

ĐỀ CHÍNH THỨC

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: (16 câu; 8,0 điểm)

Câu 1: Phân tích đa thức $a(x^2 + 1) - a^2x - x$ thành nhân tử được kết quả là:

- A. $(a - x)(ax - 1)$. B. $(a - x)(ax + 1)$. **C. $(x - a)(ax - 1)$.** D. $(ax - 1)(x - 1)$.

Câu 2: Trong kết quả phân tích đa thức $x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008$ thành nhân tử, có nhân tử là:

- A. $x^2 + x + 2$ **B. $x^2 + x + 1$** C. $x^2 - x - 1$ D. $x^2 - x + 2$

Câu 3: Đa thức thương trong phép chia đa thức $x^3 + 3x^2 - 5x - 10$ cho đa thức $x - 2$ là:

- A. $x^2 - 5x + 5$ **B. $x^2 + 5x + 5$** C. $x^2 + 3x + 5$ D. $x^2 - 3x + 5$

Câu 4: Số dư trong phép chia $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9) + 33$ cho $x^2 + 12x + 30$ là:

- A. 14 B. 16 **C. 18** D. 20

Câu 5: Kết quả rút gọn biểu thức $\frac{a^3 - 4a^2 - a + 4}{a^3 - 7a^2 - a + 7}$ (với $a \neq -1; a \neq 1; a \neq 7$) là:

- A. $\frac{a+4}{a+7}$ B. $\frac{a-1}{a-7}$ C. $\frac{a+1}{a+7}$ **D. $\frac{a-4}{a-7}$**

Câu 6: Biết $\frac{a-2}{a+6} = \frac{3}{5}$. Giá trị của phân thức $\frac{a^2 - 3a + 2}{a - 2}$ bằng

- A. 14 **B. 13** C. 0 D. 3

Câu 7: Với n là số tự nhiên, để biểu thức $A = (n^2 - 15)(n^2 + 5n + 1)$ là số nguyên tố thì n bằng:

- A. 4** B. 3 C. 5 D. 10

Câu 8: Cho p là số nguyên tố và $p + 4, p + 8$ cũng là các số nguyên tố. Biểu thức nào sau đây là hợp số:

- A. $p + 2$ B. $p + 14$ C. $p + 10$ **D. $p + 6$**

Câu 9: Tổng các nghiệm của phương trình $(x^2 + 25)(x^3 + 7x^2 - 9x - 63) = 0$ là:

- A. -32 B. -26 **C. -7** D. 7

Câu 10: Số các nghiệm nguyên của phương trình $2xy + 10x - y = 12$ là:

- A. 2 B. 3 **C. 4** D. 8

Câu 11: Tứ giác nào sau đây là đa giác đều:

- A. Hình thoi **B. Hình vuông** C. Hình chữ nhật D. Hình thang cân

Câu 12: Cho hình thoi ABCD có độ dài cạnh bằng 5cm và $\hat{A} = 90^\circ$. Diện tích hình thoi ABCD bằng:

- A. 25cm^2** B. 10cm^2 C. 20cm^2 D. 40cm^2

Câu 13: Cho hình thang vuông ABCD có $AB \parallel CD$, $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 5\text{cm}$, $CD = 9\text{cm}$, $\hat{C} = 45^\circ$
Diện tích hình thang ABCD bằng:

- A. 90cm^2 B. 56cm^2 C. 50cm^2 **D. 28cm^2**

Câu 14: Cho tam giác ABC. Qua điểm M trên AB vẽ đường thẳng song song với BC cắt AC tại N. Biết $AB = 8$, $BC = 6$, $MB = 5$. Độ dài MN bằng:

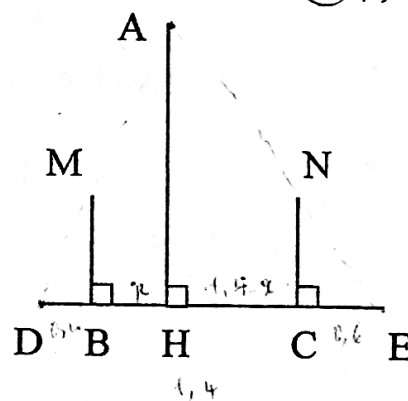
- A. 2,25** B. 2,5 C. 3 D. 3,75

Câu 15: Cho hình thoi ABCD có $AC = a$. Một đường thẳng d đi qua đỉnh A của hình thoi cắt đoạn thẳng BD và cắt các đường thẳng BC, DC theo thứ tự tại M, N, P. Khi đường thẳng d thay đổi nhưng vẫn đi qua A và cắt đoạn thẳng BD và cắt các đường thẳng BC, DC thì giá trị nhỏ nhất của tích $AN \cdot AP$ bằng:

