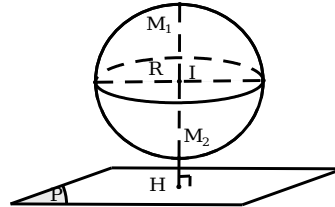


CHỦ ĐỀ 3

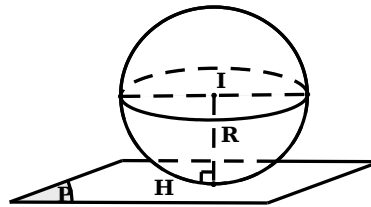
BÀI TOÁN LIÊN QUAN VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT PHẪNG VỚI MẶT CẦU

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) . Khi đó:

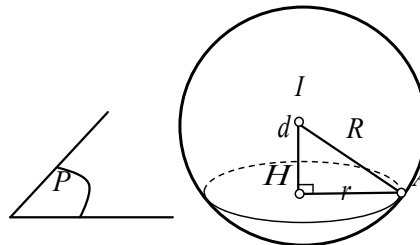
▮ Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.



▮ Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.



▮ Nếu $d < R$: mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm H và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.



DẠNG 1

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT PHẪNG VỚI MẶT CẦU

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 6z + 14 = 0$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2. B. 4. **C. 3.** D. 1.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Tìm bán kính r đường tròn giao tuyến của (S) và (P) .

A. $r = \frac{1}{3}$. **B. $r = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.** C. $r = \frac{1}{2}$. D. $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Đường tròn giao tuyến của (S) với mặt phẳng (Oxy) có bán kính là

A. $r = 3$. **B. $r = \sqrt{5}$.** C. $r = \sqrt{6}$. D. $r = \sqrt{14}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$ bán kính bằng 1, tiếp xúc mặt phẳng (Oxz) . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $|a| = 1$. B. $a + b + c = 1$. **C. $|b| = 1$.** D. $|c| = 1$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m = 1$. B. $m = -1$ hoặc $m = -21$.
C. $m = 1$ hoặc $m = 21$. D. $m = -9$ hoặc $m = 31$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn bán kính bằng 3.

A. $(Q): y + 3z = 0$. B. $(Q): x + y - 2z = 0$. C. $(Q): y - z = 0$. **D. $(Q): y - 2z = 0$.**

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 45$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 13 = 0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a; b; c)$ thì giá trị của $a + b + c$ bằng

A. -11. **B. 5.** C. 2. D. 1.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, ho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$. Giá trị của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) .

- A. $\begin{cases} m > 11 \\ m < -19 \end{cases}$. B. $-19 < m < 11$. C. $-12 < m < 4$. D. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -12 \end{cases}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - a)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z = 1$. Giá trị của a để (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C)

- A. $-\frac{17}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$. B. $-\frac{17}{2} < a < \frac{1}{2}$. C. $-8 < a < 1$. D. $-8 \leq a \leq 1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 10 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. (P) tiếp xúc với (S) .
B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.
C. (P) và (S) không có điểm chung.
D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx + 2y - z + 1 = 0$ (m là tham số). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$ theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m ?

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 2 + \sqrt{5}$. C. $m = \pm 4$. D. $m = 6 \pm 2\sqrt{5}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H , khi đó H có tọa độ là:

- A. $H(-3; -1; -2)$. B. $H(-1; -5; 0)$. C. $H(1; 5; 0)$. D. $H(3; 1; 2)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + y - z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$. Xác định bán kính r của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

- A. $r = \frac{2\sqrt{42}}{3}$. B. $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $r = \frac{2\sqrt{15}}{3}$. D. $r = \frac{2\sqrt{7}}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 14. Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 9 = 0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

Trả lời:

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ và điểm $M(1; -2; 0)$. Mặt cầu tâm M , bán kính bằng $\sqrt{3}$ cắt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .

Trả lời:

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x + my + z - 3m - 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2.

Trả lời:

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực của tham số m để mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

Trả lời:

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Số mặt cầu đi qua $A(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và một điểm $M(2; 3; 1)$. Từ M kẻ được vô số các tiếp tuyến tới (S) , biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn (C) . Tính bán kính r của đường tròn (C) .

