

CĐ7: ĐA THỨC

Dạng 1: Xác định đa thức
Dạng 2: Tính giá trị của đa thức
Dạng 3: Dấu của đa thức
Dạng 4: Tìm giá trị của biến (tham số) để phép chia là phép chia hết
Dạng 5: Nghiệm của đa thức

Dạng 5. Nghiệm của đa thức.

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Lạng Giang 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = x(x^2 - 4)(x^2 + 2023)$ có các nghiệm là:

A. $\{-2; 2\}$ B. $\{0; 2; -2\}$ C. $\{0; 2\}$ D. $\{2023; 2; -2\}$

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = x(x^2 - 4)(x^2 + 2023) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x^2 - 4 = 0 \text{ hoặc } x^2 + 2023 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \pm 2$$

$$(x^2 + 2023 = 0 \text{ không tìm được } x \text{ thỏa mãn vì } x^2 + 2023 > 0 \text{ với mọi } x)$$

Vậy đa thức $f(x) = x(x^2 - 4)(x^2 + 2023)$ có các nghiệm là: $0; 2; -2$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Thanh Ba 2021 - 2022)

Cho hai đa thức: $P(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 5x$ và $Q(x) = x^4 + x^3 - x^2 + 6x + 2$.

Đa thức $G(x) = P(x) - Q(x)$ có số nghiệm là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$P(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 5x \text{ và } Q(x) = x^4 + x^3 - x^2 + 6x + 2$$

$$G(x) = P(x) - Q(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 = x^2(x+2) - (x+2) = (x+2)(x^2 - 1) \\ = (x+2)(x-1)(x+1)$$

Cho $G(x) = 0$ suy ra $(x+2)(x-1)(x+1) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x-1=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Do đó $G(x)$ có số nghiệm là 3.

Câu 3. (HSG 7 huyện Tam Nông 2021 - 2022)

Cho hai đa thức $P(x) = -2x^4 - x^2 + x - 2$ và $Q(x)$ thỏa mãn: $P(x) - Q(x) = -2x^4 - 2$

Nghiệm của đa thức $Q(x)$ là

- A.** $x=0$ và $x=-1$ **B.** $x=0$ và $x=1$ **C.** $x=1$ và $x=-1$ **D.** $x=1$ và $x=2$

Lời giải

Chọn B

Từ $P(x) - Q(x) = -2x^4 - 2$ suy ra:

$$\begin{aligned} Q(x) &= P(x) - (-2x^4 - 2) = -2x^4 - x^2 + x - 2 - (-2x^4 - 2) = -2x^4 - x^2 + x - 2 + 2x^4 + 2 \\ &= -x^2 + x = x(-x + 1) \end{aligned}$$

$Q(x) = 0$ khi $x(-x + 1) = 0$. Suy ra: $x = 0$ hoặc $x = 1$.

Do đó nghiệm của đa thức $Q(x)$ là $x = 0$ và $x = 1$.

Câu 4. (HSG 7 đề khảo sát lần 3, 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $5x.f(x - 2021) = (x - 14).f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Đa thức $f(x)$ có nhiều nhất 2 nghiệm. **B.** Đa thức $f(x)$ vô nghiệm.
C. Đa thức $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm. **D.** Đa thức $f(x)$ chỉ có 1 nghiệm.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $5x.f(x - 2021) = (x - 14).f(x)$ (*)

+ Thay $x = 14$ vào (*) ta được: $5.14.f(14 - 2021) = (14 - 14).f(14)$

$$\Rightarrow 5.14.f(-2007) = 0 \Rightarrow f(-2007) = 0$$

$\Rightarrow x = -2007$ là 1 nghiệm của $f(x)$

+ Thay $x = 0$ vào (*) ta được: $5.0.f(0 - 2021) = (0 - 14).f(0)$

$$(0 - 14).f(0) = 0 \Rightarrow f(0) = 0$$

$\Rightarrow x = 0$ là 1 nghiệm của $f(x)$

Vậy đa thức $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm.

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Lập Thạch tỉnh Vĩnh Phúc 2022 - 2023)

Cho các đa thức: $A(x) = 3x - 9x^2 + 4x + 5x^3 + 7x^2 + 1$ và $B(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x + 10$. Hãy tìm

nghiệm của đa thức $C(x) = A(x) - B(x)$.