- A. $\frac{a^2}{2}$ B. $2a$ **C. a^2** D. $2a^2$

Câu 16: Một ngọn đèn đặt trên cao ở vị trí A, hình chiếu vuông góc của nó trên mặt đất là H. Người ta đặt một chiếc cọc dài 1,6m thẳng đứng ở hai vị trí B và C thẳng hàng với H ($MB = NC = 1,6\text{m}$), khi đó bóng của chiếc cọc $BD = 0,4\text{m}$ và $CE = 0,6\text{m}$. Biết $BC = 1,4\text{m}$, độ cao AH là:

- A. 2,65 **B. 3,84** C. 4,0 **D. 3,86**



II. PHẦN TỰ LUẬN: (12,0 điểm)

Câu 1. (3,0 điểm)

a) Cho $a > b > 0$ thỏa mãn: $3a^2 + 3b^2 = 10ab$ và $P = \frac{a-b}{a+b}$. Tính P^2 .

b) Cho p và $p^2 + 8$ là các số nguyên tố. Chứng minh rằng $p^2 + 2$ cũng là số nguyên tố.

Câu 2. (3,0 điểm)

a) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x(x + 2y) + 7(x + y) + 2y^2 + 10 = 0$.

b) Giải phương trình $\left(1 + \frac{3}{x-2}\right)^2 + \left(1 + \frac{5}{x-4}\right) = 12\left(1 + \frac{2}{x-4}\right)^2$.

Câu 3. (4,0 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD, $AB = 2AD$. Trên cạnh AD lấy điểm M, trên cạnh BC lấy điểm P sao cho $AM = CP$. Kẻ BK vuông góc với AC tại K. Gọi Q là trung điểm của CK, đường thẳng kẻ qua P song song với MQ cắt AC tại N.

a) Chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành.

b) Khi M là trung điểm của AD. Chứng minh $BQ \perp NP$

c) Đường thẳng AP cắt đường thẳng DC tại điểm F. Chứng minh rằng $\frac{1}{AP^2} + \frac{1}{4AF^2}$ có

giá trị không đổi.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x \geq z$. Chứng minh rằng:

$$\frac{xz}{y^2 + yz} + \frac{y^2}{xz + yz} + \frac{x + 2z}{x + z} \geq \frac{5}{2}.$$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Hướng dẫn chấm

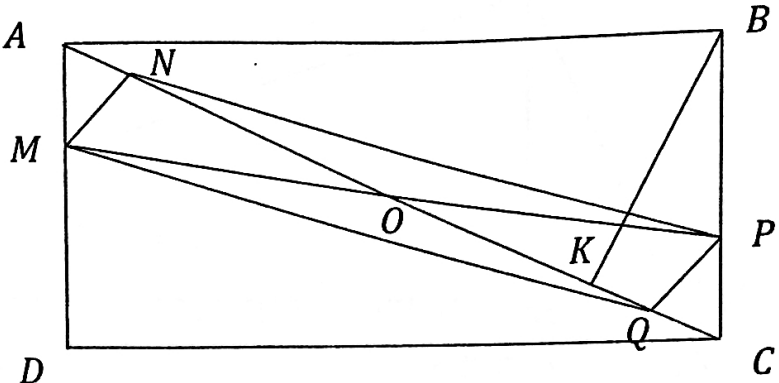
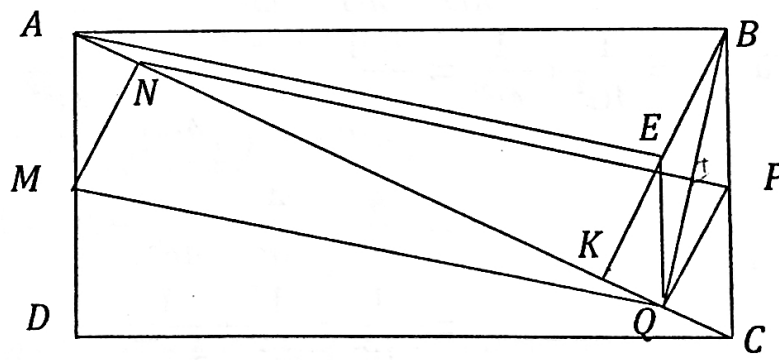
I. Trắc nghiệm: (8,0 điểm)

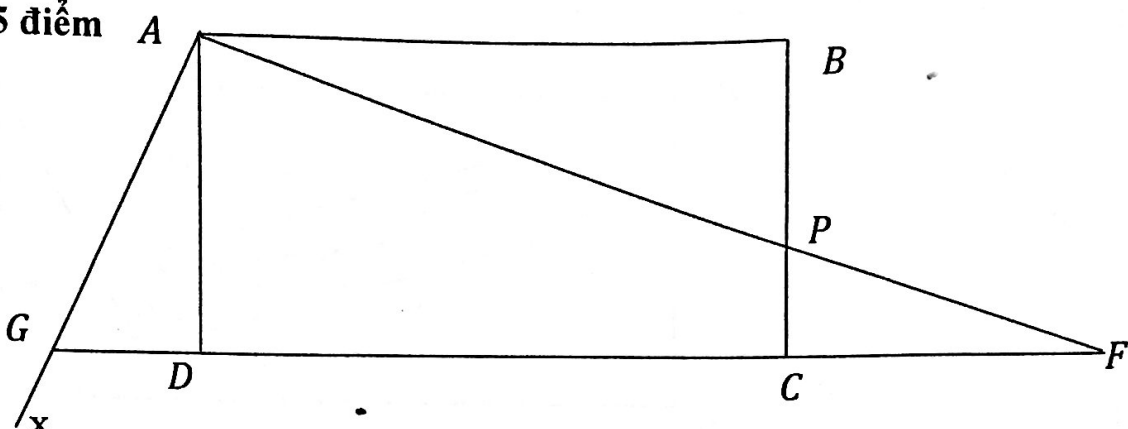
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
C	B	B	C	D	B	A	D
Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12	Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
C	C	B	A	D	A	C	B

II. Tự luận: (12,0 điểm)

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu 1 (3 điểm)	a) 1 điểm Từ $3a^2 + 3b^2 = 10ab$ suy ra $3(a^2 + b^2) = 10ab$. Suy ra $a^2 + b^2 = \frac{10ab}{3}$	0,5 đ
	Ta có $P^2 = \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{a^2 + b^2 + 2ab} = \frac{\frac{10ab}{3} - 2ab}{\frac{10ab}{3} + 2ab} = \frac{\frac{4ab}{3}}{\frac{16ab}{3}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{16} = \frac{1}{4}$.	0,5 đ
	b) 2 điểm +) Với $p=2$ ta có $p^2+8=12$ là hợp số. Điều này trái với đề bài nên $p=2$ loại. +) Với $p=3$ ta có $p^2+8=17$ và $p^2+2=11$ đều là số nguyên tố nên $p=3$ thỏa mãn.	0,25đ 0,25đ
	+) Với $p > 3$, vì p là số nguyên tố nên suy ra p chia 3 dư 1 hoặc 2. Suy ra $p=3k+1$ hoặc $p=3k+2$ (với $k \in \mathbb{N}^*$). Với $p=3k+1$ thì $p^2+8=3(3k^2+2k+3) \Rightarrow p^2+8 : 3$ và $p^2+8 > 3$. Suy ra p^2+8 là hợp số. Điều này trái với đề bài p^2+8 là số nguyên tố. Do đó $p=3k+2$ Với $p=3k+2$ thì $p^2+8=3(3k^2+4k+4) \Rightarrow p^2+8 : 3$ và $p^2+8 > 3$. Suy ra p^2+8 là hợp số. Điều này trái với đề bài p^2+8 là số nguyên tố. Từ tất cả các trường hợp trên thì chỉ có $p=3$ là thỏa mãn. Khi $p=3$ thì $p^2+2=11$ là số nguyên tố. Vậy p^2+2 cũng là số nguyên tố.	0,5 đ 0,5 đ
	a) 1,5 điểm Ta có: $x(x+2y) + 7(x+y) + 2y^2 + 10 = 0$ $\Leftrightarrow 4(x^2 + 2xy + 7x + 7y + 2y^2 + 10) = 0$ $\Leftrightarrow 4x^2 + 8xy + 28x + 28y + 8y^2 + 40 = 0$ $\Leftrightarrow (2x + 2y + 7)^2 + 4y^2 = 9$ (*)	0,5

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu 2 (3 điểm)	Ta thấy $(2x+2y+7)^2 \geq 0$ nên $4y^2 \leq 9 \Leftrightarrow y^2 \leq \frac{9}{4}$ Do y nguyên nên $y^2 \in \{0;1\} \Rightarrow y \in \{0;1;-1\}$	0,25
	Với $y = 0$ thay vào (*) ta được: $(2x+7)^2 = 9$ tìm được $x \in \{-2;-5\}$ Với $y = 1$ thay vào (*) ta có: $(2x+9)^2 = 5$. không tìm được x nguyên thỏa mãn. Với $y = -1$ thay vào (*) ta có $(2x+5)^2 = 5$. không tìm được x nguyên thỏa mãn. Vậy $(x, y) \in \{(-2;0);(-5;0)\}$	0,75
	b) 1,5 điểm Điều kiện $x \notin \{2;4\}$ $\left(1 + \frac{3}{x-2}\right)^2 + \frac{x+1}{x-4} = 12 \left(1 + \frac{2}{x-4}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2 + \frac{x+1}{x-4} - 12 \left(\frac{x-2}{x-4}\right)^2 = 0 \quad (*)$	0,25
	Đặt $\frac{x+1}{x-2} = a$ và $\frac{x-2}{x-4} = b$ suy ra $ab = \frac{x+1}{x-4}$	0,25
	Phương trình (*) trở thành: $a^2 + ab - 12b^2 = 0$ $\Leftrightarrow (a-3b)(a+4b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3b \\ a = -4b \end{cases}$	0,25
	+) Nếu $a = 3b$ thì $\frac{x+1}{x-2} = 3 \cdot \frac{x-2}{x-4}$ $\Rightarrow (x+1)(x-4) = 3(x-2)^2$	0,25
Giải phương trình trên và kết luận phương trình vô nghiệm.	0,25	
+) Nếu $a = -4b$ thì $\frac{x+1}{x-2} = -4 \cdot \frac{x-2}{x-4}$ $\Rightarrow (x+1)(x-4) = -4(x-2)^2$	0,25	
Giải phương trình trên ta được $\begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{4}{5} \end{cases} \text{ (tmđk)}$	0,25	
+ Kết luận: Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{3; \frac{4}{5}\right\}$	0,25	

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
<p>Câu 3. (4,0 điểm)</p>	<p>Vẽ hình và ghi GT, KL</p>  <p>a) 1 điểm Nối MP cắt AC tại O. Chứng minh tứ giác AMCP là hình bình hành ($AM=CP, AM//CP$). suy ra $OM=OP$. Chứng minh $\triangle ONP = \triangle OQM$ (g.c.g) suy ra $NP=MQ$ Vì $NP//MQ$ và $NP=MQ$ nên suy ra tứ giác MNPQ là hình bình hành</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,75đ</p>
	<p>b) 1,5 điểm Vẽ hình</p>  <p>Gọi E là trung điểm BK, chứng minh được QE là đường trung bình của $\triangle KBC$ nên $QE // BC$ suy ra $QE \perp AB$ (vì $BC \perp AB$) và $QE = BC:2 = AD:2$ Chứng minh được $AM = QE$ và $AM // QE$ suy ra tứ giác AMQE là hình bình hành Do đó $AE // NP$ (cùng // MQ) Xét $\triangle AQB$ có BK và QE là hai đường cao của tam giác nên E là trực tâm của tam giác. Suy ra AE đường cao thứ ba của tam giác $\triangle AQB$. Suy ra $AE \perp BQ$. Mà $NP // AE$ nên suy ra $BQ \perp NP$</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,25 đ</p>