Trả lời:

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m > 0$; $n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó?

Trả lời:

DẠNG 2

LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU LIÊN QUAN ĐẾN MẶT PHẪNG

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 7 = 0$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 8z - 4 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 8z - 4 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 8z - 4 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z - 4 = 0$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?

A. $x + y + 3z - 9 = 0$

B. $x + y - 3z + 3 = 0$

C. $x + y - 3z - 8 = 0$

D. $x - y - 3z + 3 = 0$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 7 = 0$ theo một đường tròn có đường kính bằng 8. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 81$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$?

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 3$

B. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$

D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S)

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$

B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$

D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2; -1; -1)$, $P(-2; -1; 3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-3;0;1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0$ theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π . Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34$.

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Lập phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2z + 3 = 0$.

Trả lời:

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích 2π . Lập phương trình mặt cầu (S) .

Trả lời:

Câu 34. Trong không gian, cho bốn mặt cầu có bán kính lần lượt là $2, 3, 3, 2$ (đơn vị độ dài) tiếp xúc ngoài với nhau. Mặt cầu nhỏ nhất tiếp xúc ngoài với cả bốn mặt cầu nói trên có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - \sqrt{2})^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

Trả lời:

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a, b, c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

Trả lời:

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc nhau?

A. 20.

B. 8.

C. 12.

D. 16.

Trả lời:

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Lập phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Trả lời:

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2; -2; 5)$ và tiếp xúc với ba mặt phẳng $(P): x = 1, (Q): y = -1$ và $(R): z = 1$ có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m \in (0;1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 10 = 0$ và $(\beta): \frac{x}{m} + \frac{y}{1-m} + \frac{z}{1} = 1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;11;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2mx + (m^2 + 1)y + (m^2 - 1)z - 10 = 0$. Biết rằng khi m thay đổi, tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (P) và cùng đi qua A . Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-3;1;1), B(1;-1;5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tính bán kính r của đường tròn (T) .

Trả lời:

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2;1;4), N(5;0;0), P(1;-3;1)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết rằng $a + b + c < 5$

Trả lời:

DẠNG 3

LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG LIÊN QUAN ĐẾN MẶT PHẪNG MẶT CẦU

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 44. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(6; 2; -5)$, $B(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A .

A. $(P): 5x + y - 6z + 62 = 0$

B. $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$

C. $(P): 5x - y - 6z - 62 = 0$

D. $(P): 5x + y + 6z + 62 = 0$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 7 = 0$. Biết mp (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$ theo một đường tròn có bán kính $r = 3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x - y + 2z - 7 = 0$

B. $2x - 2y + z + 17 = 0$

C. $2x - 2y + z + 7 = 0$

D. $2x - 2y + z - 17 = 0$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$ có phương trình là:

A. $2x - y + 2z - 7 = 0$

B. $2x - y + 2z + 9 = 0$

C. $2x - y + 2z + 7 = 0$

D. $2x - y + 2z - 9 = 0$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3 có phương trình là:

A. $y - 2z = 0$

B. $y + 2z = 0$

C. $y + 3z = 0$

D. $y - 3z = 0$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 2 = 0$ và điểm $K(2; 2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa tất cả các tiếp điểm của các tiếp tuyến vẽ từ K đến mặt cầu (S) .

- A. $2x + 2y + z - 4 = 0$ B. $6x + 6y + 3z - 8 = 0$
 C. $2x + 2y + z + 2 = 0$ D. $6x + 6y + 3z - 3 = 0$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) , biết (P) song song với giá của vector $v = (1; 6; 2)$, vuông góc với (α) và tiếp xúc với (S) .

