

Vậy phương trình $(E)$: $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$.

**Câu 19:** Phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng $8$, độ dài trục nhỏ bằng $6$ là:

**A.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$.  **B.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$.  **C.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{6}=1$.  **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$

**Lời giải**

**Chọn D**

+ Phương trình Elip dạng: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1, a>b>0.$

+ Do có độ dài trục lớn bằng $8=2a\Rightarrow a=4$

+ Do có độ dài trục nhỏ bằng $6=2b\Rightarrow a=3$

+ Suy ra phương trình là $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$

Vậy chọn D

**Câu 20:** Elip có một tiêu điểm $F(-2;0)$ và tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của elip là:

**A.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1.$  **B.** $\dfrac{x^2}{45}+\dfrac{y^2}{16}=1.$  **C.** $\dfrac{x^2}{144}+\dfrac{y^2}{5}=1.$  **D.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{20}=1.$

**Lời giải:**

**Chọn A**

Gọi (E) có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} ab=3\sqrt{5} \\ a^2-b^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=9 \\ b^2=5 \end{cases}$

Vậy (E) cần tìm là $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1.$

**Câu 21:** Trong mặt phẳng $Oxy$, viết phương trình chính tắc của elip $(E)$ biết $(E)$ đi qua $M\left(\dfrac{3}{\sqrt{5}};\dfrac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và $M$ nhìn hai tiêu điểm $F_1, F_2$ dưới một góc vuông.

**A.** $(E): \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$.  **B.** $(E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.  **C.** $(E): \dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}=1$.  **D.** $(E): \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Ta có: $(E)$ đi qua $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ nên: $\frac{9}{5a^2} + \frac{16}{5b^2} = 1 \Leftrightarrow 16a^2 + 9b^2 = 5a^2b^2$. $(1)$

Vì $M$ nhìn hai tiêu điểm $F_1, F_2$ dưới một góc vuông nên: $OM = \frac{F_1F_2}{2} = c$.

$\Leftrightarrow OM^2 = c^2 \Leftrightarrow \frac{9}{5} + \frac{16}{5} = c^2 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 5 \Leftrightarrow a^2 = 5 + b^2$ thế vào $(1)$ ta được:

$16(5 + b^2) + 9b^2 = 5(5 + b^2)b^2 \Leftrightarrow b^4 = 16 \Rightarrow b^2 = 4$ nên $a^2 = 9$.

Vậy: $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

**Câu 22:** Cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm $M$ nằm trên $(E)$. Nếu điểm $M$ có hoành độ bằng 1 thì các

khoảng cách từ *M* đến hai tiêu điểm của (E) bằng:

**A.** $3,5$ và $4,5$. **B.** $4 \pm \sqrt{2}$. **C.** $3$ và 5. **D.** $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Giả sử phương trình $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > b > 0)$ Ta có : $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c^2 = a^2 - b^2 = 4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 2 \end{cases}$

Gọi $F_1, F_2$ lần lượt là hai tiêu điểm của Elip $(E)$, $M(1; y_M) \in (E)$, ta có :

$$\begin{cases} MF_1 = a + \frac{c}{a}x_M = 4 + \frac{1}{2}.1 = 4,5 \\ MF_2 = a - \frac{c}{a}x_M = 4 - \frac{1}{2}.1 = 3,5 \end{cases}$$

**Câu 23:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy$, cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Điểm $M \in (E)$ sao cho $\widehat{F_1MF_2} = 90^0$. Tìm bán kính đường tròn nội tiếp tam giác $MF_1F_2$.

**A.** $2$ **B.** $4$. **C.** $1$. **D.** $\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

Gọi $M\left(x;y\right)$ vì $\widehat{F_1MF_2}=90^0 \Rightarrow MF_1^2+MF_2^2=F_1F_2^2 \Leftrightarrow x^2+y^2=c^2=16$ (1)

Do $M\in\left(E\right)\Rightarrow \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ (2)

Giải hệ gồm hai phương trình (1) và (2) ta được $x^2=\dfrac{175}{16};y^2=\dfrac{81}{16}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{5\sqrt{7}}{4};y=\dfrac{9}{4}$

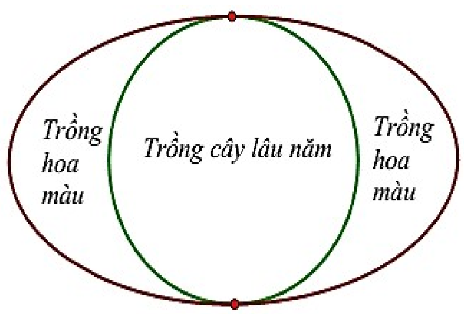
Ta có: nửa chu vi $p=\dfrac{MF_1+MF_2+F_1F_2}{2}=\dfrac{2a+2c}{2}=a+c=9$

Khoảng các từ M đến trục Ox: $d\left(M;\text{Ox}\right)=\left|y_M\right|=\dfrac{9}{4}$

$S_{\Delta MF_1F_2}=\dfrac{1}{2}d\left(M;Ox\right).F_1F_2=9$

Bán kính đường tròn nội tiếp: $r=\dfrac{S}{p}=1$

**Câu 24:** Ông Hoàng có một mảnh vườn hình Elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Ông chia mảnh vườn ra làm hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với Elip để làm mục đích sử dụng khác nhau (xem hình vẽ). Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích hình Elip được tính theo công thức $S=\pi ab$, với a, b lần lượt là nửa độ dài trục lớn và nửa độ dài trục nhỏ. Biết độ rộng của đường Elip là không đáng kể.




**A.** $T=\dfrac{2}{3}$. **B.** $T=\dfrac{3}{2}$. **C.** $T=\dfrac{1}{2}$. **D.** $T=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo đề ta có: Diện tích $\left(E\right)$ là: $S_{(E)}=\pi.a.b=30.15.\pi=450\pi,\ \left(m^2\right)$

Vì đường tròn tiếp xúc trong, nên sẽ tiếp xúc tại đỉnh của trục nhỏ, suy ra bán kính đường tròn: $R = 15m$. Diện tích hình tròn $(C)$ phần trồng cây lâu năm là: $S_{(C)} = \pi.R^2 = 15^2.\pi = 225\pi,\ (m^2)$

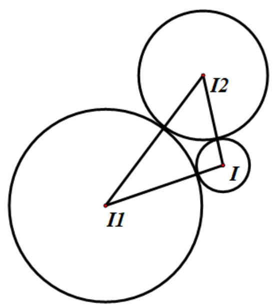
Suy ra diện tích phần trồng hoa màu là: $S = S_{(E)} - S_{(C)} = 225\pi,\ (m^2) \Rightarrow T = 1$.

**Câu 25:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ $Oxy$, cho hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9, (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ và Elip $(E)$ có phương trình $16x^2 + 49y^2 = 1$. Có bao nhiêu đường tròn $(C)$ có bán kính gấp đôi độ dài trục lớn của elip $(E)$ và $(C)$ tiếp xúc với hai đường tròn $(C_1)$, $(C_2)$?

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Ta có $16x^2 + 49y^2 = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} + \dfrac{y^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = 1 \Rightarrow (E)$ có độ dài trục lớn $2a = 2.\dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{2}$.

Khi đó đường tròn $(C)$ có bán kính là $R = 1$. Gọi $I(a;b)$ là tâm của đường tròn $(C)$.

Xét $\Delta II_1I_2$ có $\begin{cases} II_1 = R + R_1 = 1 + 3 = 4 \\ II_2 = R + R_2 = 1 + 2 = 3 \\ I_1I_2 = R_1 + R_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \Delta II_1I_2$ vuông tại $I$.

Ta có $\overrightarrow{II_1} = (-1-a; -2-b)$, $\overrightarrow{II_2} = (2-a; 2-b)$. Khi đó điểm $I$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} \overrightarrow{II_1}.\overrightarrow{II_2} = 0 \\ \left|\overrightarrow{II_2}\right| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1-a)(2-a) + (-2-b)(2-b) = 0 \\ (2-a)^2 + (2-b)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - a - 6 = 0 \\ a^2 + b^2 - 4a - 4b - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=6+a \\ 6+a-4a-4b-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=6+a \\ a=\dfrac{5-4b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{5-4b}{3}\right)^2+b^2-6-\dfrac{5-4b}{3}=0 \\ a=\dfrac{5-4b}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25b^2-28b-44=0 \\ a=\dfrac{5-4b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} b=2 \\ b=-\dfrac{22}{25} \end{array}\right. \\ a=\dfrac{5-4b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} \\ \begin{cases} a=\dfrac{71}{25} \\ b=-\dfrac{22}{25} \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy có hai phương trình đường tròn $(C)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là

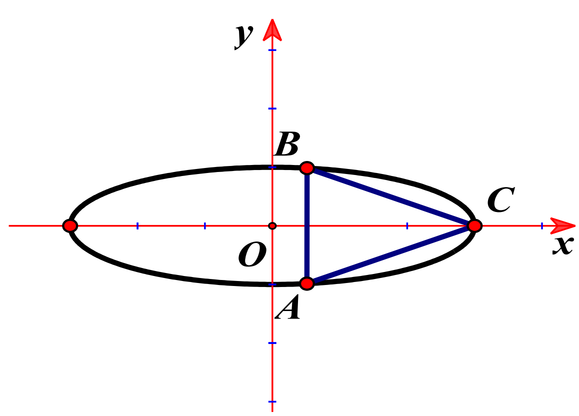
$(C):(x+1)^2+(y-2)^2=1$ hoặc $(C):\left(x-\dfrac{71}{25}\right)^2+\left(y+\dfrac{22}{25}\right)^2=1$.

**Câu 26:** Trong mặt phẳng $Oxy$, cho điểm $C(3;0)$ và elip $(E):\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$. $A,B$ là $2$ điểm thuộc $(E)$ sao cho $\triangle ABC$ đều, biết tọa độ của $A\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{c\sqrt{3}}{2}\right)$ và $A$ có tung độ âm. Khi đó $a+c$ bằng:

**A.** $2$. **B.** $0$. **C.** $-2$. **D.** $-4$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Nhận xét: Điểm $C(3;0)$ là đỉnh của elip $(E) \Rightarrow$ điều kiện cần để $\triangle ABC$ đều đó là $A,B$ đối xứng

Nhau qua $Ox$ .Suy ra $A,B$ là giao điểm của đường thẳng $\Delta : x=x_0$ và elip $(E)$.

+) Ta có elip $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=-\frac{1}{3}\sqrt{9-x^2} \\ y=\frac{1}{3}\sqrt{9-x^2} \end{array}\right.$.

+) Theo giả thiết $A$ có tung độ âm nên tọa độ của $A\left(x_0;-\frac{1}{3}\sqrt{9-x_0^2}\right)$ (điều kiện $x_0<3$ do $A\neq C$)

+) Ta có $AC=\sqrt{(3-x_0)^2+\frac{1}{9}(9-x_0^2)}$ và $d_{(C;\Delta)}=|3-x_0|$

+) $\triangle ABC$ đều $\Leftrightarrow d_{(C;\Delta)}=\frac{\sqrt{3}}{2}AC \Leftrightarrow |3-x_0|=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{(3-x_0)^2+\frac{1}{9}(9-x_0^2)}$

$\Leftrightarrow (3-x_0)^2=\frac{3}{4}\left[(3-x_0)^2+\frac{1}{9}(9-x_0^2)\right]$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x_0^2-\frac{3}{2}x_0+\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=\frac{3}{2}(t/m) \\ x_0=3(L) \end{array}\right.$

$\Rightarrow A\left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ c=-1 \end{cases} \Rightarrow a+c=2$.

**Câu 27:** Đường Hyperbol $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ có tiêu cự bằng:

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $6$.

**Lời giải.**

**Chọn D**

Ta có: $a^2=5$ và $b^2=4$ nên $c^2=a^2+b^2=9 \Rightarrow c=3$.

Vậy tiêu cự là: $2c=6$

**Câu 28:** Đường Hyperbol $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{7}=1$ có tiêu cự bằng

**A.** $6$. **B.** $2\sqrt{33}$. **C.** $3$. **D.** $9$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{7}=1$ suy ra $\begin{cases} a^2=16 \\ b^2=7 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2+b^2=23$.

Tiêu cự là $2c = 2\sqrt{23}$.

**Câu 29:** Đường Hyperbol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ có một tiêu điểm là điểm nào dưới đây?

**A.** $(-5;0)$. **B.** $(0;\sqrt{7})$. **C.** $(\sqrt{7};0)$. **D.** $(0;5)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ suy ra $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 25 \Leftrightarrow c = 5$.

Tiêu điểm $F_1(-5;0), F_2(5;0)$.

**Câu 30:** Cho điểm $M$ nằm trên Hyperbol $(H)$: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$. Nếu điểm $M$ có hoành độ bằng $12$ thì khoảng cách từ $M$ đến các tiêu điểm là bao nhiêu?

**A.** $8$. **B.** $10;6$. **C.** $4 \pm \sqrt{7}$. **D.** $14;22$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $a^2 = 16; b^2 = 20 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 36$

Vậy $a = 4; b = 2\sqrt{5}, c = 6$

Tiêu điểm $F_1(-6;0); F_2(6;0)$

$M$ có hoành độ $x = 12$ khi đó $MF_1 = \left|a + \frac{c}{a}x\right| = \left|4 + \frac{6}{4}.12\right| = 22; MF_2 = \left|a - \frac{c}{a}x\right| = \left|4 - \frac{6}{4}.12\right| = 14$

**Câu 31:** Cho điểm $M$ nằm trên Hyperbol $(H)$: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Nếu hoành độ điểm $M$ bằng 8 thì khoảng cách từ $M$ đến các tiêu điểm của $(H)$ là bao nhiêu?

**A.** $6$ và $14$. **B.** $5$ và $13$. **C.** $8 \pm \sqrt{5}$. **D.** $8 \pm 4\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $a^2 = 16; b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 25$

Vậy $a = 4; b = 3, c = 5$

Tiêu điểm $F_1(-5;0); F_2(5;0)$

$M$ có hoành độ $x=8$ khi đó $MF_1=\left|a+\frac{c}{a}x\right|=\left|4+\frac{5}{4}.8\right|=14; MF_2=\left|a-\frac{c}{a}x\right|=\left|4-\frac{5}{4}.8\right|=6$

**Câu 32:** Tâm sai của Hyperbol $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ bằng

**A.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $a^2=5, b^2=4$ suy ra $\begin{cases} c^2=5+4=9 \Rightarrow c=3 \\ a=\sqrt{5}, b=2 \end{cases}$

Tâm sai của Hyperbol là $e=\frac{c}{a}=\frac{3}{\sqrt{5}}$.

**Câu 33:** Đường Hyperbol $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{16}=1$ có tiêu cự bằng

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $12$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $a^2=20, b^2=16$ suy ra $c^2=20+16=36 \Rightarrow c=6$.

Khi đó Hyperbol có tiêu cự là $2c=12$.

**Câu 34:** Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{12}=1$?

**A.** $x+8=0$. **B.** $x-\frac{3}{4}=0$. **C.** $x+2=0$. **D.** $x+\frac{5\sqrt{2}}{2}=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{12}=1$ suy ra $a=\sqrt{20}=2\sqrt{5}; b=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\Rightarrow c=\sqrt{b^2+c^2}=4\sqrt{2} \Rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

Khi đó đường chuẩn của Hyperbol $x\pm\frac{a}{e}=0\Leftrightarrow x\pm\frac{5\sqrt{2}}{2}=0$.

**Câu 35:** Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{15}=1$?

**A.** $x+4\sqrt{5}=0$. **B.** $x+4=0$. **C.** $x-\frac{4\sqrt{35}}{7}=0$. **D.** $x+2=0$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{15}=1$ suy ra $a=2\sqrt{5};b=\sqrt{15}\Rightarrow c=\sqrt{35}\Rightarrow e=\frac{\sqrt{7}}{2}$

Khi đó đường chuẩn của Hyperbol $x\pm\frac{4\sqrt{35}}{7}=0$.

Khi đó đường chuẩn của Hyperbol $x\pm\frac{2\sqrt{5}}{\frac{2\sqrt{10}}{5}}$.

**Câu 36:** Điểm nào trong 4 điểm $M(5;0),N(10;3),P(5;3),Q(5;4)$ nằm trên một đường tiệm cận của hyperbol $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$?

**A.** $M$. **B.** $N$. **C.** $P$. **D.** $Q$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1\Rightarrow a=5;b=3\Rightarrow TC:\mathrm{y}=\pm\frac{3}{5}x.$

Vậy $P\in y=\frac{5}{3}x$.

**Câu 37:** Tìm góc giữa 2 đường tiệm cận của hyperbol $\frac{x^2}{3}-y^2=1$.

**A.** $30^\circ$. **B.** $60^\circ$. **C.** $45^\circ$. **D.** $90^\circ$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$\frac{x^2}{3}-y^2=1\Rightarrow a=\sqrt{3};b=1\Rightarrow TC:y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x\Rightarrow k_1=\frac{\sqrt{3}}{3};k_2=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \tan\alpha = \left|\dfrac{k_1 - k_2}{1 + k_1k_2}\right| = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

**Câu 38:** Hyperbol $(H)$ có 2 đường tiệm cận vuông góc nhau thì có tâm sai bằng bao nhiêu?

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hyperbol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1\ (a > 0, b > 0)$.

Hai đường tiệm cận của $(H)$ có phương trình là $y = \dfrac{b}{a}x$ và $y = -\dfrac{b}{a}x$.

Do hai đường tiệm cận vuông góc với nhau nên ta có

$\dfrac{b}{a}.\left(-\dfrac{b}{a}\right) = -1 \Leftrightarrow \dfrac{b^2}{a^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = b^2 = 1 \Rightarrow c^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2}.$

Vậy tâm sai của $(H)$ là $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$.

**Câu 39:** Tìm phương trình chính tắc của Hypebol $(H)$ biết nó có tâm sai bằng $2$ và tiêu cự bằng $4$

**A.** $\dfrac{x^2}{3} - y^2 = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{y^2}{4} = 1$. **C.** $\dfrac{x^2}{6} - \dfrac{y^2}{5} = 1$. **D.** $x^2 - \dfrac{y^2}{3} = 1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hyperbol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1\ (a > 0, b > 0)$.

Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} \dfrac{c}{a} = 2 \\ 2c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow b = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

Vậy $(H)$ có phương trình là $\dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - \dfrac{y^2}{3} = 1$.

**Câu 40:** Tìm phương trình chính tắc của Hypebol $(H)$ biết nó có một đường chuẩn là $2x+\sqrt{2}=0$.

**A.** $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $x^2-y^2=1$. **C.** $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$. **D.** $x^2-\frac{y^2}{2}=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hyperbol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0, b>0)$.

Ta có $2x+\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow x=-\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{a}{e}=-\frac{a^2}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{c}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Xét phương án A, ta có

$a^2=1, c=\sqrt{5} \Rightarrow \frac{a^2}{c}=\frac{1}{\sqrt{5}}$

Vậy phương án A không thỏa mãn.

Xét phương án B, ta có

$a^2=b^2=1 \Rightarrow c^2=2 \Rightarrow c=\sqrt{2} \Rightarrow \frac{a^2}{c}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

Vậy phương án B thỏa mãn.

Xét phương án C, ta có

$a^2=b^2=2 \Rightarrow c^2=4 \Rightarrow c=2 \Rightarrow \frac{a^2}{c}=1$

Vậy phương án C sai.

Tương tự, phương án D cũng sai.

**Câu 41:** Tìm phương trình chính tắc của Hypebol $(H)$ biết nó đi qua điểm $(2;1)$ và có một đường chuẩn là $x+\frac{2}{\sqrt{3}}=0$

**A.** $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $x^2-\frac{y^2}{2}=1$. **C.** $\frac{x^2}{2}+y^2=1$. **D.** $\frac{x^2}{2}-y^2=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương án A và D không đi qua điểm $(2;1)$ nên loại.

Phương án C là phương trình của Elip nên loại.

Vậy phương án D đúng.

**Câu 42:** Tìm phương trình chính tắc của Hypebol $(H)$ biết nó có trục thực dài gấp đôi trục ảo và có tiêu cự bằng $10$.

**A.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{10}=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hyperbol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0, b>0)$.

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases} a=2b \\ 2c=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ \sqrt{a^2+b^2}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ \sqrt{5b^2}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ b=\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2\sqrt{5} \\ b=\sqrt{5} \end{cases}.$$

Vậy phương trình $(H)$ là $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1.$

**Câu 43:** Tìm phương trình chính tắc của Hypebol $(H)$ biết nó tiêu điểm là $(3;0)$ và một đường tiệm cận có phương trình là $\sqrt{2}x+y=0$.

**A.** $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1$. **C.** $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{2}=1$. **D.** $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{8}=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hyperbol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0, b>0)$.

Do $(H)$ có một tiêu điểm là $(3;\ 0)$ nên $c=3$.

Đường tiệm cận $\sqrt{2}x+y=0 \Leftrightarrow y=-\sqrt{2}x \Rightarrow \frac{b}{a}=\sqrt{2} \Rightarrow b=\sqrt{2}a$.

Vậy ta có

$$\begin{cases} b=\sqrt{2}a \\ \sqrt{a^2+b^2}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\sqrt{2}a \\ \sqrt{3a^2}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\sqrt{6} \\ a=\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow (H): \frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1.$$

Suy ra phương án B đúng.

**Câu 44:** Tìm phương trình chính tắc của Hypebol $(H)$ biết nó tiêu điểm là $(\sqrt{10};0)$ và một đường tiệm cận có phương trình là $3x+y=0$.

**A.** $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{6}=1$. **C.** $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $-x^2+\frac{y^2}{9}=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hyperbol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$.

Do $(H)$ có một tiêu điểm là $(\sqrt{10};0)$ nên $c=\sqrt{10}$.

Đường tiệm cận $3x+y=0 \Leftrightarrow y=-3x \Rightarrow \frac{b}{a}=3 \Rightarrow b=3a$.

Vậy ta có

$$\begin{cases} b=3a \\ \sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3a \\ \sqrt{10a^2}=\sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow (H): \frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{9}=1.$$

Suy ra phương án B đúng.

**Câu 45:** Tìm phương trình chính tắc của Hypebol $(H)$ mà hình chữ nhật cơ sở có một đỉnh là $(2;3)$

**A.** $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{-3}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hyperbol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$.

Một đỉnh hình chữ nhật cơ sở là $(2;3) \Rightarrow a=2, b=3$.

Vậy phương án D đúng.

**Câu 46:** Tìm phương trình chính tắc của Hypebol $(H)$ biết nó có một đường tiệm cận là $x-2y=0$ và hình chữ nhật cơ sở của nó có diện tích bằng $24$.

**A.** $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{12}=1$. **C.** $\frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{12}=1$. **D.** $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{48}=1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hyperbol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0, b>0)$.

Tiệm cận $x-2y=0 \Leftrightarrow y=\frac{x}{2} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{1}{2}\quad (1)$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở bằng $24 \Leftrightarrow 2a.2b=24 \Leftrightarrow a.b=6\ (2)$.

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $\begin{cases} a=2b \\ a.b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2\sqrt{3} \\ b=\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow (H): \frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{3}=1$.

**Câu 47:** Tìm phương trình chính tắc của Hypebol $(H)$ biết nó đi qua điểm là $(5;4)$ và một đường tiệm cận có phương trình là $x+y=0$.

**A.** $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $x^2-y^2=9$. **C.** $x^2-y^2=1$. **D.** $x^2-y^2=3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hyperbol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0, b>0)$.

Đường tiệm cận $x+y=0 \Leftrightarrow y=-x \Rightarrow \frac{b}{a}=1 \Leftrightarrow a=b\ (1)$.

Hyperbol đi qua điểm $(5;4) \Rightarrow \frac{25}{a^2}-\frac{16}{b^2}=1\ (2)$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a=b \\ \frac{25}{a^2}-\frac{16}{b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow (H): \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow x^2-y^2=9.$$

**Câu 48:** Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(1;2)$.

**A.** $y^2=4x$. **B.** $y^2=2x$. **C.** $y=2x^2$. **D.** $y=x^2+2x-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2=2px$

$A(1;2)\in(P) \Rightarrow 2p=4$

Vậy phương trình $(P): y^2 = 4x$.

**Câu 49:** Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(5;2)$.

**A.** $y = x^2 - 3x - 12$. **B.** $y = x^2 - 27$. **C.** $y^2 = \frac{4x}{5}$. **D.** $y^2 = 5x - 21$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

$A(5;2) \in (P) \Rightarrow 2p = \frac{4}{5}$

Vậy phương trình $(P): y^2 = \frac{4}{5}x$.

**Câu 50:** Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm $F(2;0)$.

**A.** $y^2 = 2x$. **B.** $y^2 = 4x$. **C.** $y^2 = 8x$. **D.** $y = \frac{1}{6}x^2$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Tiêu điểm $F(2;0) \Rightarrow p = 4$

Vậy, phương trình parabol $y^2 = 8x.$

**Câu 51:** Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm $F(5;0)$.

**A.** $y^2 = 5x$. **B.** $y^2 = 10x$. **C.** $y^2 = \frac{1}{5}x$. **D.** $y^2 = 20x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Ta có: tiêu điểm $F(5;0) \Rightarrow p = 5 \Rightarrow 2p = 10$

Vậy $(P): y^2 = 10x$.

**Câu 52:** Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình $x + 1 = 0$.

**A.** $y^2 = 2x$. **B.** $y^2 = 4x$. **C.** $y = 4x^2$. **D.** $y^2 = 8x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Đường chuẩn $x + 1 = 0$ suy ra $\frac{p}{2} = 1 \Rightarrow 2p = 4 \Rightarrow y^2 = 4x$.

Vậy $y^2 = 4x$.

**Câu 53:** Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình $x + \frac{1}{4} = 0$.

**A.** $y^2 = -x$. **B.** $y^2 = x$. **C.** $y^2 = 2x$. **D.** $y^2 = \frac{1}{2}x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Parabol có đường chuẩn $x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow (P): y^2 = x$.

Vậy $y^2 = x$.

**Câu 54:** Cho Parabol $(P)$ có phương trình chính tắc $y^2 = 4x$. Một đường thẳng đi qua tiêu điểm $F$ của $(P)$ cắt $(P)$ tại 2 điểm $A$ và $B$. Nếu $A(1;2)$ thì tọa độ của $B$ bằng bao nhiêu?

**A.** $(4;4)$. **B.** $(2;2\sqrt{2})$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

$(P)$ có tiêu điểm $F(1;0)$.

Đường thẳng $AF: x = 1$.

Đường thẳng $AF$ cắt parabol tại $B(1;-2)$.

Vậy $B(1;2)$.

**Câu 55:** Một điểm $A$ thuộc Parabol $(P)$: $y^2=4x$. Nếu khoảng cách từ $A$ đến đường chuẩn bằng $5$ thì khoảng cách từ $A$ đến trục hoành bằng bao nhiêu?

**A.** $3$. **B.** $8$. **C.** $5$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $A\in(P)\Rightarrow A\left(m^2;2m\right)$, đường chuẩn $\Delta: x=-1$

Khoảng cách từ A đến đường chuẩn $d\left(A,\Delta\right)=\left|m^2+1\right|=m^2+1=5 \Rightarrow m^2=4$

Vậy khoảng cách từ A đến trục hoành bằng $|2m|=4$.

**Câu 56:** Một điểm $M$ thuộc Parabol $(P)$: $y^2=x$. Nếu khoảng cách từ $M$ đến tiêu điểm $F$ của $(P)$ bằng $1$ thì hoành độ của điểm $M$ bằng bao nhiêu?

**A.** $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$M\in(P): y^2=x\Rightarrow M\left(m^2;m\right)$

$(P)$ có tiêu điểm $F\left(\frac{1}{4};0\right)$

$$MF^2=\left(m^2-\frac{1}{4}\right)^2+m^2=1\Leftrightarrow m^4+\frac{1}{2}m^2-\frac{15}{16}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2=\frac{3}{4} \\ m^2=-\frac{5}{4}\end{array}\right.$$

Vậy hoành độ điểm $M$ là $\frac{3}{4}$.

**Câu 57:** Cho $M$ là một điểm thuộc Parabol $(P): y^2=64x$ và $N$ là một điểm thuộc đường thẳng $d: 4x+3y+46=0$. Xác định $M,N$ để đoạn $MN$ ngắn nhất.

**A.** $M(-9;24), N(5;-22)$ **B.** $M(-9;24), N\left(-\frac{37}{5};\frac{126}{5}\right)$

**C.** $M(9;-24), N\left(-5;\frac{-26}{3}\right)$ **D.** $M(9;-24), N\left(\frac{37}{5};-\frac{126}{5}\right)$

**Lời giải.**

**Chọn D**

$M\in(P)\Rightarrow M(m^2;8m)$

$d(M;d)=\dfrac{|4m^2+24m+46|}{5}=\dfrac{|(2m+6)^2+10|}{5}\geq 2$

$d(M,d)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $m=-3$ $\Rightarrow M(9;-24)$

$N$ là hình chiếu của $M$ lên đường thẳng $d$

Đường thẳng $MN: 3x-4y-123=0$

$N$ là giao điểm $MN$ và $d$ suy ra $N\left(\dfrac{37}{5};-\dfrac{126}{5}\right)$.

**Câu 58:** Cho parabol $(P): y^2=4x$ và đường thẳng $d: 2x-y-4=0$. Gọi $A,B$ là giao điểm của $d$ và $(P)$. Tìm tung độ dương của điểm $C\in(P)$ sao cho $\Delta ABC$ có diện tích bằng $12$.

**A.** $3$ **B.** $6$ **C.** $2$ **D.** $4$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $d$ cắt $(P)$ tại $A(4;4); B(1;-2)$

$C\in(P)\Rightarrow C(c^2;2c)$

$\overrightarrow{AC}=(c^2-4;2c-4)$

$\overrightarrow{BC}=(c^2-1;2c+2)$

Diện tích tam giác $ABC$: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\left|(c^2-4)(2c+2)-(c^2-1)(2c-4)\right|=12$

$|6c^2-6c-12|=24\Rightarrow\left[\begin{array}{l}c=-2\\c=3\end{array}\right.$

Vậy tung độ của điểm $C$ dương là $6.$

**Câu 59:** Cho parabol $(P): y^2=x$ và đường thẳng $d: x-y-2=0$. Gọi $A,B$ là giao điểm của $d$ và $(P)$. Tìm tung độ điểm $C\in(P)$ sao cho $\Delta ABC$ đều.

**A.** $\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2}$ **B.** $\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2}$

**C.** $\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$ **D.** Không tồn tại điểm C

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của $d$ và $(P)$: $(x-2)^2 = x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$ $\Rightarrow A(1;-1), B(4;2)$

$C \in (P) \Rightarrow C(c^2;c)$

$AB = 3\sqrt{2}$, $AC = \sqrt{(c^2-1)^2+(c+1)^2}$, $BC = \sqrt{(c^2-4)^2+(c-2)^2}$

$AC = BC \Rightarrow 6c^2 + 6c - 18 = 0$ $\Rightarrow c = \dfrac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

So với điều kiện $AC = 3\sqrt{2}$ ta thấy không có giá trị $c$ thoả.

Vậy không tồn tại điểm C thoả đề.

**Câu 60:** Cho Parabol $(P): y^2 = 2x$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 6 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa $\Delta$ và $(P)$.

**A.** $d_{\min} = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ **B.** $d_{\min} = 2$ **C.** $d_{\min} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ **D.** $d_{\min} = 4$

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi $M \in (P) \Rightarrow M(2m^2;2m)$

$d(M;\Delta) = \dfrac{|2m^2 - 4m + 6|}{\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}\left|(m-1)^2 + 2\right| \geq \dfrac{4}{\sqrt{5}}$.

## ▪Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai

**Câu 1:** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng $6$

b) $9x^2 + 25y^2 = 225$ có tiêu cự bằng $8$

c) $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng $\sqrt{41}$

d) $4x^2 - 9y^2 = 36$ có tiêu cự bằng $\sqrt{13}$

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai**

a) $F_1(-3;0), F_2(3;0), F_1F_2 = 2c = 6$

b) $F_1(-4;0), F_2(4;0), F_1F_2=2c=8$.

c) $F_1(-\sqrt{41};0), F_2(\sqrt{41};0), F_1F_2=2c=2\sqrt{41}$.

d) $F_1(-\sqrt{13};0), F_2(\sqrt{13};0), F_1F_2=2c=2\sqrt{13}$.

**Câu 2:** Xác định tiêu điểm và đường chuẩn của mỗi parabol sau:

a) $y^2=3x$ có tiêu điểm là $F\left(\frac{3}{4};0\right)$.

b) $y^2=3x$ có đường chuẩn là $\Delta: x=\frac{3}{4}$.

b) $y^2=2x$ có tiêu điểm là $F(2;0)$.

d) $y^2=2x$ có đường chuẩn là $\Delta: x=\frac{-1}{2}$.

**Lời giải**

**a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng**

a) $y^2=3x$ có tiêu điểm là $F\left(\frac{3}{4};0\right)$.

b) $y^2=3x$ có đường chuẩn là $\Delta: x=\frac{-3}{4}$.

b) $y^2=2x$ có tiêu điểm là $F\left(\frac{1}{2};0\right)$.

d) $y^2=2x$ có đường chuẩn là $\Delta: x=\frac{-1}{2}$.

**Câu 3:** Cho elip $(E)$ có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, đi qua điểm $A(2;0)$ và có một tiêu điểm $F_2(\sqrt{2};0)$. Khi đó:

a) Tiêu cự của elip $(E)$ bằng $\sqrt{2}$

b) Điểm $B\left(0;\sqrt{2}\right)$ thuộc elip $(E)$

c) $a=2$

d) $a^2-b^2=2$

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng**

Có $A\in(E)\Leftrightarrow\frac{2^2}{a^2}+\frac{0^2}{b^2}=1\Leftrightarrow a^2=4$. Elip (E) có tiêu điểm $F_2(\sqrt{2};0)\Rightarrow c=\sqrt{2}$

mà $c=\sqrt{a^2-b^2}\Rightarrow\sqrt{2}=\sqrt{4-b^2}\Rightarrow b^2=2$. Vậy elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.

**Câu 4:** Cho elip $(E)$ có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$, đi qua hai điểm $M(5;\sqrt{2})$ và $N(0;2)$. Khi đó:

a) Điểm $B(0;-2)$ thuộc elip $(E)$

b) $a^2=50$

c) $b=4$

d) Điểm $I(1;0)$ nằm bên trong elip $(E)$

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng**

Ta có: $\begin{cases}M\in(E)\\N\in(E)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{5^2}{a^2}+\frac{(\sqrt{2})^2}{b^2}=1\\\frac{0^2}{a^2}+\frac{2^2}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=50\\b^2=4\end{cases}$. Vậy elip $(E):\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{4}=1$.

**Câu 5:** Cho hypebol $(H)$ có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$, đi qua điểm $A(\sqrt{3};0)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$. Khi đó:

a) Tiêu cự bằng $2$

b) $a=\sqrt{3}$

c) $b^2=2$

d) Điểm $B(0;1)$ thuộc hypebol $(H)$

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai**

Có $A\in(H)\Leftrightarrow\frac{(\sqrt{3})^2}{a^2}-\frac{0^2}{b^2}=1\Leftrightarrow a^2=3$.

Hypebol $(H)$ có tiêu điểm $F_1(-2;0)\Rightarrow c=2$ mà $c=\sqrt{a^2+b^2}\Rightarrow 2=\sqrt{3+b^2}\Rightarrow b^2=1$.

Vậy hypebol $(H):\frac{x^2}{3}-y^2=1$.

**Câu 6:** Cho parabol $(P)$ có dạng: $y^2=2px(p>0)$, đi qua điểm $A\left(\frac{3}{4};-9\right)$. Khi đó:

a) $x = 54$ là phương trình đường chuẩn parabol $(P)$

b) parabol $(P)$ đi qua điểm $B\left(1; 6\sqrt{3}\right)$

c) parabol $(P)$ đi qua điểm $B\left(1; -6\sqrt{3}\right)$

d) parabol $(P)$ cắt đường thẳng $y = x + 1$ tại hai điểm

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng**

Gọi phương trình parabol $(P)$ có dạng: $y^2 = 2px (p > 0)$.

Có $A \in (P) \Leftrightarrow (-9)^2 = 2 \cdot p \cdot \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow 2p = 108$. Vậy parabol $(P): y^2 = 108x$.

**Câu 7:** Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Khi đó:

a) Điểm $A(4;0)$ thuộc elip $(E)$.

b) Tiêu cự elip $(E)$ bằng $\sqrt{7}$

c) Elip $(E)$ có tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{7};0)$, $F_2(2\sqrt{7};0)$

d) Cho $M$ là điểm thuộc $(E)$ thoả mãn $MF_1 + 2MF_2 = 11$. Khi đó $2MF_1 + MF_2 = 13$.

**Lời giải**

**a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng**

a) Điểm $A(4;0)$ thuộc elip $(E)$.

b) Ta có: $c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 9 = 7$. Suy ra $c = \sqrt{7}$.

Elip $(E)$ có tiêu cự $2c = 2\sqrt{7}$

c) Elip $(E)$ có tiêu điểm $F_1(-\sqrt{7};0)$, $F_2(\sqrt{7};0)$

d) Ta có: $MF_1 + MF_2 = 2a = 2 \cdot 4 = 8$.

Suy ra $3MF_1 + 3MF_2 = 24$ hay $(2MF_1 + MF_2) + (MF_1 + 2MF_2) = 24$.

Vì $MF_1 + 2MF_2 = 11$ nên $2MF_1 + MF_2 = 24 - 11 = 13$.

**Câu 8:** Cho elip $(E)$ có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, đi qua các điểm $A(7;0)$ và $B(0;5)$. Khi đó:

a) $a^2 = 7$

b) $a^2 - b^2 = 6$

c) Điểm $C(1;1)$ nằm bên trong elip $(E)$

d) Tiêu cự của elip bằng $2\sqrt{6}$

**Lời giải**

**a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng**

Vì elip $(E)$ đi qua các điểm $A(7;0)$ và $B(0;5)$ nên $\begin{cases} \frac{7^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1 \\ \frac{0^2}{a^2} + \frac{5^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 49 \\ b^2 = 25 \end{cases}$

Vậy phương trình chính tắc của đường elip $(E)$ là: $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$.

**Câu 9:** Cho elip $(E)$ có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, có một tiêu điểm là $F_1(-5;0)$ và đi qua điểm $P(6;0)$. Khi đó:

a) $a^2 = 36$

b) $b^2 = 11$

c) Tiêu cự của elip bằng $5$

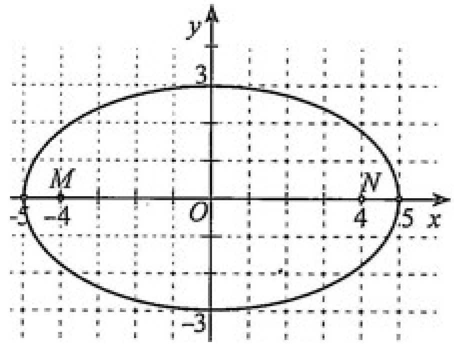
d) Điểm $C(1;1)$ nằm bên trong elip $(E)$

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng**

Vì elip $(E)$ đi qua điểm $P(6;0)$ nên $\frac{6^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 36$. Vì elip $(E)$ có một tiêu điểm là $F_1(-5;0)$ nên $c = 5$ và $b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 25 = 11$. Vậy phương trình chính tắc của đường elip $(E)$ là: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$.

**Câu 10:** Trước một tòa nhà, người ta làm một cái hồ bơi có dạng hình elip với độ dài hai bán trục lần lượt là $3m$ và $5m$. Xét hệ trục tọa độ $Oxy$ (đơn vị trên các trục là mét) có hai trục tọa độ chứa hai trục của elip, gốc tọa độ $O$ là tâm của elip (hình)




Khi đó:

a) Phương trình chính tắc của đường elip là: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

b) Xét các điểm $M,N$ cùng thuộc trục lớn của elip và đều cách $O$ một khoảng bằng $4m$ về hai phía của $O$. Tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến $M$ và $N$ luôn bằng $10m$

c) Một người đứng ở vị trí $P$ cách $O$ một khoảng bằng $6m$. Người đó đứng ở trong hồ

d) Xét vị trí $C$ trên mép hồ cách trục lớn một khoảng bằng $2m$. Khi đó vị trí $C$ cách trục nhỏ một khoảng bằng $\frac{5}{3}m$

## Lời giải

**a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai**

a) Phương trình chính tắc của đường elip là: $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

b) Ta có: $a=5, b=3$ nên $c^2=a^2-b^2=25-9=16$, suy ra $c=4$.

Các tiêu điểm của elip có toạ độ là $(-4;0)$ và $(4;0)$.

Vậy $M$ và $N$ chính là các tiêu điểm của elip. Vì vậy, tổng khoảng cách từ mọi điểm trên đường elip đến $M$ và $N$ luôn bằng $2a=10m$ không đổi.

c) Gọi giao điểm của đường thẳng $OP$ và elip là $Q$.

Vì độ dài bán trục lớn là $5m$ nên $OQ\le 5$. Suy ra $OQ<OP=6m$.

Vậy vị trí $P$ ở ngoài hồ.

d) Giả sử $C(x_0;y_0)$. Ta có: $\begin{cases}\frac{x_0^2}{25}+\frac{y_0^2}{9}=1\\ |y_0|=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{x_0^2}{25}+\frac{4}{9}=1\\ |y_0|=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}|x_0|=\frac{5\sqrt{5}}{3}\\ |y_0|=2\end{cases}$

Vậy $C$ cách trục nhỏ một khoảng bằng $\frac{5\sqrt{5}}{3}m$.

**Câu 11:** Cho hypebol $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$. Khi đó:

a) Điểm $A(3;0)$ nằm trên hypebol

b) Hypebol $(H)$ có tiêu cự $4\sqrt{5}$

c) Hypebol $(H)$ có toạ độ hai tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{5};0)$; $F_2(2\sqrt{5};0)$

d) Hypebol $(H)$ cắt đường thẳng $y = 1$ tại hai điểm

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng**

Ta có: $c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 16 = 20$. Suy ra $c = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Hypebol $(H)$ có tiêu cự $2c = 4\sqrt{5}$

Hypebol $(H)$ có toạ độ hai tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{5};0)$; $F_2(2\sqrt{5};0)$

**Câu 12:** Cho hypebol $(H)$ có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, đi qua các điểm $M(3;-2), N(-3\sqrt{3};4)$. Khi đó:

a) $a^2 = 2$

b) $b^2 = 3$

c) Hypebol $(H)$ đi qua điểm $A(3;2)$

d) Tiêu cự Hypebol $(H)$ bằng $2\sqrt{5}$

**Lời giải**

**a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng**

Vì hypebol $(H)$ đi qua các điểm $M(3;-2), N(-3\sqrt{3};4)$ nên

$$\begin{cases} \frac{3^2}{a^2} - \frac{(-2)^2}{b^2} = 1 \\ \frac{(-3\sqrt{3})^2}{a^2} - \frac{4^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 \cdot \frac{1}{a^2} - 4 \cdot \frac{1}{b^2} = 1 \\ 27 \cdot \frac{1}{a^2} - 16 \cdot \frac{1}{b^2} = 1. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a^2} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{b^2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình chính tắc của đường hypebol $(H)$ là: $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$.

**Câu 13:** Cho hypebol $(H)$ có dạng: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 (a>0,b>0)$, có một tiêu điểm là $F_1(-10;0)$ và đi qua điểm $P(8;0)$. Khi đó:

a) $a^2=64$

b) Tiêu cự hypebol $(H)$ bằng $20$

c) $b^2=36$

d) Hypebol $(H)$ đi qua điểm $B(1;\sqrt{10})$

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai**

Vì hypebol $(H)$ đi qua điểm $P(8;0)$ nên $\frac{8^2}{a^2}-\frac{0^2}{b^2}=1 \Rightarrow a^2=64$.

(H) có một tiêu điểm là $F_1(-10;0)$ nên $c=10$ và $b^2=c^2-a^2=100-64=36$.

Vậy phương trình chính tắc của đường hypebol $(H)$ là: $\frac{x^2}{64}-\frac{y^2}{36}=1$.

**Câu 14:** Cho parabol $(P): y^2=16x$. Khi đó:

a) Tham số tiêu $p=8$.

b) Tiêu điểm của $(P)$ là $F(4;0)$

c) Phương trình đường chuẩn $\Delta$ là $x=-4$.

d) $M$ là điểm thuộc parabol $(P)$ có hoành độ 5. Khi đó $MF=5$.

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai**

Ta có: $2p=16$, suy ra tham số tiêu $p=8$.

Tiêu điểm của $(P)$ là $F(4;0)$, phương trình đường chuẩn $\Delta$ là $x=-4$.

Ta có: $MF=d(M,\Delta)=5+4=9$.

**Câu 15:** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) Parabol $(P)$ có tham số tiêu là 0,8 có phương trình chính tắc của đường parabol $(P)$ là: $y^2=1,6x$.

b) $\text{Parabol}(P)$ đi qua điểm $A(3;6)$ có phương trình chính tắc của đường parabol $(P)$ là: $y^2=12x$.

c) Parabol $(P)$ có tiêu điểm $F(5;0)$ có phương trình chính tắc của đường parabol $(P)$ là: $y^2 = 10x$.

d) Parabol $(P)$ có đường chuẩn $x = \frac{-1}{4}$ có phương trình chính tắc của đường parabol $(P)$ là: $y^2 = -\frac{1}{4}x$.

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai**

Phương trình chính tắc của đường parabol $(P): y^2 = 2px (p > 0)$.

a) Vì $p = 0,8$ nên $2p = 1,6$.

Vậy phương trình chính tắc của đường parabol $(P)$ là: $y^2 = 1,6x$.

b) Vì parabol $(P)$ đi qua điểm $A(3;6)$ nên $6^2 = 2p.3$, suy ra $p = 6$.

Vậy phương trình chính tắc của đường parabol $(P)$ là: $y^2 = 12x$.

c) Vì parabol $(P)$ có tiêu điểm $F(5;0)$ nên $\frac{p}{2} = 5$, suy ra $p = 10$.

Vậy phương trình chính tắc của đường parabol $(P)$ là: $y^2 = 20x$.

d) Vì parabol $(P)$ có đường chuẩn $x = \frac{-1}{4}$ nên $\frac{p}{2} = \frac{1}{4}$, suy ra $p = \frac{1}{2}$. Vậy phương trình chính tắc của đường parabol $(P)$ là: $y^2 = x$.

**Câu 16:** Elip $(E)$ có tiêu điểm là $F(-\sqrt{3};0)$ và đi qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Khi đó:

a) Tiêu cự elip $(E)$ bằng $2\sqrt{3}$

b) Elip $(E)$ đi qua điểm $A(0;1)$

c) Elip $(E)$ đi qua điểm $B(2;0)$

d) Elip $(E)$ cắt đường thẳng $y = 3$ tại hai điểm phân biệt

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai**

Gọi phương trình chính tắc elip $(E)$: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$.

$(E)$ có một tiêu điểm là $F(-\sqrt{3};0) \Rightarrow c = \sqrt{3}; (E)$ lại qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1$. Ta có hệ: $\begin{cases} a^2-b^2=3 \\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=b^2+3 \\ \dfrac{1}{b^2+3}+\dfrac{3}{4b^2}=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2=b^2+3 \\ 4b^2+3b^2+9=4b^2\left(b^2+3\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=b^2+3 \\ 4b^4+5b^2-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ b^2=1 \end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc elip là $(E):\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

**Câu 17:** Cho $(P):y^2=6x$. Khi đó:

a) Tham số tiêu bằng $p=6$

b) Tọa độ tiêu điểm là $F\left(\dfrac{3}{2};0\right)$.

c) Phương trình đường chuẩn $\Delta:x=\dfrac{3}{2}$.

d) Đi qua điểm $A(6;6)$

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng**

Phương trình chính tắc $(P)$ có dạng $y^2=2px\Rightarrow 2p=6\Rightarrow p=3$.

Tọa độ tiêu điểm là $F\left(\dfrac{3}{2};0\right)$. Phương trình đường chuẩn $\Delta:x=-\dfrac{3}{2}$.

**Câu 18:** Cho các elip $(E):\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$, $\left(E'\right):\dfrac{x^2}{6}+2y^2=1$ và đường thẳng $\Delta:x+2y-2=0$. Khi đó:

a) Tiêu cự của elip $(E)$ bằng $2\sqrt{3}$

b) Biết $\Delta$ cắt $(E)$ tại hai điểm $A,B$ khi đó $AB=\sqrt{5}$

c) Tiêu cự của elip $(E')$ bằng $\sqrt{6}$

d) $(E')$ cắt $(E)$ tại hai điểm

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai**

Tọa độ giao điểm của $\Delta$ với $(E)$ nếu có là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+2y-2=0 \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y+2 \\ \dfrac{(-2y+2)^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y+2 \\ 4y^2-8y+4+4y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

Vậy $\Delta$ cắt $(C)$ tại hai điểm có tọa độ: $(0;1),(2;0)$.

Tọa độ giao điểm của hai elip nếu có là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \\ \dfrac{x^2}{6}+2y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=3 \\ y^2=\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm\sqrt{3} \\ y=\dfrac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x=\pm\sqrt{3} \\ y=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy hai elip cắt nhau tại bốn điểm có tọa độ: $\left(\pm\sqrt{3};\dfrac{1}{2}\right),\left(\pm\sqrt{3};-\dfrac{1}{2}\right)$.

**Câu 19:** Cho $(E): x^2+4y^2=4$. Khi đó:

a) Tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0); F_2(\sqrt{3};0)$.

b) Đường thẳng đi qua một tiêu điểm của $(E)$ và song song với trục $Oy$ cắt (E) tại 2 điểm $M,N$. Độ dài đoạn thẳng $MN$ bằng $MN=2$

c) Khi $-5\le k\le 5$ thì đường thẳng $\Delta: y=x+k$ có điểm chung với Elip

d) Cho $M$ tùy ý thuộc (E). Khi đó $1\le OM\le 2$.

**Lời giải**

**a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng**

a) $(E): x^2+4y^2=4 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

Ta có $a^2=4, b^2=1 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=3$. Vậy $a=2, b=1, c=\sqrt{3}$.

Tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0); F_2(\sqrt{3};0)$.

b) Do Elip có tính đối xứng nên đường thẳng qua tiêu điểm $F_1$ hoặc $F_2$ song song với trục tung cắt (E) tại 2 điểm có tung độ đối nhau. Xét phương trình đường thẳng (d) đi qua tiêu điểm $F_2$ và song song với trục tung. $\Rightarrow (d): x=\sqrt{3}$

Tọa độ giao điểm của $(d)$ và (E) là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ x^2+4y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y^2=\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\pm\dfrac{1}{2} \end{cases}.$

Vậy $M\left(\sqrt{3};-\dfrac{1}{2}\right), N\left(\sqrt{3};\dfrac{1}{2}\right)$. Vậy $MN=2|y_M|=1$.

c) Tọa độ giao điểm của $(\Delta): y=x+k$ và (E) là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} y=x+k \\ x^2+4y^2=4 \end{cases} \Rightarrow x^2+4(x+k)^2=4 \Leftrightarrow x^2+4\left(x^2+2kx+k^2\right)=4$

$\Leftrightarrow 5x^2+8kx+4k^2-4=0 \ (1)$

$\Delta'=(4k)^2-5\left(4k^2-4\right)=-4k^2+20.$

Để $\Delta$ cắt (E) thì phương trình (1) có nghiệm:

$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -4k^2+20 \geq 0 \Leftrightarrow k^2 \leq 5 \Leftrightarrow -\sqrt{5} \leq k \leq \sqrt{5}$

d) Gọi $M(x_M;y_M) \in (E) \Rightarrow \dfrac{x_M^2}{4}+y_M^2=1$.

Ta lại có $OM^2=x_M^2+y_M^2$. Vậy $OM^2=x_M^2+1-\dfrac{x_M^2}{4}=1+\dfrac{3}{4}x_M^2$

Do $M \in (E) \Rightarrow -2 \leq x_M \leq 2 \Leftrightarrow x_M^2 \leq 4 \Leftrightarrow \dfrac{3}{4}x_M^2 \leq 3$

$\Rightarrow 1 \leq OM^2=1+\dfrac{3}{4}x_M^2 \leq 4 \Leftrightarrow 1 \leq OM \leq 2$

**Câu 20:** Cho Elip $(E): 9x^2+25y^2=225$. Khi đó:

a) Tiêu cự bằng $8$

b) Có hai điểm $M \in (E)$ biết $x_M=4$.

c) Có hai điểm $M \in (E)$ nhìn 2 tiêu điểm dưới 1 góc vuông.

d) Có bốn điểm $M \in (E)$ sao cho $MF_1=3MF_2$.

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai**

a) $(E): 9x^2+25y^2=225 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$

$a^2=25, b^2=9 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=16 \Rightarrow a=5, b=3, c=4$

Tiêu điểm $F_1(-4;0), F_2(4,0)$, tiêu cự $F_1F_2=2c=8$.

b) Thay $x_M = 4$ vào $(E)$ ta được: $\frac{16}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{9} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$

$\Leftrightarrow y^2 = \frac{9^2}{25} \Leftrightarrow y = \pm\frac{9}{5}$.

Vậy $M_1\left(4; -\frac{9}{5}\right); M_2\left(4; \frac{9}{5}\right)$.

c) Gọi $M(x_M; y_M) \in (E)$. M nhìn 2 tiêu điểm dưới một góc vuông $\Rightarrow MF_1 \perp MF_2$ $\Rightarrow \Delta MF_1F_2$ vuông tại $M$. Ta có: $MF_1^2 + MF_2^2 = F_1F_2^2$ (định lý pitago).

$\Leftrightarrow \left(a + \frac{c}{a}x_M\right)^2 + \left(a - \frac{c}{a}x_M\right)^2 = 8^2 \Leftrightarrow \left(5 + \frac{4}{5}x_M\right)^2 + \left(5 - \frac{4}{5}x_M\right)^2 = 64$

$\Leftrightarrow 25 + \frac{16}{25}x_M^2 + 8x_m + 25 + \frac{16}{25}x_M^2 - 8x_M = 64 \Leftrightarrow \frac{32}{25}x_M^2 = 14$

$\Leftrightarrow x_M^2 = \frac{14.25}{32} = \frac{25.7}{16} \Leftrightarrow x_M = \pm\frac{5}{4}\sqrt{7}$. Thay $x_M^2 = \frac{25.7}{16}$ vào $(E)$ ta được: $\frac{25.7}{16.25} + \frac{y_M^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{9} = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16} \Leftrightarrow y^2 = \frac{9^2}{16} \Leftrightarrow y = \pm\frac{9}{4}$

Vậy có 4 điểm: $M_1\left(\frac{5}{4}\sqrt{7}; \frac{9}{4}\right), M_2\left(\frac{5}{4}\sqrt{7}; -\frac{9}{4}\right); M_3\left(-\frac{5}{4}\sqrt{7}; \frac{9}{4}\right), M_4\left(-\frac{5}{4}\sqrt{7}; -\frac{9}{4}\right)$

d) Ta có $MF_1 = 3MF_2 \Leftrightarrow a + \frac{c}{a}x = 3\left(a - \frac{c}{a}x\right) \Leftrightarrow x = \frac{a^2}{2c} = \frac{25}{8}$

Thay $x = \frac{25}{8}$ vào phương trình $(E)$ ta được $y^2 = \frac{351}{64} \Leftrightarrow y = \pm\frac{\sqrt{351}}{8}$

Vậy có 2 điểm thuộc $(E)$ thỏa mãn là: $M_1\left(\frac{25}{8}; \frac{\sqrt{351}}{8}\right), M_2\left(\frac{25}{8}; -\frac{\sqrt{351}}{8}\right)$.

**Câu 21:** Cho elip $(E)$ đi qua hai điểm $M\left(4; \frac{9}{5}\right)$ và $N\left(3; \frac{12}{5}\right)$. Khi đó:

a) Tiêu cự của elip bằng: $4$

b) Elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ khi đó $a^2 = 25$

c) Elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ khi đó $b^2 = 9$

d) Elip đi qua hai điểm $A(5; 0), B(0; 3)$

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng**

$(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right).M\left(4;\frac{9}{5}\right)$ và $N\left(3;\frac{12}{5}\right)\in(E)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases}\frac{16}{a^2}+\frac{81}{25b^2}=1\\ \frac{9}{a^2}+\frac{144}{25b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=25\\ b^2=9\end{cases}\Rightarrow (E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1.$$

**Câu 22:** Cho elip $(E)$ đi qua điểm $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và tam giác $MF_1F_2$ vuông tại $M$. Khi đó:

a) Tiêu cự của elip bằng: $2\sqrt{5}$

b) Elip đi qua 2 điểm $A(3;0),B(0;2)$

c) Elip cắt đường thẳng $x=4$ tại hai điểm phân biệt

d) Elip cắt đường thẳng $y=1$ tại hai điểm phân biệt

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng**

$(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)$. Gọi $F_1(-c;0)\Rightarrow F_2(c;0)$;

$\overrightarrow{MF_1}=\left(-c-\frac{3}{\sqrt{5}};-\frac{4}{\sqrt{5}}\right);\overrightarrow{MF_2}=\left(c-\frac{3}{\sqrt{5}};-\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$.

Vì tam giác $MF_1F_2$ vuông tại $M$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0\Leftrightarrow -\left(c+\frac{3}{\sqrt{5}}\right)\left(c-\frac{3}{\sqrt{5}}\right)+\frac{16}{5}=0\Leftrightarrow c^2=5$$

Lại có $a^2=b^2+c^2=b^2+5$. Vì $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}};\frac{4}{\sqrt{5}}\right)\in(E)\Rightarrow\frac{9}{5a^2}+\frac{16}{5b^2}=1$.

$$\Leftrightarrow\frac{9}{5\left(b^2+5\right)}+\frac{16}{5b^2}=1\Leftrightarrow b^2=4\Rightarrow a^2=9\Rightarrow(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1.$$

**Câu 23:** Cho elip $(E)3x^2+4y^2-48=0$ và $d:x-2y+4=0$. Khi đó:

a) Đường thẳng $d$ không thể cắt $(E)$

b) Giả sử đường thẳng $d$ cắt $(E)$ tại hai điểm $M,N$ khi đó $MN=2\sqrt{5}$

c) Giả sử đường thẳng $d$ cắt $(E)$ tại hai điểm $M,N$ khi đó tọa độ trung điểm $MN$ có hoành độ bằng $\frac{3}{2}$

d) Có 2 điểm thuộc $(E)$ sao cho $5F_1M = 3F_2M$

**Lời giải**

**a) Sai b) Sai c) Sai d) Đúng**

Giao điểm là nghiệm hệ: $\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 - 48 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(2y-4)^2 + 4y^2 - 48 = 0 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 4 \\ \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = 3 \end{array}\right. \end{cases} . \Rightarrow (-4;0),(2;3)$$

$$3x^2 + 4y^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{(2\sqrt{3})^2} = 1.5MF_1 = 3MF_2 \Leftrightarrow 5\left(a + \frac{c}{a}x\right) = 3\left(a - \frac{c}{a}x\right)$$

$\Leftrightarrow x = -\frac{a^2}{4c} = -\frac{16}{8} = -2$. Thay $x = -2$ vào phương trình $(E)$ ta được: $y^2 = 9 \Leftrightarrow y = \pm 3$. Vậy có 2 điểm thuộc $(E)$ thỏa mãn là: $M_1(-2;3), M_2(-2;-3)$.

**Câu 24:** Cho hypebol có phương trình $(H): 16x^2 - 9y^2 = 144$. Khi đó:

a) Tiêu điểm: $F_1(-4;0), F_2(4;0)$

b) Tiêu cự bằng $10$

b) Có 2 điểm thuộc Hypebol có hoành độ $x = 9$

c) Khi $-4 < k < 4$ thì đường thẳng $(d): y = kx$ có điểm chung với hypebol trên

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai**

a) Ta có $(H): 16x^2 - 9y^2 = 144 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Do đó: $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3; b^2 = 16 \Rightarrow b = 4; c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow c = 5$.

Tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$;

b) Thay $x = 9$ vào $(H): \frac{81}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{16} = 8 \Leftrightarrow y^2 = 128 \Leftrightarrow y = \pm 8\sqrt{2}$.

Vậy $M_1(9;-8\sqrt{2}), M_2(9;8\sqrt{2})$.

c) Tọa độ giao điểm của hypebol $(H)$ và đường thẳng $(d): y = kx$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} y = kx \\ 16x^2 - 9y^2 = 144 \end{cases} \Rightarrow 16x^2 - 9k^2x^2 = 144 \Leftrightarrow \left(16 - 9k^2\right)x^2 - 144 = 0$ (1).

Đường thẳng $(d)$ cắt $(H)$ khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 16-9k^2 \neq 0 \\ x^2 = \dfrac{144}{16-9k^2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 16-9k^2 > 0 \Leftrightarrow -\dfrac{4}{3} < k < \dfrac{4}{3}$.

**Câu 25:** Cho hypebol $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1 \quad (H)$. Khi đó:

a) Tiêu cự bằng $5$

b) Điểm $A(4;0) \in (H)$

c) Tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$

d) Trên $(H)$ có 4 điểm $M$ sao cho $MF_1 \perp MF_2$.

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng**

Ta có $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4, b^2 = 9 \Rightarrow b = 3; c^2 = a^2 + b^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow c = 5$

Tiêu điểm: $F_1(-5;0), F_2(5;0)$

Có 4 điểm thỏa mãn yêu cầu:

$M_1\left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5}; \dfrac{9}{5}\right); M_2\left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5}; -\dfrac{9}{5}\right), M_3\left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5}; -\dfrac{9}{5}\right), M_4\left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5}; \dfrac{9}{5}\right)$.

**Câu 26:** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F(2;0)$ là $(P): y^2 = 8x$

b) Phương trình chính tắc của parabol có đường chuẩn có phương trình $\Delta: x = -3$ là $(P): y^2 = 6x$

c) Phương trình chính tắc của parabol đi qua $M(2;5)$ là $(P): y^2 = \dfrac{25}{2}x$

d) Phương trình chính tắc của parabol có khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng 8 là $(P): y^2 = 8x$

**Lời giải**

**a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai**

a) Phương trình chính tắc của parabol $(P)$ có dạng $y^2 = 2px (p > 0)$.

Do $F(2;0)$ là tiêu điểm nên $\dfrac{p}{2} = 2 \Rightarrow p = 4$. Vậy $(P): y^2 = 8x$.

b) Phương trình chính tắc của parabol $(P)$ có dạng $y^2 = 2px (p > 0)$.

$(P)$ có đường chuẩn $\Delta: x = -3 \Rightarrow \frac{p}{2} = 3 \Rightarrow p = 6$. Vậy $(P): y^2 = 12x$.

c) Phương trình chính tắc của parabol $(P)$ có dạng $y^2 = 2px(p > 0)$.

$(P)$ đi qua $M(2;5) \Rightarrow 25 = 4p \Leftrightarrow p = \frac{25}{4}$. Vậy $(P): y^2 = \frac{25}{2}x$.

d) Phương trình chính tắc của parabol $(P)$ có dạng $y^2 = 2px(p > 0)$.

Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là $8 \Rightarrow p = 8$. Vậy $(P): y^2 = 16x$.

**Câu 27:** Trong mặt phẳng $Oxy$, cho parabol $(P): y^2 = 8x$. Khi đó:

a) Tiêu điểm $F(2;0)$

b) Có 2 điểm $M$ trên $(P)$, cách $F$ một khoảng là 3.

c) Điểm $M$ trên $(P)$ sao cho $S_{\Delta OMF} = 8$, có hoành độ bằng $6$

d) Tồn tại một điểm $A$ nằm trên parabol và một điểm $B$ nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 5 = 0$ sao cho đoạn $AB$ ngắn nhất, khi đó $AB$ ngắn nhất bằng $\frac{1}{5}$

**Lời giải**

**a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai**

a) Giả sử $M(x_M; y_M) \in (P)$ suy ra $y_M^2 = 8x_M$.

Từ phương trình $(P)$ có $p = 4$ nên $F(2;0)$.

Ta có $FM = x_M + \frac{p}{2}$ suy ra $x_M = 1$, thay vào $y_M^2 = 8x_M \Rightarrow y_M = \pm 2\sqrt{2}$

b) Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1(1; 2\sqrt{2}), M_2(1; -2\sqrt{2})$.

c) Ta có $M \in (P) \Rightarrow M\left(\frac{a^2}{8}; a\right)$ với $a \geq 0$.

$S_{\Delta OMF} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} OF.d(M; OF) = 8 \Leftrightarrow a = 8.$

Vậy điểm cần tìm là $M(8;8)$.

d) Với mọi điểm $A\in(P),B\in\Delta$ ta luôn có $AB\geq d(A;\Delta)$. $A\in(P)\Rightarrow A\left(\frac{a^2}{8};a\right)$ với $a\geq 0$, khi đó $d(A;\Delta)=\frac{\left|4\cdot\frac{a^2}{8}-3\cdot a+5\right|}{5}=\frac{(a-3)^2+1}{10}\geq\frac{1}{10}$. Suy ra $AB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $A\left(\frac{9}{8};3\right)$ và $B$ là hình chiếu của $A$ lên $\Delta$.

Đường thẳng đi qua $A$ vuông góc với $\Delta$ nhận $u(3;4)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $3\left(x-\frac{9}{8}\right)+4(y-3)=0$ hay $24x+32y-123=0$.

Do đó tọa độ điểm $B$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}4x-3y+5=0\\24x+32y-123=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{209}{200}\\y=\frac{153}{50}\end{cases}$.

Vậy $A\left(\frac{9}{8};3\right),B\left(\frac{209}{200};\frac{153}{50}\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 28:** Cho parabol $(P)$ có phương trình $y^2=12x$. Khi đó:

a) $(P)$ có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x=-3$.

b) Một điểm nằm trên $(P)$ có hoành độ $x=2$. Khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm bằng $4$

c) Độ dài dây cung vuông góc với trục đối xứng tại tiêu điểm $F$ bằng $12$

d) Qua $I(2;0)$ vẽ một đường thẳng thay đổi cắt $(P)$ tại hai điểm $A$ và $B$. Khi đó tích số khoảng cách từ $A$ và $B$ tới trục $Ox$ bằng $12$.

**Lời giải**

**a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai**

a) Ta có: $p=6\Rightarrow\frac{p}{2}=\frac{6}{2}=3$. Vậy $(P)$ có tiêu điểm $F(3;0)$, đường chuẩn $x=-3$.

b) Gọi $M$ là điểm trên $(P)$ có hoành độ $x=2\Rightarrow MF=x_M+\frac{p}{2}=2+3=5$

c) Đường thẳng đi qua $F(3;0)$ và vuông góc với trục đối xứng có dạng: $x=3(d)$.

Tọa độ giao điểm của $(P)$ và $(d)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=3 \\ y^2=12x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=\pm 6 \end{cases}$ Vậy $(d)$ cắt $(P)$ tại $M(3;-6), N(3;6) \Rightarrow MN=\sqrt{(3-3)^2+(6+6)^2}=12$.

d) Phương trình đường thẳng đi qua $I(2;0)$ có dạng: $A(x-2)+B(y-0)=0\left(A^2+B^2\neq 0\right) \Leftrightarrow Ax+By-2A=0(d)$

Tọa độ giao điểm của $(P)$ và $(d)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} Ax+By-2A=0(1) \\ y^2=12x(2) \end{cases}(*)$

(2) $\Leftrightarrow x=\dfrac{y^2}{12}$

Thế vào (1) ta được $A\dfrac{y^2}{12}+By-2A=0 \Leftrightarrow Ay^2+12By-24A=0$

Do $\Delta'=36B^2+24A^2>0, \forall A^2+B^2\neq 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt. Gọi $y_A$ và $y_B$ là nghiệm của phương trình trên nên $d(A;Ox)\cdot d(B;Ox)=\left|y_A\cdot y_B\right|=24$ (không đổi).

**Câu 29:** Cho parabol $(P): y^2=2x$, $(d): x-2y+6=0$. Khi đó:

a) Đường chuẩn $x=\dfrac{1}{2}$

a) Tiêu điểm của parabol là $F\left(\dfrac{1}{2};0\right)$

c) Đường thẳng $(d)$ cắt parabol $(P)$ tại hai điểm phân biệt

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa $(d)$ và $(P)$ bằng $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng**

a) Ta có $y^2=2x$ có dạng: $y^2=2px \Rightarrow 2p=2 \Rightarrow \dfrac{p}{2}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow F\left(\dfrac{1}{2};0\right) \Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

b) Gọi $M\left(\dfrac{m^2}{2};m\right)\in(P); d(M;d)=\dfrac{\left|\dfrac{m^2}{2}-2m+6\right|}{\sqrt{5}}=\dfrac{1}{2\sqrt{5}}\left[m^2-4m+12\right]$

$=\dfrac{1}{2\sqrt{5}}\left[(m-2)^2+8\right]=\dfrac{1}{2\sqrt{5}}(m-2)^2+\dfrac{4}{\sqrt{5}}$.

$d(M;d)_{\min}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}\Rightarrow m=2$.

**Câu 30:** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$ có tiêu cự bằng $1$

b) $\dfrac{x^2}{7}-\dfrac{y^2}{10}=1$ có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{17};0)$; $F_2(\sqrt{17};0)$

c) $y^2=18x$ có đường chuẩn $x+\dfrac{9}{2}=0$.

d) $y^2=18x$ có tiêu điểm $F\left(\dfrac{9}{2};0\right)$

**Lời giải**

**a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng**

a) Dễ thấy đây là phương trình chính tắc của đường elip

Ta có $\begin{cases}a^2=5\\b^2=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\sqrt{5}\\b=2\end{cases}\Rightarrow c^2=a^2-b^2=5-4=1$.

Do đó $c=1$

b) Đây là phương trình chính tắc của đường hypebol.

Ta có $\begin{cases}a^2=7\\b^2=10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\sqrt{7}\\b=\sqrt{10}\end{cases}\Rightarrow c^2=a^2+b^2=17$.

Do đó $c=\sqrt{17}$,

Vậy ta có: tiêu điểm $F_1(-\sqrt{17};0)$; $F_2(\sqrt{17};0)$

c), d) Đây là phương trình chính tắc của đường parabol.

Ta có $2p=18\Rightarrow p=9$. Vậy tiêu điểm $F\left(\dfrac{9}{2};0\right)$ và đường chuẩn $x+\dfrac{9}{2}=0$.

**⬩Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Cho parabol $(P)$ có tiêu điểm $F(1;0)$ và đường thẳng $d:x+6m=0$. Xác định $m$ để parabol $(P)$ và đường thẳng $d$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

**Trả lời:** $m<0$

**Lời giải**

Gọi phương trình parabol $(P)$ có dạng: $y^2 = 2px (p > 0)$.

Parabol $(P)$ có tiêu điểm $F(1;0) \Rightarrow \frac{p}{2} = 1 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow y^2 = 4x \Rightarrow x = \frac{y^2}{4}$.

Ta có phương trình đường thẳng $d: x + 6m = 0 \Rightarrow x = -6m$.

Phương trình tung độ giao điểm của $(P)$ và $d$ là: $\frac{y^2}{4} = -6m \Leftrightarrow y^2 = -24m$. (*)

Để $(P)$ và $d$ có hai giao điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân

biệt hay $-24m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

**Câu 2:** Cho parabol $(P): y^2 = 2x$. Tìm những điểm thuộc $(P)$ sao cho khoảng cách từ điểm đó đến tiêu điểm của $(P)$ bằng 4.

**Trả lời:** $M\left(\frac{7}{2}; \sqrt{7}\right)$ hoặc $M\left(\frac{7}{2}; -\sqrt{7}\right)$.

**Lời giải**

Parabol $(P)$ có đường chuẩn là $\Delta: x + \frac{1}{2} = 0$ và tiêu điểm $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cần tìm. Có $M \in (P)$ nên $y_0^2 = 2x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2}y_0^2 \Rightarrow x_0 \geq 0$.

Khoảng cách từ $M$ đến tiêu điểm $F$ bằng 4 nên $MF = d(M;\Delta) = \frac{\left|x_0 + \frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 4$.

$\Rightarrow x_0 = \frac{7}{2}$ hoặc $x_0 = \frac{-9}{2}$. Mà $x_0 \geq 0$ nên $x_0 = \frac{7}{2} \Rightarrow y_0^2 = 7 \Rightarrow y_0 = \pm\sqrt{7}$.

Vậy $M\left(\frac{7}{2}; \sqrt{7}\right)$ hoặc $M\left(\frac{7}{2}; -\sqrt{7}\right)$.

**Câu 3:** Tìm tọa độ điểm $M$ thuộc elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ sao cho $M$ nhìn hai tiêu điểm của $(E)$ dưới một góc $60^\circ$.

**Trả lời:** $\left(-\frac{5\sqrt{13}}{4}; -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right), \left(-\frac{5\sqrt{13}}{4}; \frac{3\sqrt{3}}{4}\right), \left(\frac{5\sqrt{13}}{4}; -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right), \left(\frac{5\sqrt{13}}{4}; \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$

**Lời giải**

Từ phương trình chính tắc của elip $(E)$ ta có $a = 5, b = 3, c = 4$.

Elip $(E)$ có hai tiêu điểm $F_1(-4;0), F_2(4;0)$ và $F_1F_2 = 2c = 8$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cần tìm.

Có $MF_1^2 - MF_2^2 = (x_0+4)^2 + y_0^2 - \left[(x_0-4)^2 + y_0^2\right] = 16x_0$.

Lại có, $M \in (E)$ nên $MF_1 + MF_2 = 2a = 10.$ (1)

Có $MF_1 - MF_2 = \dfrac{MF_1^2 - MF_2^2}{MF_1 + MF_2} = \dfrac{16x_0}{10} = \dfrac{8}{5}x_0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MF_1 = 5 + \dfrac{4}{5}x_0; MF_2 = 5 - \dfrac{4}{5}x_0$.

Áp dụng định lí côsin cho $\Delta MF_1F_2$, ta được:

$F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1 \cdot MF_2 \cdot \cos 60^\circ$

$\Leftrightarrow 64 = \left(5 + \dfrac{4}{5}x_0\right)^2 + \left(5 - \dfrac{4}{5}x_0\right)^2 - 2\left(5 + \dfrac{4}{5}x_0\right)\left(5 - \dfrac{4}{5}x_0\right) \cdot \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 64 = 25 + \dfrac{48}{25}x_0^2$

$\Leftrightarrow x_0 = \dfrac{5\sqrt{13}}{4}$ hoặc $x_0 = \dfrac{-5\sqrt{13}}{4}$.

Từ đó tính được $y_0^2 = \dfrac{27}{16} \Rightarrow y_0 = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ hoặc $y_0 = \dfrac{-3\sqrt{3}}{4}$.

Vậy có bốn điểm $M$ thoả yêu cầu bài toán là:

$\left(-\dfrac{5\sqrt{13}}{4}; -\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right), \left(-\dfrac{5\sqrt{13}}{4}; \dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right), \left(\dfrac{5\sqrt{13}}{4}; -\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right), \left(\dfrac{5\sqrt{13}}{4}; \dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right)$.

**Câu 4:** Tìm toạ độ điểm $N$ thuộc hypebol $(H): \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ sao cho $N$ nhìn hai tiêu điểm của $(H)$ dưới một góc vuông.

**Trả lời:** $\left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5}; -\dfrac{9}{5}\right), \left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5}; \dfrac{9}{5}\right), \left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5}; -\dfrac{9}{5}\right), \left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5}; \dfrac{9}{5}\right)$

**Lời giải**

Từ phương trình chính tắc của hypebol (H) ta có $a = 4, b = 3, c = 5$.

Hypebol $(H)$ có tiêu cự là $F_1F_2 = 2c = 10$.

Gọi $N(x_0;y_0)$ là điểm cần tìm. Ta có $N \in (H)$ nên $\dfrac{x_0^2}{16} - \dfrac{y_0^2}{9} = 1.$ (1)

Theo đề bài, ta có $\Delta NF_1F_2$ vuông tại $N$, có $O$ là trung điểm của $F_1F_2$ (với $O$ l à gốc tọa độ) nên $ON = \frac{F_1F_2}{2} = c = 5 \Rightarrow ON^2 = 25 \Rightarrow x_0^2 + y_0^2 = 25 \Rightarrow y_0^2 = 25 - x_0^2$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được

$$\frac{x_0^2}{16} - \frac{25 - x_0^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 9x_0^2 - 400 + 16x_0^2 = 144 \Leftrightarrow 25x_0^2 = 544 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{544}{25}$$

$\Leftrightarrow x_0 = \frac{4\sqrt{34}}{5}$ hoặc $x_0 = \frac{-4\sqrt{34}}{5}$.

Từ đó tính được $y_0^2 = \frac{81}{25} \Rightarrow y_0 = \frac{9}{5}$ hoặc $y_0 = \frac{-9}{5}$.

Vậy có bốn điểm $N$ thoả yêu cầu bài toán là:

$\left(-\frac{4\sqrt{34}}{5}; -\frac{9}{5}\right), \left(-\frac{4\sqrt{34}}{5}; \frac{9}{5}\right), \left(\frac{4\sqrt{34}}{5}; -\frac{9}{5}\right), \left(\frac{4\sqrt{34}}{5}; \frac{9}{5}\right)$.

**Câu 5:** Bạn An cùng một lúc bắn hai phát súng về đích $A$ và đích $B$ cách nhau $400m$. Biết vận tốc trung bình của viên đạn là $760 m/s$. Viên đạn bắn về đích $A$ nhanh hơn viên đạn bắn về đích $B$ là 0,5 giây. Hỏi những vị trí mà bạn An đứng để có thể đạt được kết quả bắn tương tự như trên thuộc đường conic nào? Viết phương trình chính tắc của đường conic đó.

**Trả lời:** $\frac{x^2}{36100} - \frac{y^2}{3900} = 1$

**Lời giải**

Gọi $s_A, s_B (m)$ lần lượt là quãng đường cần để viên đạn bắn về đích $A$, đích $B$.

Theo để bài, ta có $s_A - s_B = 760 \cdot 0,5 = 380(m)$. Lại có, khoảng cách giữa đích $A$ và

đích $B$ là $400m$, do đó những vị trí mà bạn An đúng thuộc hypebol với hai tiêu

điểm là $A$ và $B$.

Đặt hệ trục toạ độ $Oxy$ với $O$ là trung điểm của $AB, Ox$ trùng với $AB$ và mỗi

đơn vị trên hệ trục toạ độ ứng với $1m$ trên thực tế. Khi đó, ta có $A(-200;0)$ và

$B(200;0)$, tiêu cự của hypebol là $2c = AB = 400$ (hay $c = 200$).

Gọi $M$ là vị trí mà bạn An đứng để có thể đạt được kết quả bắn theo đề bài.

Tập hợp các điểm $M$ thoả mãn $|MA-MB|=2a=380$ (hay $a=190$) là hypebol có

phương trình: $\frac{x^2}{190^2}-\frac{y^2}{200^2-190^2}=1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{36100}-\frac{y^2}{3900}=1$.

**Câu 6:** Trong mặt phẳng toạ độ $Oxy$, cho điểm $M$ chuyển động trên đường elip $(E)$: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $OM$.

**Trả lời:** giá trị nhỏ nhất bằng 4 và đạt giá trị lớn nhất bằng 5.

**Lời giải**

Giả sử $M(x_0;y_0)$ thuộc đường elip. Ta có: $\frac{x_0^2}{25}+\frac{y_0^2}{16}=1$.

Vì $x_0^2\ge 0, y_0^2\ge 0$ nên $\frac{x_0^2}{25}+\frac{y_0^2}{25}\le\frac{x_0^2}{25}+\frac{y_0^2}{16}\le\frac{x_0^2}{16}+\frac{y_0^2}{16}\Rightarrow\frac{x_0^2+y_0^2}{25}\le 1\le\frac{x_0^2+y_0^2}{16}$

$\Rightarrow 16\le x_0^2+y_0^2\le 25\Rightarrow 4\le\sqrt{x_0^2+y_0^2}\le 5\Rightarrow 4\le OM\le 5$

$M$ thuộc $(E)$ và $OM=4$ khi $M$ có toạ độ $(0;-4)$ hoặc $(0;4)$.

$M$ thuộc $(E)$ và $OM=5$ khi $M$ có toạ độ $(-5;0)$ hoặc $(5;0)$.

Vậy $OM$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 và đạt giá trị lớn nhất bằng 5.

**Câu 7:** Trong mặt phẳng toạ độ $Oxy$, cho điểm $M$ chuyển động trên đường elip $(E)$: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $DM$, trong đó $D(6;0)$.

**Trả lời:** giá trị nhỏ nhất bằng 1 và đạt giá trị lớn nhất bằng 11

**Lời giải**

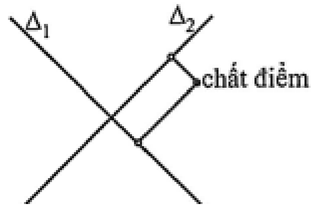
Ta có: $\begin{cases} DO-OM\le DM\le DO+OM \\ OM\le 5, DO=6 \end{cases}\Rightarrow 6-5\le DM\le 6+5\Rightarrow 1\le DM\le 11$

$DM=1$ khi $M$ có toạ độ $(5;0), DM=11$ khi $M$ có toạ độ $(-5;0)$.

Vậy $DM$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 và đạt giá trị lớn nhất bằng 11.

**Câu 8:** Cho hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ vuông góc với nhau.

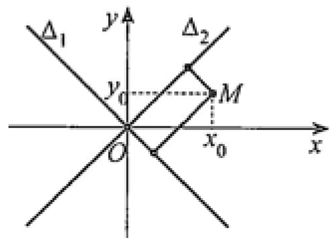
Một chất điểm chuyển động trong một góc vuông tạo bởi $\Delta_1$ và $\Delta_2$ (Hình) có tính chất: ở mọi thời điểm, tích khoảng cách từ mỗi vị trí của chất điểm đến hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ luôn bằng 4. Biết rằng chất điểm chuyển động trên một phần của đường hypebol. Tìm đường hypebol đó.




**Trả lời:** $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$

**Lời giải**

Xét hệ trục toạ độ $Oxy$ như Hình, trong đó các trục $Ox,Oy$ lần lượt là các đường phân giác của các góc tạo bởi $\Delta_1$ và $\Delta_2$. Phương trình hai đường thẳng $\Delta_1$ và $\Delta_2$ lần lượt là $\Delta_1: x+y=0$ và $\Delta_2: x-y=0$.




Giả sử chất điểm ở vị trí $M(x_0;y_0)$ và chỉ chuyển động trong một góc vuông tương ứng với miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y>0 \\ x-y>0 \end{cases}$ (điểm có toạ độ $(1;0)$ thuộc miền nghiệm của cả hai bất phương trình $x+y>0$ và $x-y>0$.

Khoảng cách từ $M$ đến hai đường thẳng $\Delta_1: x+y=0$ và $\Delta_2: x-y=0$ lần lượt là: $d(M,\Delta_1)=\frac{|x_0+y_0|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|x_0+y_0|}{\sqrt{2}}=\frac{x_0+y_0}{\sqrt{2}}$; $d(M,\Delta_2)=\frac{|x_0-y_0|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|x_0-y_0|}{\sqrt{2}}=\frac{x_0-y_0}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $d(M,\Delta_1)\cdot d(M,\Delta_2)=\frac{x_0+y_0}{\sqrt{2}}\cdot\frac{x_0-y_0}{\sqrt{2}}=\frac{x_0^2-y_0^2}{2}$. Do đó $d(M,\Delta_1)\cdot d(M,\Delta_2)=4 \Leftrightarrow \frac{x_0^2-y_0^2}{2}=4 \Leftrightarrow \frac{x_0^2}{8}-\frac{y_0^2}{8}=1$. Vậy chất điểm $M$ chuyển động trên một phần của đường hypebol $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$.

**Câu 9:** Cho elip $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm những điểm $M$ thuộc $(E)$ sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của $(E)$ dưới một góc vuông.

**Trả lời:** $\left(\pm\frac{3\sqrt{14}}{4};\frac{\sqrt{2}}{4}\right),\left(\pm\frac{3\sqrt{14}}{4};-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

**Lời giải**

Ta có: $a^2=9\Rightarrow a=3;b^2=1\Rightarrow b=1;c=\sqrt{a^2-b^2}=2\sqrt{2}\Rightarrow F_1F_2=4\sqrt{2}$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$ thì $MF_1=a+\frac{c}{a}x=3+\frac{2\sqrt{2}}{3}x, MF_2=a-\frac{c}{a}x=3-\frac{2\sqrt{2}}{3}x$.

Ta có $\widehat{F_1MF_2}=90^\circ$ nên $F_1F_2^2=MF_1^2+MF_2^2$

$\Leftrightarrow(4\sqrt{2})^2=\left(3+\frac{2\sqrt{2}}{3}x\right)^2+\left(3-\frac{2\sqrt{2}}{3}x\right)^2$

$\Leftrightarrow 32=18+2\cdot\frac{8}{9}\cdot x^2$

$\Leftrightarrow x^2=\frac{63}{8}\Leftrightarrow x=\pm\frac{3\sqrt{14}}{4}$

Thay vào $(E)$, ta được: $y^2=\frac{1}{8}\Leftrightarrow y=\pm\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Vậy có bốn điểm $M$ thỏa mãn là $\left(\pm\frac{3\sqrt{14}}{4};\frac{\sqrt{2}}{4}\right),\left(\pm\frac{3\sqrt{14}}{4};-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$.

**Câu 10:** Cho elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ với hai tiêu điểm $F_1,F_2$. Tìm tọa độ điểm $M$ thuộc $(E)$ sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}=60^\circ$.

**Trả lời:** $\left(\pm\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right),\left(\pm\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$

**Lời giải**

Ta có $a^2=4\Rightarrow a=2;b^2=1\Rightarrow b=1;c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}\Rightarrow F_1F_2=2\sqrt{3}$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$ thì $MF_1=a+\frac{c}{a}x=2+\frac{\sqrt{3}}{2}x, MF_2=a-\frac{c}{a}x=2-\frac{\sqrt{3}}{2}x$.

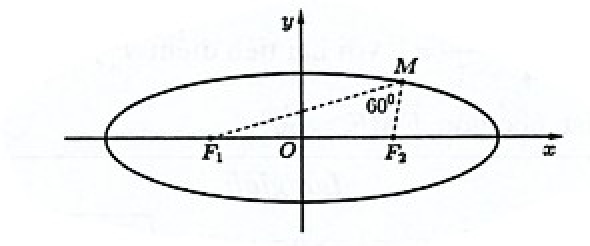
Ta có: $F_1F_2^2=MF_1^2+MF_2^2-2MF_1\cdot MF_2\cdot\cos 60^\circ$

$\Leftrightarrow(2\sqrt{3})^2=\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2+\left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2-2\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)\cdot\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 12=4+2\sqrt{3}x+\frac{3}{4}x^2+4-2\sqrt{3}x+\frac{3}{4}x^2-\left(4-\frac{3}{4}x^2\right)\Leftrightarrow 8=\frac{9}{4}x^2\Leftrightarrow x=\pm\frac{4\sqrt{2}}{3}.$

Thay vào $(E)$, ta được: $\frac{32}{9.4}+y^2=1 \Leftrightarrow y^2=\frac{1}{9} \Leftrightarrow y=\pm\frac{1}{3}$.

Vậy có bốn điểm $M$ thỏa mãn là: $\left(\pm\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right),\left(\pm\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

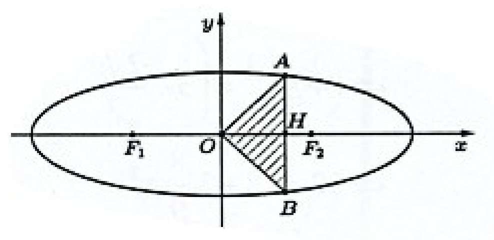



**Câu 11:** Cho elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm $A$ và $B$ thuộc $(E)$ có hoành độ dương sao cho tam giác $OAB$ cân tại $O$ và có diện tích lớn nhất.

**Trả lời:** $A\left(\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{2}}\right),B\left(\sqrt{2};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right),B\left(\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

**Lời giải**

Do tam giác $OAB$ cân tại $O$ và hai điểm $A,B$ có hoành độ dương nên $A,B$ đối xứng nhau qua $Ox$




Giả sử $A(x;y)$ với $x>0$, suy ra $B(x;-y)$. Gọi $H$ là hình chiếu của $O$ trên $AB$.

Khi đó $: S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}AB\cdot OH=\frac{1}{2}|2y|x=x|y|$.

Theo bất đẳng thức AM-GM: $1=\frac{x^2}{4}+y^2\geq 2\sqrt{\frac{x^2}{4}\cdot y^2}=2\cdot\frac{x}{2}\cdot|y|=x|y|\,(x>0)$.

Do đó $S_{\Delta OAB}=x|y|\leq 1$. Dấu " =" xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{x^2}{4}=y^2$.

Thay vào $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$, ta được: $y^2+y^2=1 \Leftrightarrow y^2=\frac{1}{2} \Leftrightarrow y=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $x^2=2 \Rightarrow x=\sqrt{2}$.

Vậy $A\left(\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{2}}\right),B\left(\sqrt{2};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right),B\left(\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

**Câu 12:** Cho hai điểm $F_1(-\sqrt{2};-\sqrt{2}),F_2(\sqrt{2};\sqrt{2})$. Với mọi điểm $M(x;y)$ nằm trên đồ thị hàm số $y=\frac{1}{x}$, ta đều có $|MF_1-MF_2|=a$. Khi đó $a=?$

**Trả lời:** $2\sqrt{2}$

**Lời giải**

Gọi $M(x;y)$ thuộc đồ thị hàm $y=\frac{1}{x}\Rightarrow M\left(x;\frac{1}{x}\right)$.

$$MF_1=\sqrt{(x+\sqrt{2})^2+\left(\frac{1}{x}+\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{x^2+2\sqrt{2}x+2+\frac{1}{x^2}+\frac{2\sqrt{2}}{x}+2}$$
$$=\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}+\sqrt{2}\right)^2}=\left|x+\frac{1}{x}+\sqrt{2}\right|;MF_2=\sqrt{(x-\sqrt{2})^2+\left(\frac{1}{x}-\sqrt{2}\right)^2}$$
$$=\sqrt{x^2-2\sqrt{2}x+2+\frac{1}{x^2}-\frac{2\sqrt{2}}{x}+2}=\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}-\sqrt{2}\right)^2}=\left|x+\frac{1}{x}-\sqrt{2}\right|$$

Trường hợp 1: $x>0$, ta có $MF_1=x+\frac{1}{x}+\sqrt{2}>0$; $x+\frac{1}{x}\geq 2\Rightarrow x+\frac{1}{x}-\sqrt{2}>0\Rightarrow MF_2=x+\frac{1}{x}-\sqrt{2}>0$. Khi đó: $|MF_1-MF_2|=2\sqrt{2}$.

Trường hợp 2: $x<0$, ta có $MF_2=-x-\frac{1}{x}+\sqrt{2}$; $-x+\frac{-1}{x}\geq 2\Rightarrow x+\frac{1}{x}\leq -2\Rightarrow x+\frac{1}{x}<-\sqrt{2}\Rightarrow x+\frac{1}{x}+\sqrt{2}<0$.

Suy ra: $MF_1=-x-\frac{1}{x}-\sqrt{2}$. Khi đó: $|MF_1-MF_2|=2\sqrt{2}$.

Vậy với mọi $x$ khác 0, ta có $|MF_1-MF_2|=2\sqrt{2}$.

**Câu 13:** Viết phương trình chính tắc của parabol $(P)$ biết $(P)$ có phương trình đường chuẩn $\Delta$ song song và cách đường thẳng $d:x=2$ một khoảng bằng 5.

**Trả lời:** $y^2=12x$

**Lời giải**

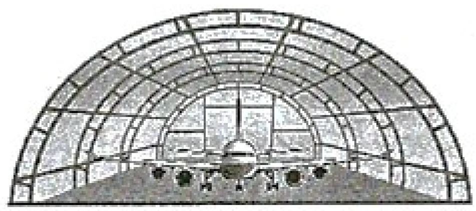
Gọi phương trình chính tắc $(P)$: $y^2=2px(p>0)$.

Phương trình đường chuẩn có dạng $\Delta:x=-\frac{p}{2}$.

Theo giả thiết: $d(d,\Delta)=5 \Leftrightarrow \left|\frac{-p}{2}-2\right|=5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}-\frac{p}{2}-2=5\\ -\frac{p}{2}-2=-5\end{array}\right. \Rightarrow p=6>0$.

Vậy phương trình chính tắc $(P)$ là: $y^2=12x$.

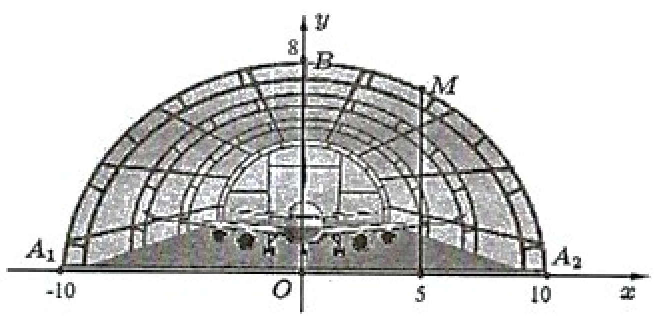
**Câu 14:** Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao $8m$, rộng $20m$. Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường 5 $m$ lên đến nóc nhà vòm.



**Trả lời:** $6,928m.$

**Lời giải**

Chọn hệ trục tọa độ $Oxy$ như hình vẽ, gọi phương trình chính tắc elip là $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 (a>b>0, y\geq 0)$. Ta có $: 2a=20 \Rightarrow a=10, b=8$.




Vậy phương trình elip mô tả nhà vòm là $(E):\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1 (y\geq 0)$.

Gọi $M$ là điểm thuộc $(E)$ có hoành độ bằng 5 (hoặc $-5$), chiều cao cần tìm chính là tung độ của điểm $M$.

Thay hoành độ $M$ vào phương trình $(E):\frac{(\pm 5)^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$

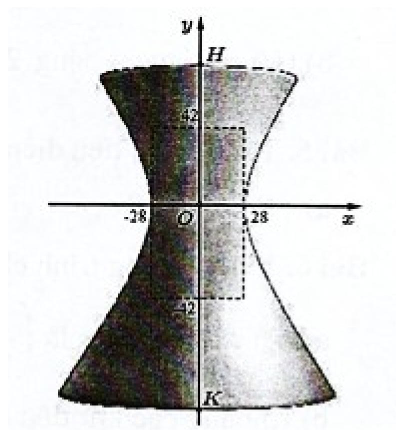
$\Rightarrow y^2=48 \Rightarrow y=4\sqrt{3}\approx 6,928m.$

**Câu 15:** Một cái tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{28^2}-\frac{y^2}{42^2}=1$. Biết chiều cao của tháp là $150m$ và khoảng cách từ nóc tháp đến đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ lần khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.

**Trả lời:** bán kính nóc của tháp xấp xỉ $48,826m$, bán kính đáy của tháp xấp xỉ 66,212 m.

**Lời giải**

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.




Ta có: $\begin{cases} HK = 150 \\ OH = \dfrac{2}{3} OK \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OH + OK = 1 \\ OH = \dfrac{2}{3} OK \end{cases} \Rightarrow OH = 60m, OK = 90m$.

Đường thẳng qua $H$, vuông góc $Oy$ là $\Delta_1 : y = 60$.

$\Delta_1$ cắt hypebol tại điểm có hoành độ dương và thỏa mãn $\frac{x^2}{28^2} - \frac{60^2}{42^2} = 1 \Rightarrow x = 4\sqrt{149} \approx 48,826m$.

Đường thẳng qua $K$, vuông góc với $Oy$ là $\Delta_2 : y = -90$.

$\Delta_2$ cắt hypebol tại điểm có hoành độ dương và thỏa mãn $\frac{x^2}{28^2} - \frac{90^2}{42^2} = 1$

$\Rightarrow x = 4\sqrt{274} \approx 66,212m.$

Vậy bán kính nóc của tháp xấp xỉ $48,826m$, bán kính đáy của tháp xấp xỉ 66,212 m.

**Câu 16:** Viết phương trình chính tắc của hypebol $(H)$ biết rằng:

$(H)$ có tiêu cự bằng $2\sqrt{13}$ và đi qua điểm điểm $M\left(\dfrac{3\sqrt{5}}{2};-1\right)$.

**Trả lời:** $(H):\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$

**Lời giải**

Gọi phương trình chính tắc của hypebol là $(H):\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Ta có: $2c=2\sqrt{13}\Rightarrow c=\sqrt{13}\Rightarrow c^2=a^2+b^2=13\Rightarrow a^2=13-b^2$ (1).

(H) qua $M\left(\dfrac{3\sqrt{5}}{2};-1\right)$ nên $\dfrac{45}{4a^2}-\dfrac{1}{b^2}=1$. Suy ra: $\dfrac{45}{4\left(13-b^2\right)}-\dfrac{1}{b^2}=1$ $\Rightarrow 45b^2-4\left(13-b^2\right)=4b^2\left(13-b^2\right)\Rightarrow 4b^4-3b^2-52=0\Rightarrow b^2=4,a^2=9$.

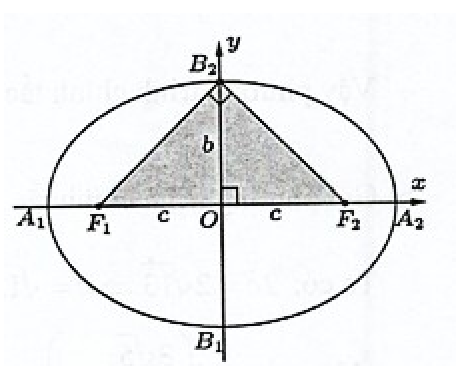
Vậy phương trình chính tắc của hypebol là $(H):\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$.

**Câu 17:** Lập phương trình chính tắc của elip, biết Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32.

**Trả lời:** $(E):\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{8}=1$

**Lời giải**

Gọi phương trình chính tắc của elip $(E)$ là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,a^2=b^2+c^2\,(a,b,c>0)$.




Hai đỉnh trên trục nhỏ và hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông nên $b=c$.

Mặt khác, diện tích hình vuông bằng 32 nên $2c.2b=32\Leftrightarrow b^2=8$.

Suy ra $a^2=b^2+c^2=16$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình chính tắc $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$.

**Câu 18:** Lập phương trình chính tắc của elip, biết Elip đi qua điểm $M(2\sqrt{3};2)$ và $M$ nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc vuông.

**Trả lời:** $(E):\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{8}=1$

**Lời giải:**

Gọi phương trình chính tắc của elip $(E)$ là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$.

Gọi hai tiêu điểm $(E)$ là $F_1(-c;0),F_2(c;0)$.

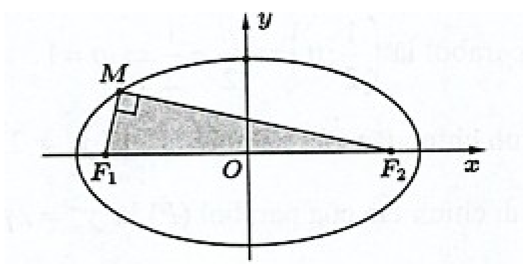
Khi đó: $\overrightarrow{MF_1}=(-c-2\sqrt{3};-2),\overrightarrow{MF_2}=(c-2\sqrt{3};-2)$.

Ta có: $MF_1\perp MF_2\Leftrightarrow \overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0\Leftrightarrow(-c-2\sqrt{3})(c-2\sqrt{3})+4=0\Leftrightarrow c^2=16$.

Suy ra $a^2-b^2=16\Rightarrow a^2=16+b^2$ (*)

Hơn nữa $(E)$ qua $M(2\sqrt{3};2)$ nên $\frac{12}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1\Leftrightarrow\frac{12}{b^2+16}+\frac{4}{b^2}=1$( do (*)) $\Leftrightarrow 12b^2+4b^2+64=b^4+16b^2\Leftrightarrow b^4=64\Leftrightarrow b^2=8$. Suy ra $a^2=b^2+c^2=24$.

Vậy elip cần tìm có phương trình chính tắc $(E):\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{8}=1$.




**Câu 19:** Cho elip có phương trình chính tắc $(E)$: $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. Gọi $F_1,F_2$ là hai tiêu điểm của $(E)$ trong đó $F_1$ có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm $M$ thuộc (E) sao cho $MF_1-MF_2=2$.

**Trả lời:** $M(\sqrt{2};-\sqrt{3})$ hoặc $M(\sqrt{2};\sqrt{3})$.

**Lời giải**

Ta có $a^2=8\Rightarrow a=2\sqrt{2};b^2=4\Rightarrow b=2;c^2=a^2-b^2=4\Rightarrow c=2$.

Gọi $M(x;y)\in(E)\Rightarrow MF_1=a+\frac{c}{a}x=2\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}x, MF_2=2\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}x$

$$MF_1-MF_2=2\Leftrightarrow 2\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}x-\left(2\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)=2\Leftrightarrow x=\sqrt{2}.$$

Thay vào $(E):\frac{2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow y^2=3\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{3}$.

Vậy $M(\sqrt{2};-\sqrt{3})$ hoặc $M(\sqrt{2};\sqrt{3})$.

**Câu 20:** Viết phương trình chính tắc của elip $(E)$ trong mỗi trường hợp sau:

(E) đi qua $M(5;0)$ và $N\left(\frac{5\sqrt{15}}{4};1\right)$.

**Trả lời:** $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

**Lời giải**

Phương trình chính tắc của Elip (E) có dạng:

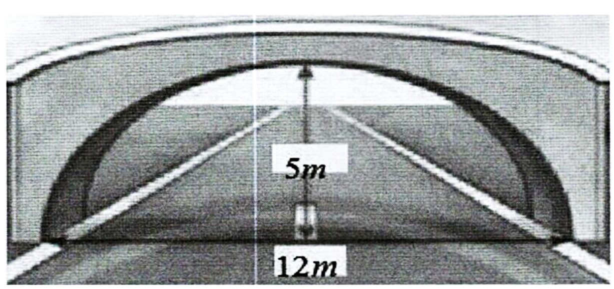
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)$$

Do $M(5;0)$ và $N\left(\frac{5\sqrt{15}}{4};1\right)\in(E)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases}\frac{25}{a^2}+\frac{0}{b^2}=1\\ \frac{25.15}{16a^2}+\frac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=25\\ \frac{15}{16}+\frac{1}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=25\\ b^2=16\end{cases}.$$

Vậy $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)$.

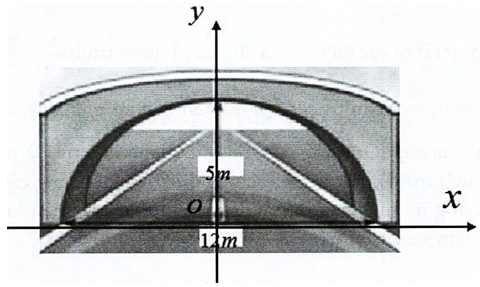
**Câu 21:** Một đường hầm có mặt cắt nửa hình elip cao $5m$, rộng $12m$. Viết phương trình chính tắc của elip đó?




**Trả lời:** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$

**Lời giải**

Vẽ hệ trục $Oxy$ như hình vẽ:




Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$

Elip có chiều cao $5m$ nên $b=5$.

Elip có chiều rộng $12m$ nên $2a=12\Rightarrow a=6$.

Phương trình chính tắc của elip: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$.

**Câu 22:** Trên mặt phẳng, cho tam giác $ABC$ có $A(-2;-2),B(-2;2),C(6;2)$.

Tìm tập hợp tất cả các điểm $M$ thỏa mãn hệ thức $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}|+|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}|=12$.

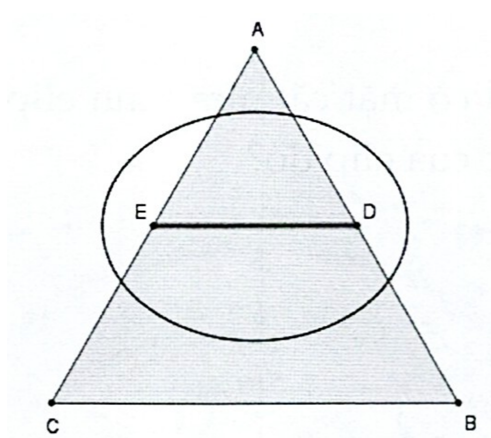
**Trả lời:** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

**Lời giải**

Gọi $D,E$ lần lượt là trung điểm các cạnh $AB,AC$. Khi đó $D(-2;0)$, $E(2;0)\cdot DE=4$

Ta có $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}|+|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}|=12\Leftrightarrow|2\overrightarrow{MD}|+|2\overrightarrow{ME}|=12$

$\Leftrightarrow 2MD+2ME=12\Leftrightarrow MD+ME=6.$

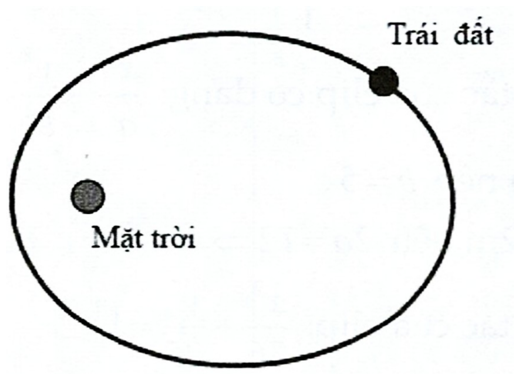



Vậy tập hợp các điểm $M$ là elip có hai tiêu điểm là $D$ và $E$, độ dài trục lớn là 6.

(Elip này có $c = \frac{DE}{2} = 2; a = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ )

Vậy tập hợp tất cả các điểm $M$ là elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

**Câu 23:** Một elip với bán trục lớn $a$ và bán tiêu cự $c$ tỉ số $e = \frac{c}{a}$ được gọi là tâm sai của elip. Quỹ đạo của trái đất quanh mặt trời là một elip $(E)$ trong đó mặt trời là một trong các tiêu điểm. Biết khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa mặt trời và trái đất lần lượt là 147 triệu km, 152 triệu $km$. Tính tâm sai của elip (E)?




**Trả lời:** $e \approx 0,0167$

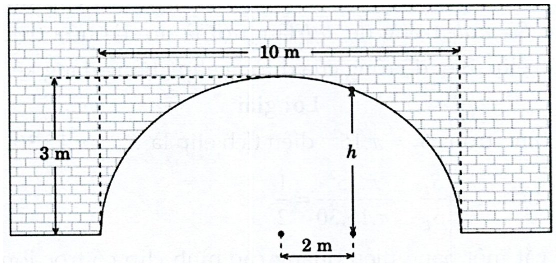
**Lời giải**

Một elip có phương trình: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b > 0$, khoảng cách từ tiêu điểm đến một điểm bất kì $M$ có hoành độ $x_M$ là $d_M = a \pm \frac{c \cdot x_M}{a}$, cho nên khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ một tiêu điểm đến một điểm thuộc elip lần lượt là $a + c$ và $a - c$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + c = 152 \\ a - c = 147 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{299}{2} \\ c = \frac{5}{2} \end{cases}$

Vậy tâm sai của $(E)$ là $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{299} \approx 0,0167$.

**Câu 24:** Mái vòm của một đường hầm có hình bán elip. Chiều rộng của đường hầm là $10m$, điểm cao nhất của mái vòm là $3m$. Gọi $h$ là chiều cao của mái vòm tại điểm cách tâm của đường hầm $2m$. Tính $h$?



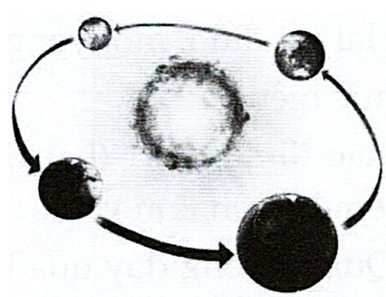

**Trả lời:** $h=\dfrac{3\sqrt{21}}{5}$

**Lời giải**

Phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{5^2}+\dfrac{y^2}{3^2}=1$,

Khi đó: $\dfrac{2^2}{5^2}+\dfrac{h^2}{3^2}=1 \Rightarrow h=\dfrac{3\sqrt{21}}{5}$

**Câu 25:** Các hành tinh và các sao chổi khi chuyển động xung quanh mặt trời có quỹ đạo là một đường elip trong đó tâm mặt trời là một tiêu điểm. Điểm gần mặt trời nhất gọi là điểm cận nhật, điểm xa mặt trời nhất gọi là điểm viễn nhật. Trái đất chuyển động xung quanh mặt trời theo quỹ đạo là một đường elip có độ dài nửa trục lớn bằng $93.000.000$ dặm. Tỉ số khoảng cách giữa điểm cận nhật và điểm viễn nhật đến mặt trời là $\dfrac{59}{61}$. Tính khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật. Lấy giá trị gần đúng.



**Trả lời:** $91.450.000$

**Lời giải**

Ta có $a=93.000.000$

Và $\dfrac{a-c}{a+c}=\dfrac{59}{61} \Leftrightarrow 61a-61c=59a+59c \Leftrightarrow c=\dfrac{a}{60}=\dfrac{93.000.000}{60}=1.550.000$.

Suy ra khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điêm cận nhật là: $a-c=91.450.000$ dặm.

**Câu 26:** Ông Hoàng có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Ông chia thành hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trông cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích $T$ giữa phân trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích elip được tính theo công thức $S=\pi ab$ trong đó $a,b$ lần lượt là đọ dài nửa trục lớn và nửa trục bé của elip. Biết độ rộng của đường elip không đáng kể.

**Trả lời:** $T=\frac{S_T}{S_E}=\frac{1}{2}$

**Lời giải**

Diện tích hình tròn: $S_T=\pi.15^2$, diện tích elip là $S_E=\pi.15.30$.

Tỉ số diện tích: $T=\frac{S_T}{S_E}=\frac{\pi\cdot 15^2}{\pi\cdot 15\cdot 30}=\frac{1}{2}$

**Câu 27:** Cho $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ và $d: y=x+k$. Với giá trị nào của $k$ thì (d) có điểm chung với $(E)$?

**Trả lời:** $-\sqrt{5}\le k\le\sqrt{5}$

**Lời giải**

Tọa độ giao điểm của (d) và (E): $\begin{cases} y=x+k \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{(x+k)^2}{1}=1$

$\Leftrightarrow 5x^2+8kx+4k^2-4=0$ (1).YCBT $\Leftrightarrow \Delta'\ge 0\Leftrightarrow -4k^2+20\ge 0\Leftrightarrow -\sqrt{5}\le k\le\sqrt{5}$.

**Câu 28:** Viết phương trình chính tắc của elip $(E)$ biết rằng chu vi của hình chữ nhật cơ sở bằng 20 và $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

**Trả lời:** $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

**Lời giải**

$(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)\cdot\begin{cases} \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3} \\ 2(2a+2b)=20 \\ c^2=a^2-b^2 \end{cases}\Rightarrow a^2=9,b^2=4.$

$(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.

**Câu 29:** Cho elip $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Tìm điểm $M$ thuộc $(E)$ sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}=60^\circ$ với $F_1,F_2$ là hai tiêu điểm của $(E)$

**Trả lời:** $M_1\left(\dfrac{\sqrt{32}}{3};\dfrac{1}{3}\right),M_2\left(\dfrac{\sqrt{32}}{3};-\dfrac{1}{3}\right),M_3\left(-\dfrac{\sqrt{32}}{3};-\dfrac{1}{3}\right),M_4\left(-\dfrac{\sqrt{32}}{3};-\dfrac{1}{3}\right).$

**Lời giải**

$M\in(E)$. Ta có $MF_1=2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}x, MF_2=2-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$.

$F_1F_2^2=MF_1^2+MF_2^2-2MF_1MF_2\cos 60^\circ \Leftrightarrow 12=4+\dfrac{9}{4}x^2 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{32}}{3}.$

Vì $M\in(E)$ nên $x=\pm\dfrac{\sqrt{32}}{3}\Rightarrow y=\pm\dfrac{1}{3}.$

$\Rightarrow M_1\left(\dfrac{\sqrt{32}}{3};\dfrac{1}{3}\right),M_2\left(\dfrac{\sqrt{32}}{3};-\dfrac{1}{3}\right),M_3\left(-\dfrac{\sqrt{32}}{3};-\dfrac{1}{3}\right),M_4\left(-\dfrac{\sqrt{32}}{3};-\dfrac{1}{3}\right).$

**Câu 30:** Lập phương trình chính tắc của elip $(E)$ biết một đỉnh và hai tiêu điểm của $(E)$ tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của $(E)$ là $12(2+\sqrt{3})$.

**Trả lời:** $(E):\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1.$

**Lời giải**

$(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a^2=b^2+c^2;a,b,c>0\right)$. Gọi $F_1(-c;0)\Rightarrow F_2(c;0)$.

Hai đỉnh trên trục nhỏ $B_1(0;-b),B_2(0;b)$. Ta có hệ:

$$\begin{cases} b=2c\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ 2(2a+2b)=12(2+\sqrt{3}) \Leftrightarrow \\ c^2=a^2-b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=3\sqrt{3} \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow (E):\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1.$$

**Câu 31:** Cho Parabol $(P):y^2=16x$ và đường thẳng $(d):x=a(a>0)$. Tìm $a$ để $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$ sao cho $\widehat{AOB}=120^\circ$.

**Trả lời:** $a=\dfrac{16}{3}$

**Lời giải**

Tìm $a$ để $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt $A$ và $B$ sao cho $\widehat{AOB}=120^\circ$.

Ta có: $x=a \Rightarrow y^2=16a \Rightarrow y=\pm 4\sqrt{a}\,(a>0) \Rightarrow A(a;-4\sqrt{a}), B(a;4\sqrt{a})$.

$\widehat{AOB}=120^\circ \Leftrightarrow (\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=120^\circ \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{OA},$

$\Leftrightarrow \dfrac{a^2-16a}{\sqrt{a^2+16a}\cdot\sqrt{a^2+16a}}=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a=\dfrac{16}{3}$.

**Câu 32:** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, viết phương trình chính tắc của parabol $(P)$ có tiêu điểm là $F(5;0)$.

**Trả lời:** $y^2=20x$

**Lời giải**

Gọi phương trình chính tắc của parabol $(P)$ là: $y^2=2px\,(p>0)$.

Vì $(P)$ có tiêu điểm là $F(5;0)$ nên $\dfrac{p}{2}=5$, tức là $p=10$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol $(P)$ là $y^2=20x$.

**Câu 33:** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, viết phương trình chính tắc của đường hypebol $(H)$ có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $A_2(4;0)$.

**Trả lời:** $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{20}=1$

**Lời giải**

Giả sử hypebol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $a>0, b>0$.

Do $A_2(4;0)$ thuộc $(H)$ nên $\dfrac{4^2}{a^2}-\dfrac{0^2}{b^2}=1$, suy ra $a=4$.

Mà $F_2(6;0)$ là tiêu điểm của $(H)$ nên $c=6$.

Suy ra $b^2=c^2-a^2=36-16=20$.

Vậy hypebol $(H)$ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{20}=1$.

**Câu 34:** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, viết phương trình chính tắc của elíp biết độ dài trục bé là 6 và tiêu cự là 8.

**Trả lời:** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$

**Lời giải**

Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, gọi phương trình chính tắc của Elíp là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $(a>b>0)$

Do độ dài trục bé là 6 và tiêu cự là 8 nên $b=3, c=4 \Rightarrow a=\sqrt{b^2+c^2}=5$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình chính tắc của Elíp là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

**Câu 35:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy$, viết phương trình chính tắc của elip, biết tỉ số trục bé và trục lớn bằng $\frac{1}{\sqrt{5}}$ và biết elip đi qua điểm $M(\sqrt{15};-1)$.

**Trả lời:** $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$

**Lời giải**

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 (a>b>0)$.

Ta có: $\begin{cases} \frac{2b}{2a}=\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{15}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\sqrt{5}b \\ 15b^2+a^2=a^2b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\sqrt{5}b \\ 5b^4-20b^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2\sqrt{5} \\ b=2 \end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$.

**Câu 36:** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, viết phương trình chính tắc của elip $(E)$ biết $(E)$ đi qua hai điểm $M(0;3)$ và $N\left(3;-\frac{12}{5}\right)$.

**Trả lời:** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

**Lời giải**

Gọi phương trình chính tắc của elip $(E)$ cần tìm là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $a>b>0$.

Vì $(E)$ đi qua $M(0;3)$ và $N\left(3;-\frac{12}{5}\right)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{0^2}{a^2}+\dfrac{3^2}{b^2}=1 \\ \dfrac{3^2}{a^2}+\dfrac{(-\frac{12}{5})^2}{b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2=9 \\ a^2=25 \end{cases}$$ (thỏa mãn).

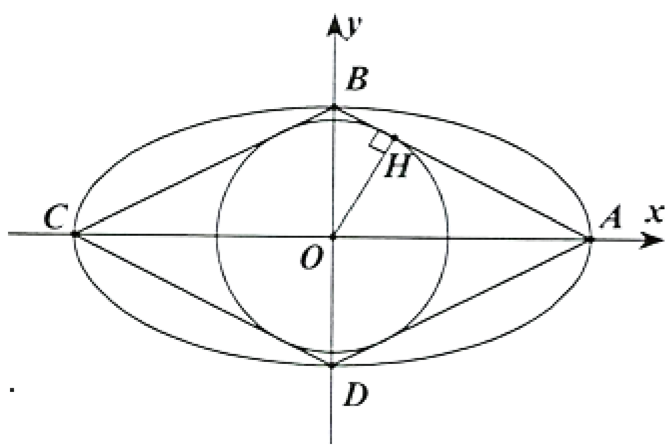
Vậy phương trình chính tắc của elip $(E)$ cần tìm là $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

**Câu 37:** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho hình thoi $ABCD$ có $AC=2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $(C): x^2+y^2=4$. Viết phương trình chính tắc của elip $(E)$ đi qua các đỉnh $A,B,C,D$ của hình thoi với điểm $A$ nằm trên trục $Ox$.

**Trả lời:** $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{5}=1$

**Lời giải**

Giả sử phương trình elip $(E)$ là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$.



.

Đường tròn $(C): x^2+y^2=4$ có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R=2$.

Vì $(C)$ tiếp xúc với các cạnh của hình thoi và $A\in Ox$ nên $C\in Ox$ và $B,D\in Oy$.

Các điểm $A,B,C,D\in(E)$ nên $A,B,C,D$ là các đỉnh của $(E)$.

$A,B\in(E)\Rightarrow A(a;0), B(0;b)\Rightarrow OA=a, OB=b$.

Vì $OA=2OB$ nên $a=2b$.

Kẻ $OH\perp AB\,(H\in AB)$.

Ta có $OH=R=2$.

Tam giác $ABO$ vuông tại $O$ có $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}\Leftrightarrow\frac{1}{4}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{a^2}\Leftrightarrow a^2=20\Rightarrow b^2=5$.

Vậy phương trình $(E)$ là $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$.

**Câu 38:** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, viết phương trình chính tắc của parabol $(P)$ biết khoảng cách từ tiêu điểm $F$ đến đường thẳng $\Delta: x+y-12=0$ bằng $2\sqrt{2}$.

**Trả lời:** $y^2=32x$ hoặc $y^2=64x$.

**Lời giải**

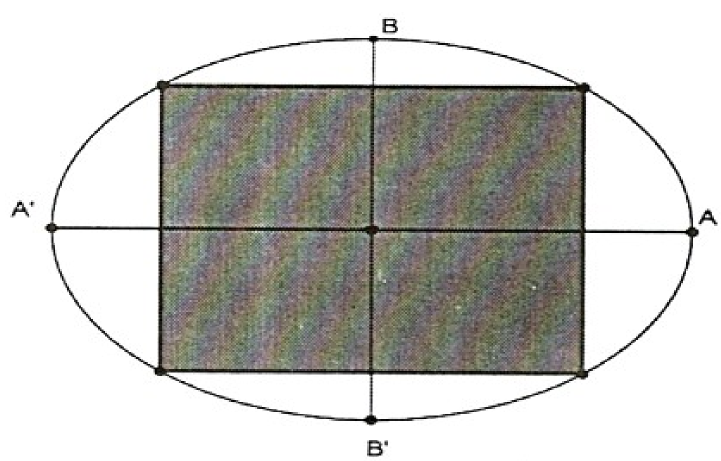
Gọi phương trình chính tắc của parabol $(P)$ là $y^2=2px(p>0)$.

Tọa độ tiêu điểm của parabol $(P)$ là $F\left(\frac{p}{2};0\right)$.

Ta có $d(F,\Delta)=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{\left|\frac{p}{2}-12\right|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|\frac{p}{2}-12\right|=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{p}{2}-12=4\\ \frac{p}{2}-12=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}p=32\\ p=16\end{array}\right.$.

Vậy phương trình của $(P)$ là $y^2=32x$ hoặc $y^2=64x$.

**Câu 39:** Một mảnh đất hình Elip có độ dài trục lớn bằng $120m$, độ dài trục bé bằng $90m$. Tập đoàn VinGroup dự định xây dựng một trung tâm thương mại Vincom trong một hình chữ nhật nội tiếp của Eip như hình vẽ. Tính diện tích xây dựng Vincom lớn nhất.




**Trả lời:** $5400\left(m^2\right)$

**Lời giải**

Phương trình chính tắc của $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Ta có: $2a = 120 \Rightarrow a = 60, 2b = 90 \Rightarrow b = 45$.

Suy ra $(E): \frac{x^2}{3600} + \frac{y^2}{2025} = 1$.

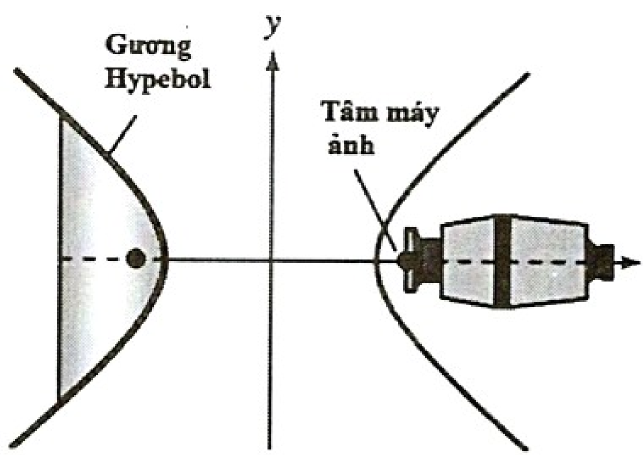
Chọn $M(x_M; y_M)$ là đỉnh hình chữ nhật và $x_M > 0, y_M > 0$.

Ta có: $\frac{x_M^2}{3600} + \frac{y_M^2}{2025} = 1$.

Diện tích hình chữ nhật là

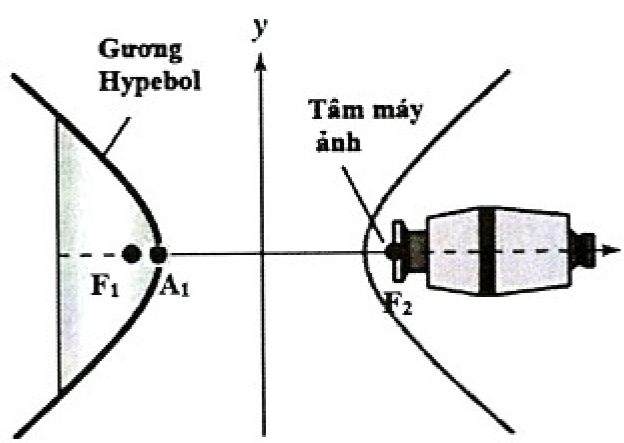
$S = 4x_M \cdot y_M = 5400 \cdot 2 \cdot \frac{x_M}{60} \cdot \frac{y_M}{45} \le 5400\left(\frac{x_M^2}{3600} + \frac{y_M^2}{2025}\right) = 5400\left(m^2\right)$.

**Câu 40:** Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương (xem hình). Tìm khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình cho mặt cắt của gương là $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.




**Trả lời:** $5 + \sqrt{39}$

**Lời giải**



Gọi $(H): \dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$

$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{39}.$

Tiêu điểm của gương là $F_1(-\sqrt{39}; 0)$ và $F_2(\sqrt{39}; 0)$.

Đỉnh của gương là $A_1(-5; 0)$.

Vậy khoảng cách từ tâm của máy ảnh tới đỉnh của gương là $F_2A_1 = \sqrt{(-5 - \sqrt{39})^2} = 5 + \sqrt{39}$.