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	<p>c) 1,5 điểm</p>  <p>Vẽ tia $Ax \perp AF$. Gọi giao của Ax với đường thẳng CD là G. Chứng minh $\widehat{GAD} = \widehat{BAP}$ (cùng phụ với \widehat{PAD}). Suy ra tam giác $\triangle ADG$ đồng dạng với $\triangle ABP$ $\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AG}{AP} \Rightarrow \frac{AG}{AP} = \frac{1}{2}$ (vì $AD = 2AB$)</p> <p>Ta có $\triangle AGF$ vuông tại A và $AD \perp GF$ nên $AG \cdot AF = AD \cdot GF$ ($= 2 \cdot S_{(AGF)}$)</p> <p>Chứng minh được $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AG^2} + \frac{1}{AF^2}$</p> <p>Từ $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AG^2} + \frac{1}{AF^2} \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{1}{2}AB\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}AP\right)^2} + \frac{1}{AF^2}$</p> $\Rightarrow \frac{4}{AB^2} = \frac{4}{AP^2} + \frac{1}{AF^2}$ $\Rightarrow \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AP^2} + \frac{1}{4AF^2}$ <p>Vì AB có độ dài không đổi nên $\frac{1}{AP^2} + \frac{1}{4AF^2}$ có giá trị không đổi.</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>Câu 4. (2,0 điểm)</p>	<p>Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x \geq z$. Chứng minh rằng</p> $\frac{xz}{y^2 + yz} + \frac{y^2}{xz + yz} + \frac{x + 2z}{x + z} \geq \frac{5}{2}$ <p>Ta có $P = \frac{xz}{y^2 + yz} + \frac{y^2}{xz + yz} + \frac{x + 2z}{x + z} = \frac{\frac{xz}{yz}}{\frac{y^2}{yz} + 1} + \frac{\frac{y^2}{yz}}{\frac{xz}{yz} + 1} + \frac{1 + \frac{2z}{x}}{1 + \frac{z}{x}}$</p>	<p>0,25</p>

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
	$= \frac{\frac{x}{y}}{\frac{y}{z}+1} + \frac{\frac{y}{z}}{\frac{x}{y}+1} + \frac{1+\frac{2z}{x}}{1+\frac{z}{x}} = \frac{a^2}{b^2+1} + \frac{b^2}{a^2+1} + \frac{1+2c^2}{1+c^2},$ <p>trong đó $a^2 = \frac{x}{y}, b^2 = \frac{y}{z}, c^2 = \frac{z}{x} (a, b, c > 0)$</p>	0,25
	<p>Nhận xét rằng $a^2 \cdot b^2 = \frac{x}{z} = \frac{1}{c^2} \geq 1$ (do $x \geq z$).</p>	0,25
	<p>Xét $\frac{a^2}{b^2+1} + \frac{b^2}{a^2+1} - \frac{2ab}{ab+1} = \frac{a^2(a^2+1)(ab+1) + b^2(b^2+1)(ab+1) - 2aba^2(a^2+1)(b^2+1)}{(a^2+1)(b^2+1)(ab+1)}$</p> $= \frac{ab(a^2-b^2)^2 + (a-b)(a^3-b^3) + (a-b)^2}{(a^2+1)(b^2+1)(ab+1)} \geq 0$	0,25
	<p>Do đó $\frac{a^2}{b^2+1} + \frac{b^2}{a^2+1} \geq \frac{2ab}{ab+1} = \frac{\frac{2}{c}}{\frac{1}{c}+1} = \frac{2}{1+c}$ (1). Đẳng thức xảy ra khi $a=b$.</p>	0,25
	<p>Khi đó $\frac{2}{1+c} + \frac{1+2c^2}{c^2+1} - \frac{5}{2} = \frac{2(2(1+c^2) + (1+c)(1+2c^2)) - 5(1+c)(1+c^2)}{2(1+c)(1+c^2)}$</p>	0,25
	$= \frac{1-3c+3c^2-c^3}{2(1+c)(1+c^2)} = \frac{(1-c)^3}{2(1+c)(1+c^2)} \geq 0 \text{ (do } c \leq 1) \text{ (2)}$	0,25
	<p>Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh. Đẳng thức xảy ra khi $a=b, c=1 \Leftrightarrow x=y=z$.</p>	0,25

Chú ý:

- Học sinh có bài giải cách khác nếu làm đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Trong quá trình chấm các nhóm thống nhất chia nhỏ điểm đến 0,25đ.