Lời giải

Ta có $A(x) = 3x - 9x^2 + 4x + 5x^3 + 7x^2 + 1 = 5x^3 - 2x^2 + 7x + 1$

$$C(x) = A(x) - B(x) = (5x^3 - 2x^2 + 7x + 1) - (5x^3 - 3x^2 + 7x + 10)$$

$$C(x) = (5x^3 - 5x^3) + (-2x^2 + 3x^2) + (7x - 7x) + (1 - 10)$$

$$C(x) = x^2 - 9 = 0$$

Ta có

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Vậy $x = \pm 3$ là nghiệm của đa thức $C(x) = A(x) - B(x)$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Yên Định 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn điều kiện: $x \cdot f(x - 2) = (x - 1) \cdot f(x)$. Chứng minh rằng đa thức $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm.

Lời giải

+ Khi $x = 0$ thì ta có:

$$0 \cdot f(0 - 2) = (0 - 1)f(0) \Rightarrow f(0) = 0$$

Vậy $x = 0$ là 1 nghiệm của đa thức $f(x)$

+ Khi $x = 1$ thì ta có:

$$1 \cdot f(1 - 2) = (1 - 1)f(1) \Rightarrow f(-1) = 0$$

Vậy $x = -1$ là một nghiệm của đa thức $f(x)$

Vậy $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm là $0; -1$.

Câu 3. (HSG 7 Quảng Ninh 2022 - 2023)

Cho hai đa thức: $M(x) = 2x^3 - x^2 - 3x + 1$ và $N(x) = -x^3 + x^2 - x + 2$. Tìm một nghiệm của đa thức: $P(x) = M(x) + N(x)$.

Lời giải

Ta có: $P(x) = M(x) + N(x)$

$$\Rightarrow P(x) = (2x^3 - x^2 - 3x + 1) + (-x^3 + x^2 - x + 2)$$

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 3x + 1 - x^3 + x^2 - x + 2$$

$$P(x) = x^3 - 4x + 3$$

Với $x=1$ ta có: $P(1) = 1^3 - 4 \cdot 1 + 3 = 0$

Suy ra: $x=1$ là một nghiệm của đa thức $P(x)$.

Câu 4. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Gia Viễn 2022 - 2023)

Cho đa thức $Q(x) = ax^2 + bx + 4c$. Chứng minh rằng nếu đa thức $Q(x)$ nhận 2 và -2 là nghiệm thì a và c là hai số đối nhau.

Lời giải

Vì $Q(x) = ax^2 + bx + 4c$ nhận 2 và -2 là nghiệm nên $Q(2) = 0$; $Q(-2) = 0$.

Ta có: $Q(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 4c = 4a + 2b + 4c = 0$

$$Q(-2) = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 4c = 4a - 2b + 4c = 0$$

$$\Rightarrow 4a + 2b + 4c + 4a - 2b + 4c = 0 \Rightarrow 8a + 8c = 0$$

$$\Rightarrow 8(a + c) = 0 \Rightarrow a + c = 0$$

$\Rightarrow a$ và c là hai số đối nhau.

Câu 5. (HSG 7 huyện Trục Ninh 2020 - 2021)

Chứng minh đa thức sau không có nghiệm $A = x^{12} - x^9 + x^8 - x^7 + x^6 - x^3 + 1$.

Lời giải

$$A = x^{12} - x^9 + x^8 - x^7 + x^6 - x^3 + 1$$

Ta có: $x^{12}; x^8; x^6 \geq 0$ với mọi x (*)

$$\left. \begin{array}{l} x^{12} \geq x^9 \\ x^8 \geq x^7 \\ x^6 \geq x^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^{12} - x^9 \geq 0 \\ x^8 - x^7 \geq 0 \\ x^6 - x^3 \geq 0 \end{array} \right\}$$

+) Nếu $x \geq 1$, khi đó

$$\Rightarrow A = x^{12} - x^9 + x^8 - x^7 + x^6 - x^3 + 1 \geq 1 > 0$$

+) Nếu $x \leq 0$ khi đó $-x^9; -x^7; -x^3 \geq 0$.

Kết hợp với (*) ta có $A = x^{12} - x^9 + x^8 - x^7 + x^6 - x^3 + 1 \geq 1 > 0$

+) Nếu $0 < x < 1$, ta có

$$A = x^{12} + (x^8 - x^9) + (x^6 - x^7) + (1 - x^3) = x^{12} + x^8(1 - x) + x^6(1 - x) + (1 - x^3)$$

Vì $0 < x < 1$ nên $1 - x > 0, 1 - x^3 > 0$

Kết hợp với (*) suy ra $A = x^{12} - x^9 + x^8 - x^7 + x^6 - x^3 + 1 > 0$

Vậy $A > 0$ với mọi x . Do đó đa thức đã cho không có nghiệm.

Câu 6. (HSG 7 huyện Nghĩa Hành 2021 - 2022)

Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn điều kiện: $x \cdot f(x+1) = (x+2) \cdot f(x)$.

Chứng minh rằng đa thức $f(x)$ có ít nhất hai nghiệm là 0 và -1 .

Lời giải

Ta có: $x \cdot f(x+1) = (x+2) \cdot f(x)$ với mọi x (1)

+ Thay $x=0$ vào (1) ta được: $0 \cdot f(1) = 2 \cdot f(0)$

Do $0 = 2 \cdot f(0)$ nên $f(0) = 0$. Khi đó 0 là một nghiệm của $f(x)$.

+ Thay $x=-1$ vào (1) ta được: $-1 \cdot f(0) = 1 \cdot f(-1)$ nên $-f(0) = f(1)$

Do $f(0) = 0$ nên $f(-1) = 0$. Khi đó -1 cũng là một nghiệm của $f(x)$.

Vậy đa thức $f(x)$ có ít nhất hai nghiệm là 0 và -1 .

Câu 7. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2021 - 2022)

Cho hai đa thức: $f(x) = -5x^5 + 3x^3 + 2x^2 + x + \frac{1}{2}$ và $g(x) = 5x^5 - 3x^3 - x^2 - x + \frac{1}{2}$.

a) Tính $h(x) = f(x) + g(x)$. Chứng tỏ đa thức $h(x)$ không có nghiệm.

b) Tìm nghiệm của đa thức $h(x) - 5$.

Lời giải

a) $h(x) = f(x) + g(x) = -5x^5 + 3x^3 + 2x^2 + x + \frac{1}{2} + 5x^5 - 3x^3 - x^2 - x + \frac{1}{2} = x^2 + 1$.

Ta có: $x^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $x^2 + 1 \geq 1$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $h(x) \neq 0$ với mọi x .

Vậy đa thức $h(x)$ không có nghiệm.

b) Ta có: $h(x) - 5 = x^2 + 1 - 5 = x^2 - 4$.

$$h(x) - 5 = 0 \text{ khi } x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

Vậy nghiệm của đa thức $h(x) - 5$ là $x = 2$ và $x = -2$.

Câu 8. (HSG 7 huyện Cao Lộc 2021 - 2022)

Tìm nghiệm của đa thức: $P(x) = 2x^2 + 3x + 1$.

Lời giải

Ta có:

$$P(x) = 0$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$2x^2 + 2x + x + 1 = 0$$

$$2x(x+1) + x + 1 = 0$$

$$(x+1)(2x+1) = 0$$

Suy ra $x+1=0$ hoặc $2x+1=0$.

Suy ra $x=-1$ hoặc $x=-\frac{1}{2}$.

Vậy đa thức $P(x)$ có hai nghiệm là $x=-1$ và $x=-\frac{1}{2}$.

Câu 9. (HSG 7 huyện Cửa Lò 2020 - 2021)

Cho hai đa thức: $A(x) = -2x^5 + x^4 - 2x^2 - 7x - 3$ và $B(x) = -2x^5 + x^4 + 3x^2 + 3x - 3$

Tìm nghiệm của đa thức $N(x) = A(x) - B(x)$

Lời giải

Ta có: $A(x) = -2x^5 + x^4 - 2x^2 - 7x - 3$ và $B(x) = -2x^5 + x^4 + 3x^2 + 3x - 3$

Suy ra: $N(x) = A(x) - B(x) = -5x^2 - 10x$

Cho $N(x) = 0 \Rightarrow -5x^2 - 10x = 0 \Rightarrow -5x(x+2) = 0$

$\Rightarrow x=0$ hoặc $x+2=0 \Rightarrow x=0$ hoặc $x=-2$.

Vậy nghiệm của đa thức $N(x)$ là 0 và -2 .

Câu 10. (HSG 7 huyện Chư Sê, Gia Lai 2020 - 2021)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Chứng minh rằng nếu $f(x)$ nhận 1 và -1 là nghiệm thì a và c là hai số đối nhau.

Lời giải

Ta có: $f(x)$ nhận 1 và -1 là nghiệm thì $f(1)=0$ và $f(-1)=0$

$f(1)=0 \Rightarrow a+b+c=0$; $f(-1)=0 \Rightarrow a-b+c=0$

Suy ra: $(a+b+c)+(a-b+c)=0 \Rightarrow 2(a+c)=0 \Rightarrow a+c=0 \Rightarrow a=-c$

Vậy a và c là hai số đối nhau.

Câu 11. (HSG 7 Trường Phong Đạt 2018-2019)

Cho biết $(x-1)f(x) = (x+4)f(x+8)$ với mọi x . Chứng minh $f(x)$ có ít nhất hai nghiệm.

Lời giải

Vì $(x-1)f(x) = (x+4)f(x+8)$ với mọi x nên:

+ Với $x = -4$ thì $-5f(-4) = 0, f(4) \Rightarrow f(-4) = 0$

Khi đó $x = -4$ là một nghiệm của $f(x)$

+ Với $x = -12$ thì $-13f(-12) = -8.f(-4) \Rightarrow f(-12) = f(-4) = 0$

Khi đó $x = -12$ là một nghiệm của $f(x)$

Do đó $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm là -4 và -12 .

Câu 12. (HSG 7 Trường Thanh Cao_2018-2019)

Chứng minh rằng đa thức: $f(x) = -4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$ không có nghiệm nguyên.

Lời giải

Nếu đa thức $f(x) = -4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$ có nghiệm thì nghiệm đó là ước của -1 ,

Mặt khác $U(-1) = \{-1; 1\}$

Ta có: $f(-1) = -11 \neq 0; f(1) = -3 \neq 0$

Vậy đa thức đã cho không có nghiệm nguyên.

Câu 13. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2017 - 2018)

Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn: $x.f(x - 2011) = (x - 2012).f(x)$

Chứng minh rằng đa thức $f(x)$ có ít nhất hai nghiệm khác nhau.

Lời giải

+) Với $x = 0$ ta có: $-2012.f(0) = 0.f(-2011) = 0$ hay $f(0) = 0$

Khi đó $x = 0$ là nghiệm của đa thức $f(x)$.

+) Với $x = 2011$ ta có: $2011.f(2011 - 2011) = (2011 - 2012).f(2011)$

$$\Rightarrow 2011.f(0) = -1.f(2011) = 0$$

$$\Rightarrow f(2011) = 0$$

Khi đó $x = 2011$ là nghiệm của đa thức $f(x)$.

Vậy đa thức $f(x)$ có ít nhất hai nghiệm khác nhau.

Câu 14. (HSG 7 huyện Khoái Châu 2014 - 2015)

Cho đa thức $f(x)$, biết với mọi x ta có: $x.f(x+1) = (x+2).f(x)$. Chứng minh rằng đa thức $f(x)$ luôn có ít nhất hai nghiệm.

Lời giải

Vì với mọi x ta có $x.f(x+1) = (x+2).f(x)$ nên

- Với $x=0$, ta có: $0.f(1)=2f(0) \Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow 0$ là một nghiệm của $f(x)$
 - Với $x=-2$, ta có: $-2f(-1)=0f(-2) \Rightarrow f(-1)=0 \Rightarrow -1$ cũng là một nghiệm của $f(x)$
- Vậy đa thức $f(x)$ luôn có ít nhất hai nghiệm.

Câu 15. (HSG 7 trường Cao Dương 2016 - 2017)

Cho đa thức $f(x)=x^2+mx+2$.

- a) Xác định m để $f(x)$ nhận -2 làm một nghiệm;
- b) Tìm tập hợp các nghiệm của $f(x)$ ứng với giá trị vừa tìm được của m .

Lời giải

- a) Vì $f(x)$ nhận -2 làm một nghiệm

$$\Rightarrow (-2)^2 + m.(-2) + 2 = 0 \Rightarrow 6 - 2m = 0 \Rightarrow m = 3$$

- b) Ta có $f(x) = x^2 + 3x + 2 = x^2 + 2x + x + 2 = x(x+2) + (x+2) = (x+2)(x+1)$

Cho $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$

Vậy tập hợp các nghiệm của $f(x)$ là $S = \{-1; -2\}$

Câu 16. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)

Tìm nghiệm của đa thức $7x^2 - 35x + 42$.

Lời giải

Ta có $7x^2 - 35x + 42$

$$= 7(x^2 - 5x + 6)$$

$$= 7(x^2 - 3x - 2x + 6)$$

$$= 7[x(x-3) - 2(x-3)]$$

$$= 7(x-3)(x-2)$$

Cho $7x^2 - 35x + 42 = 0 \Rightarrow 7(x-3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của đa thức trên là $x \in \{2; 3\}$.

Câu 17. (HSG 7 huyện Thanh Oai 2014 - 2015)

Chứng minh rằng đa thức $x^2 - 2x + 2$ vô nghiệm.

Lời giải

Ta có: $x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 1 + 1 = (x-1)^2 + 1$

Vì $(x-1)^2 \geq 0 (\forall x) \Rightarrow (x-1)^2 + 1 \geq 1$ với mọi x

Do đó $x^2 - 2x + 2 > 0$ với mọi x

Vì thế đa thức đã cho vô nghiệm.

Câu 18. (HSG 7 trường Tân Ước 2013 - 2014)

Tìm nghiệm của đa thức sau: $x^2 + 8x + 25$.

Lời giải

Ta có: $x^2 + 8x + 25 = x^2 + 4x + 4x + 16 + 9 = x(x+4) + 4(x+4) + 9$

$$= (x+4)(x+4) + 9 = (x+4)^2 + 9$$

Vì $(x+4)^2 \geq 0 (\forall x) \Rightarrow (x+4)^2 + 9 > 0$ với mọi x

Do đó $x^2 + 8x + 25 > 0$ với mọi x

$\Rightarrow$ Đa thức $x^2 + 8x + 25$ vô nghiệm.

Câu 19. (HSG 7 Đề huyện Sóc Sơn 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn $x.f(x+2023) = (x+4046).f(x)$. Chứng minh $f(x)$ có ít nhất hai nghiệm.

Lời giải

Ta có $x.f(x+2023) = (x+4046).f(x)$ (*)

+ Thay $x=0$ vào (*) ta được $0.f(0+2023) = (0+4046).f(0) \Rightarrow f(0)=0$. Nên $x=0$ là một nghiệm của $f(x)$.

+ Thay $x=-2023$ vào (*) ta được $-2023.f(-2023+2023) = (-2023+4046).f(-2023) \Rightarrow -2023.f(0) = 2023.f(-2023)$, mà $f(0)=0$ nên $f(-2023)=0$. Suy ra $x=-2023$ là một nghiệm của $f(x)$.

Câu 20. (HSG 7 TP Ninh Bình 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = 2016 \cdot x^4 - 32(25 \cdot k + 2) \cdot x^2 + k^2 - 100$ (với k là số thực dương cho trước). Biết đa thức $f(x)$ có đúng ba nghiệm phân biệt a, b, c (với $a < b < c$). Tính hiệu của $a - c$.

Lời giải

Ta thấy đa thức $f(x)$ nếu có nghiệm $x=a$ (a khác 0) thì $x=-a$ cũng là một nghiệm của $f(x)$, nên đa thức $f(x)$ có 2 nghiệm.

Mà đa thức $f(x)$ có đúng ba nghiệm phân biệt nên một trong ba nghiệm sẽ bằng 0

Thay $x=0$ vào đa thức $f(x)$ ta được: $k^2 - 100 = 0$ nên $k=10$ (vì k dương).

Với $k=10$ ta có $f(x)=2016 \cdot x^4 - 8064 \cdot x^2 = 2016x^2 \cdot (x^2 - 4)$

Cho $f(x)=2016x^2 \cdot (x^2 - 4)=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2=2^2=(-2)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vì $a < b < c$ nên $f(x)$ sẽ có 3 nghiệm phân biệt là $a=-2$; $b=0$ và $c=2$

Khi đó $a \cdot c = -2 \cdot 2 = -4$.

Câu 21. (HSG 7 huyện Mù Cang Chải, 2016- 2017)

a) Xác định đa thức $P(x)$ có bậc 2 với hệ số cao nhất bằng 1 và nhận hai số $0; -3$ làm nghiệm

b) Cho đa thức $f(x)$, biết với mọi x ta có : $x \cdot f(x+1) = (x+2)f(x)$.

Chứng minh rằng đa thức $f(x)$ luôn có ít nhất hai nghiệm.

Lời giải

a) $P(x) = x^2 + ax + b$

+) Có 0 là một nghiệm của đa thức, nên $f(0) = b = 0$

+) Có -3 là một nghiệm của đa thức, nên: $9 - 3a + 0 = 0 \Rightarrow a = 3$

Đa thức $P(x) = x^2 + 3x$ là đa thức cần tìm.

b) Với $x=0$, ta có: $0 \cdot f(1) = 2f(0) \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow 0$ là một nghiệm của $f(x)$

Với $x=-2$, ta có: $-2f(-1) = 0f(-2) \Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow -1$ là một nghiệm của $f(x)$

Vậy đa thức $f(x)$ luôn có ít nhất hai nghiệm.

Câu 22. (HSG 7 huyện Đất Mũi, 2016- 2017)

Cho đa thức $f(x)$ xác định với mọi x thỏa mãn: $x \cdot f(x+2) = (x^2 - 9)f(x)$

1) Tính $f(5)$

2) Chứng minh rằng $f(x)$ có ít nhất 3 nghiệm

Lời giải

1) Ta có: $x=3 \Rightarrow f(5)=0$

2) Với $x=0 \Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow x=0$ là một nghiệm

Với $x=3 \Rightarrow f(5)=0 \Rightarrow x=5$ là một nghiệm

Với $x=-3 \Rightarrow f(-1)=0 \Rightarrow x=-1$ là một nghiệm

Vậy $f(x)$ có ít nhất là 3 nghiệm.

Câu 23. (HSG 7 trường Nguyễn Trực 2017- 2018)

Chứng minh rằng đa thức $f(x) = x^8 - x^5 + x^2 - x + 1$ không có nghiệm.

Lời giải

Xét từng khoảng

+ Xét $x \leq 0$ dẫn đến $f(x) \geq 1 > 0$

+ Xét $0 < x < 1$ lập luận dẫn đến $f(x) > 0$

+ Xét $x \geq 1$ lập luận dẫn đến $f(x) > 0$

Trong cả ba khoảng trên đều có $f(x) \neq 0$ nên đa thức $f(x)$ không có nghiệm.

Câu 24. (HSG 7 huyện Phù Cát, trường Ngô Gia Tự năm 2017 - 2018)

Chứng minh đa thức sau không có nghiệm: $C = x^{10} - x^5 + x^2 - x + 1$

Lời giải:

Xét đa thức : $C = x^{10} - x^5 + x^2 - x + 1$

Nếu $x = 0 \Rightarrow C = 1 > 0$

Nếu $x < 0 \Rightarrow x^{10} + x^2 + 1 > 0$; $-x^5 - x > 0 \Rightarrow C > 0$

Nếu $0 < x < 1 \Rightarrow C = x^{10} + x^2(1 - x^3) + (1 - x) > 0$

Nếu $x \geq 1 \Rightarrow C = x^5 \cdot (x^5 - 1) + x(x - 1) + 1 > 0$

Vậy $C > 0$ với mọi x nên đa thức C không có nghiệm.

Câu 25. (HSG 7 trường Kim An năm 2017 - 2018)

Chứng minh đa thức $x^2 + 4x + 10$ không có nghiệm.

Lời giải:

Ta có: $x^2 + 4x + 10 = x^2 + 2x + 2x + 4 + 6 = (x + 2)^2 + 6 > 0 (\forall x)$

Do đó $x^2 + 4x + 10$ không có nghiệm. Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>