- A. $\begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ x - 2y + z - 21 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 3x + y + 4z + 1 = 0 \\ 3x + y + 4z - 2 = 0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 4x - 3y - z + 5 = 0 \\ 4x - 3y - z - 27 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - y + 2z + 3 = 0 \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases}$

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 4$. Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $x - 2y - 2z + 1 = 0$ B. $-x + 2y + 2z + 5 = 0$
 C. $x - 2y - 2z - 23 = 0$ D. $-x + 2y + 2z + 17 = 0$

Câu 51. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$, mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α) , (P) song song với giá của vectơ $v = (1; 6; 2)$ và (P) tiếp xúc với (S) . Lập phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $2x - y + 2z - 2 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$ B. $x - 2y + 2z + 3 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$
 C. $2x - y + 2z + 3 = 0$ và $2x - y + 2z - 21 = 0$ D. $2x - y + 2z + 5 = 0$ và $2x - y + 2z - 2 = 0$

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 6$ đồng thời song song với hai đường thẳng $d_1: \frac{x - 2}{3} = \frac{y - 1}{-1} = \frac{z}{-1}$,

$$d_2: \frac{x}{1} = \frac{y + 2}{1} = \frac{z - 2}{-1}$$

- A. $\begin{cases} x - y + 2z - 3 = 0 \\ x - y + 2z + 9 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y + 2z - 3 = 0 \\ x + y + 2z + 9 = 0 \end{cases}$ C. $x + y + 2z + 9 = 0$ D. $x - y + 2z + 9 = 0$

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-4}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{-4}$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$. Khi đó (P) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $3x - y + 2z = 0$ B. $-2x + 2y - z + 4 = 0$
C. $x + y + z = 0$ D. Đáp án khác.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$; $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) , song song với d và Δ ?

A. $y + z + 3 = 0$ B. $x + z + 1 = 0$ C. $x + y + 1 = 0$ D. $x + z - 1 = 0$

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $M(4;3;1)$. Trong các mặt phẳng sau mặt phẳng nào đi qua M , song song với Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

A. $2x - 2y + 5z - 22 = 0$ B. $2x + y + 2z - 13 = 0$
C. $2x + y - 2z - 1 = 0$ D. $2x - y + 2z - 7 = 0$

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: Tiếp xúc với (S) ; song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.

A. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ B. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$
C. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ D. $4x + 3y - 12z + 26 = 0$

Câu 57. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng (P) , (P') chứa d và tiếp xúc với (S) tại T , T' . Tìm tọa độ trung điểm H của TT' .

A. $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; \frac{7}{6}\right)$ B. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$ C. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$ D. $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A , B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. 1 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 0 mặt phẳng. D. Vô số mặt phẳng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 10 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π . Lập phương mặt phẳng (Q) .

Trả lời:

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với (S) ; song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.

Trả lời:

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 15$. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π ? Lập phương mặt phẳng (P) .

Trả lời:

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$ và điểm $A(2; 3; 4)$. Tìm tập hợp điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) .

Trả lời:

Câu 63. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $OM \cdot AM = 6$. Tìm tập hợp điểm M .

Trả lời:

Câu 64. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Xét các điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . Tìm tập hợp điểm M .

Trả lời:

Câu 65. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

Trả lời:

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 1; 4)$, $N(5; 0; 0)$, $P(1; -3; 1)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M , N , P . Tìm c biết rằng $a + b + c < 5$.

Trả lời:

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến AB , AC , AD với B , C , D là các tiếp điểm. Viết phương trình mặt phẳng (BCD) .

Trả lời:

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 25$ và $(S'): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc (S') và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π . Tính khoảng cách từ O đến (P) bằng

Trả lời:

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 4b)x + 2(a - b + c)y + 2(b - c)z + d = 0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định.

Biết rằng $4a + b - 2c = 4$. Tìm khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) .

Trả lời:

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 1)$ và $C(-1; -1; 1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A , bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B , C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) .

Trả lời:

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 6$. Xét mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$, $(a, b, c, d \in \mathbb{Z}; d < -5)$ là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B . Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Tính giá trị của $T = |a + b + c + d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

Trả lời:

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt cầu $(S_1): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 1$,
 $(S_2): x^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$ và $(S_3): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y - 1 = 0$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp

xúc với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) ?

Trả lời: