

Chủ đề 1 - Hàm số - Mức độ vận dụng - Có lời giải
 Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) (m là tham số thực). Tổng bình phương các giá trị của m để đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B sao cho $OA \perp OB$ bằng

*A. 3. B. 12. C. 5. D. 4.

Lời giải

• Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là

$$\frac{x^2 + mx - 1}{x - 1} = m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 + mx - 1 = mx - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ g(x) = x^2 + m - 1 = 0 \end{cases}$$

• Đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ g(1) = m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \setminus \{0\}$$

• Gọi $A(x_1; m), B(x_2; m)$. Khi đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

$$OA \perp OB \Leftrightarrow x_1 x_2 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Khi đó (thỏa mãn).

Vậy tổng bình phương các giá trị của m để đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm

$$A, B \text{ sao cho } OA \perp OB \text{ bằng } \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right)^2 = 3$$

Câu 2. Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 + x - m)^2$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

*A. $\frac{23}{4}$. B. $-\frac{23}{4}$. C. $\frac{41}{4}$. D. $\frac{23}{2}$.

Lời giải

• Đặt $f(x) = x^2 + x - m$. Ta có: $f'(x) = 2x + 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

x	-2	$-\frac{1}{2}$	2
$f'(x)$	$-$		
$f(x)$	$-m+2$	$-m-\frac{1}{4}$	$-m+6$

$$-m - \frac{1}{4} > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}$$

• Trường hợp 1:

$$\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -m - \frac{1}{4} \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = \left(-m - \frac{1}{4}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{4} (n) \\ m = \frac{7}{4} (l) \end{cases}$$

Ta có:

• Trường hợp 2: $-m+6 < 0 \Leftrightarrow m > 6$

$$\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -m - \frac{1}{4} \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = (-m+6)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 (l) \\ m = 8 (n) \end{cases}$$

Ta có

$$-m - \frac{1}{4} \leq 0 \leq -m+6 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq m \leq 6$$

• Trường hợp 3:

$$\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = 0 \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = 0 \quad -\frac{1}{4} \leq m \leq 6$$

Ta có . Suy ra không thỏa yêu cầu bài toán.

$$m \in \left\{-\frac{9}{4}; 8\right\} \Rightarrow S = \frac{23}{4}$$

Vậy

Câu 3. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C) . Gọi d_1, d_2 là tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x - 9y + 2021 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1, d_2

*A. $\frac{32}{\sqrt{82}}$

B. $\frac{16}{\sqrt{82}}$

C. $4\sqrt{2}$

D. $8\sqrt{2}$

Lời giải

• Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến d với đồ thị (C) .

Ta có $y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow$ hệ số góc tiếp tuyến tại điểm M là $y'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0$.

Mà tiếp tuyến d vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = \frac{1}{9}x + \frac{2021}{9}$ nên $y'(x_0) = -\frac{1}{k} = -9$.

$$3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \end{cases}$$

Khi đó

• Như vậy

Phương trình tiếp tuyến d_1 tại điểm $M(3; 0)$ là $d_1: 9x + y - 27 = 0$.

Phương trình tiếp tuyến d_2 tại điểm $M(-1; 4)$ là $d_2: 9x + y + 5 = 0$.

Mặt khác $d_1 // d_2$ nên $d(d_1; d_2) = \frac{32}{\sqrt{82}}$.

Câu 4. Gọi S tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

- *A. 2. B. 4. C. 8. D. 6.

Lời giải

***Nhận xét:** Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân $\Leftrightarrow 8a + b^3 = 0$

Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

$$\Leftrightarrow 8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8 + (-2m^2)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$$

Tổng bình phương các phần tử của S bằng 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(1 - 2x) + 1$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. *B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -2f'(1 - 2x)$

Hàm số đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow f'(1 - 2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 1 - 2x < 0 \\ 1 < 1 - 2x \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 1 \\ x < 0 \end{cases}$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ và $(-\infty; 0)$.

Câu 6. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi

- A. $m = \frac{1}{2}$. *B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x + m, (a = 3, b = -6, c = m, \Delta = 36 - 12m)$$

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Theo đề bài $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$. (nhận)

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax - 1}{bx + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	-1	$+\infty$	-1

Hỏi trong ba số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 0.

B. 3.

*C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{-1}{c} < 0 \Leftrightarrow c > 0.$$

Cho

$$\text{Đường tiệm cận đứng } x = \frac{-c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b \Rightarrow b < 0 \quad (\text{do } c > 0).$$

$$\text{Tiệm cận ngang } y = \frac{a}{b} = -1 \Leftrightarrow a = -b \Rightarrow a > 0 \quad (\text{do } b < 0).$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} b < 0 \\ a > 0. \\ c > 0 \end{cases}$$

Câu 8. Biết $\min_{[-3;0]} \left(-\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + m \right) = 2$, giá trị của m bằng

A. -2.

B. 23.

*C. 2.

D. -19.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + m$ trên $[-3;0]$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[-3;0]$.

$$\text{Ta có } f'(x) = -x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2 < 0, \forall x \in [-3;0].$$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

$$\Rightarrow \min_{[-3;0]} f(x) = f(0) = m \Rightarrow m = 2$$

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$?

A. 0.

B. 3.

*C. vô số.

D. 4.

Lời giải

+ Đặt $t = \sqrt{1-x}$ ta có: $t' = \frac{-1}{2\sqrt{1-x}}$ là hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

+ Yêu cầu bài toán trở thành: tìm các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{t+1}{t+m}$ nghịch biến

trên khoảng $(1;2)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(t) < 0 \\ -m \notin (1;2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ -m \leq 1 \\ -m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ -1 \leq m < 1 \end{cases}$. Vậy có vô số giá trị nguyên của tham số m .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					
	$-\infty$	4	-3	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(3x)$ là

*A. $x = \frac{2}{3}$.

B. $x = 2$.

C. $y = -3$.

D. $x = -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $y' = 3f'(3x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3f'(3x) = 0 \Leftrightarrow f'(3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -1 \\ 3x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

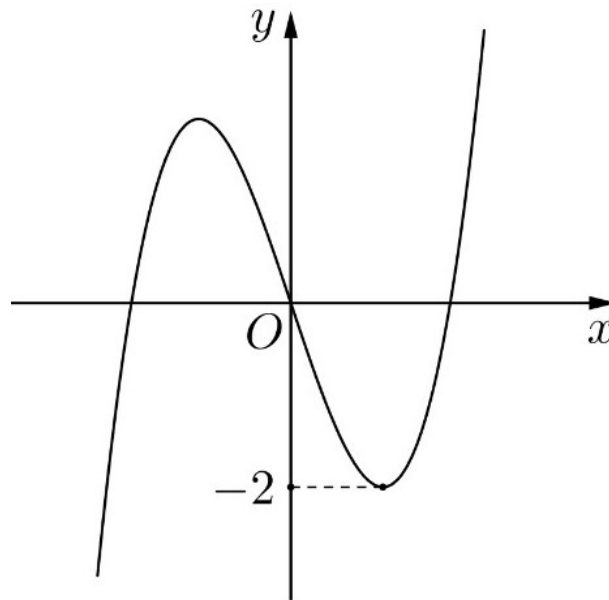
Cho

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$	
$f'(3x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(3x)$	$-\infty$	CD	CT	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(3x)$ là $x = \frac{2}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



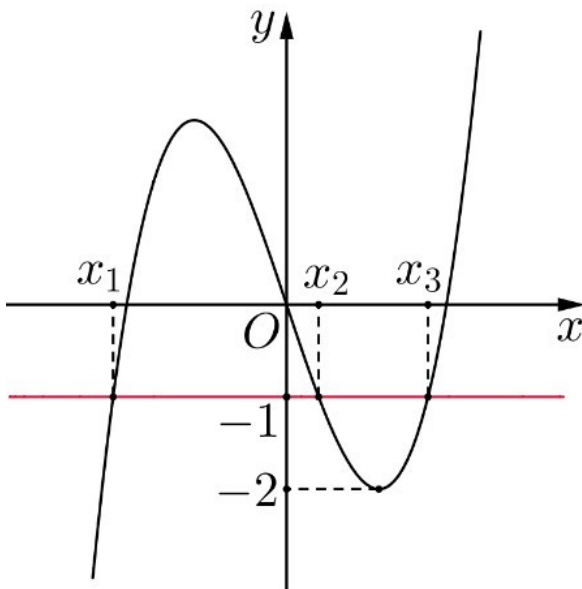
A. 0.

B. 3.

*C. 4.

D. 2.

Lời giải



Từ đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ suy ra $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$ với $x_1 < 0 < x_2 < x_3$

Ta có: $f(x^2) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x^2) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x_1 & (1) \\ x^2 = x_2 & (2) \\ x^2 = x_3 & (3) \end{cases}$

Vì $x_1 < 0 < x_2 < x_3$ nên phương trình (1) vô nghiệm; mỗi phương trình (2) và (3) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có 4 nghiệm.

Câu 12. Gọi S là tập hợp giá trị nguyên không âm của m để hàm số $y = \frac{\ln x - 10}{\ln x - m}$ đồng biến trên $(1; e^3)$. Số phần tử của S bằng

A. 7.

B. 6.

*C. 8.

D. 9.

Lời giải

Ta xét trường hợp $m = 10$, khi đó $y = 1$ là hàm hằng nên không thỏa mãn đề bài.

Với $m \neq 10$, đặt $t = \ln x$, hàm số đã cho trở thành $y = g(t) = \frac{t - 10}{t - m}$ (1), là hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Nhận thấy $t = \ln x$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$, nên với $x \in (1; e^3)$, suy ra $t \in (0; 3)$.

Do đó, yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số (1) đồng biến trên $(0; 3)$.

$$\Leftrightarrow g'(t) = \frac{10 - m}{(t - m)^2} > 0 \quad \forall t \in (0; 3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10 - m > 0 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - m > 0 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq m < 10 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

Suy ra tập $S = \{0; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Vậy S có 8 phần tử.

Câu 13. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

*A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

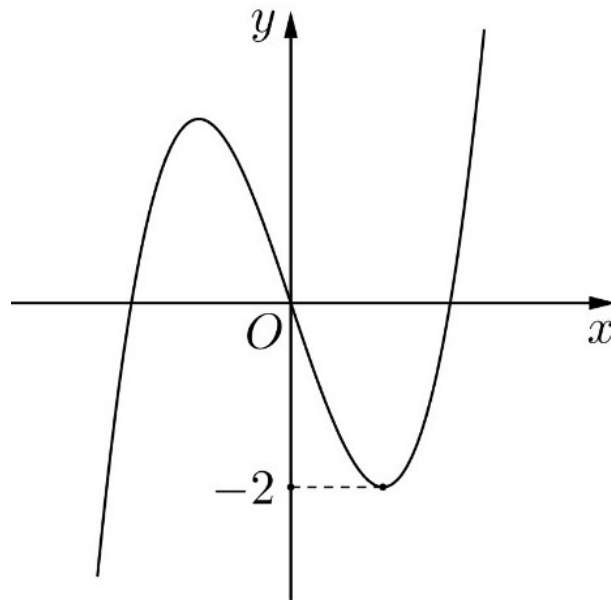
Lời giải

Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục tung ta có $d < 0$, dựa vào dáng của đồ thị suy ra $a < 0$.

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$ dựa vào đồ thị ta có phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt âm suy ra

$$\begin{cases} \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0 \end{cases}$$

Câu 14. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



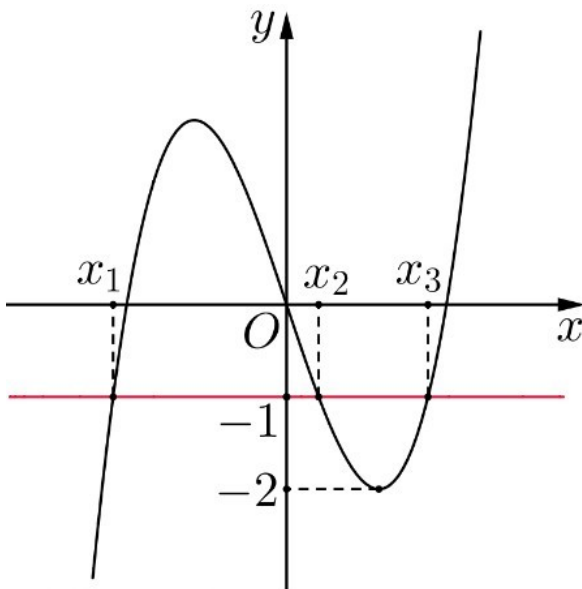
A. 0.

B. 3.

*C. 4.

D. 2.

Lời giải



Từ đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ suy ra $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$ với $x_1 < 0 < x_2 < x_3$

Ta có: $f(x^2) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x^2) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x_1 & (1) \\ x^2 = x_2 & (2) \\ x^2 = x_3 & (3) \end{cases}$

Vì $x_1 < 0 < x_2 < x_3$ nên phương trình (1) vô nghiệm; mỗi phương trình (2) và (3) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có 4 nghiệm.

Câu 15. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = 3x + m\sqrt{x^2 + 1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5.

*B. 7.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 3 + \frac{mx}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{3\sqrt{x^2+1} + mx}{\sqrt{x^2+1}}$$

• Ta có:

• Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+1} + mx \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

• Ta có: $3\sqrt{x^2+1} + mx \geq 0 \Leftrightarrow mx \geq -3\sqrt{x^2+1}$

• Nếu $x > 0$ thì $m \geq \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}$

Xét $g(x) = \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}$ có $g'(x) = \frac{3}{x^2\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x > 0$ suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x} = -3; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x} = -\infty$$

$$m \geq \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \geq -3 \quad (1)$$

• Nếu $x < 0$ thì $m \leq \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}$

Xét $g(x) = \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}$ có $g'(x) = \frac{3}{x^2\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x < 0$ suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x} = 3; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x} = +\infty$$

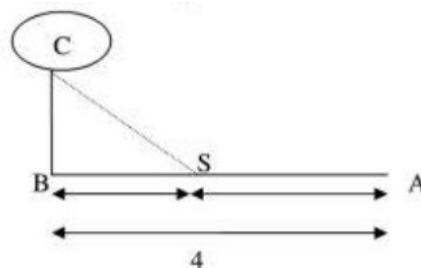
$$m \leq \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}, \forall x < 0 \Leftrightarrow m \leq 3 \quad (2)$$

• Nếu $x = 0$ thì $0.m \geq -3$ luôn đúng với mọi m (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi $m \in [-3; 3]$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy có 7 giá trị nguyên của m .

Câu 16. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4 km. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới mặt đất mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất?



A. $\frac{10}{4}$ km.

B. $\frac{15}{4}$ km.

C. $\frac{19}{4}$ km.

*D. $\frac{13}{4}$ km.

Lời giải

Đặt $SA = x \text{ km } (0 \leq x \leq 4)$

Chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là

$$T = SA.3000 + SC.5000 = 1000 \left[3x + 5\sqrt{(4-x)^2 + 1^2} \right] = 1000 \left[3x + 5\sqrt{x^2 - 8x + 17} \right]$$

$$T' = 1000 \left[3 + \frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2 - 8x + 17}} \right]$$

$$T' = 0 \Leftrightarrow \frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2 - 8x + 17}} = -3$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 8x + 17} = -5(x-4)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ 9[(x-4)^2 + 1] = 25(x-4)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ (x-4)^2 = \frac{9}{16} \Leftrightarrow x = \frac{13}{4} \end{cases}$$

$$\text{Mà } T(0) = 5000\sqrt{17}; T(4) = 17000; T\left(\frac{13}{4}\right) = 16000$$

Vậy chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C ít tốn kém nhất khi $SA = \frac{13}{4}$ km.

Câu 17. Cho bất phương trình $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2 - x) \leq 0$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn -2021 để bất phương trình đã cho có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$?

A. 2021.

B. 2019.

C. 2020.

*D. 2022.

Lời giải

$$\text{Đặt } \sqrt{x^2 - 2x + 2} = t \ (t \in [1; 2]) \Rightarrow x(2 - x) = 2 - t^2$$

$$\text{Bất phương trình trở thành: } m(t+1) + 2 - t^2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 - 2}{t+1}$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t^2 - 2}{t+1} \text{ trên } [1; 2]$$

$$f'(t) = \frac{2t^2 + 2t + 2}{(t+1)^2} > 0, \forall t \in [1; 2]$$

$$\Rightarrow \text{Hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } [1; 2]$$

$$\Rightarrow \max_{t \in [1; 2]} f(t) = f(2) = \frac{2}{3}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow m \leq \max_{t \in [1; 2]} f(t) \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}$$

$$\text{Do } m \text{ nguyên không nhỏ hơn } -2021 \text{ nên } m \in \{-2021; -2020; \dots; 0\}.$$

Vậy có 2022 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^4 - m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ

A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

*D. $m = 1$.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Xét

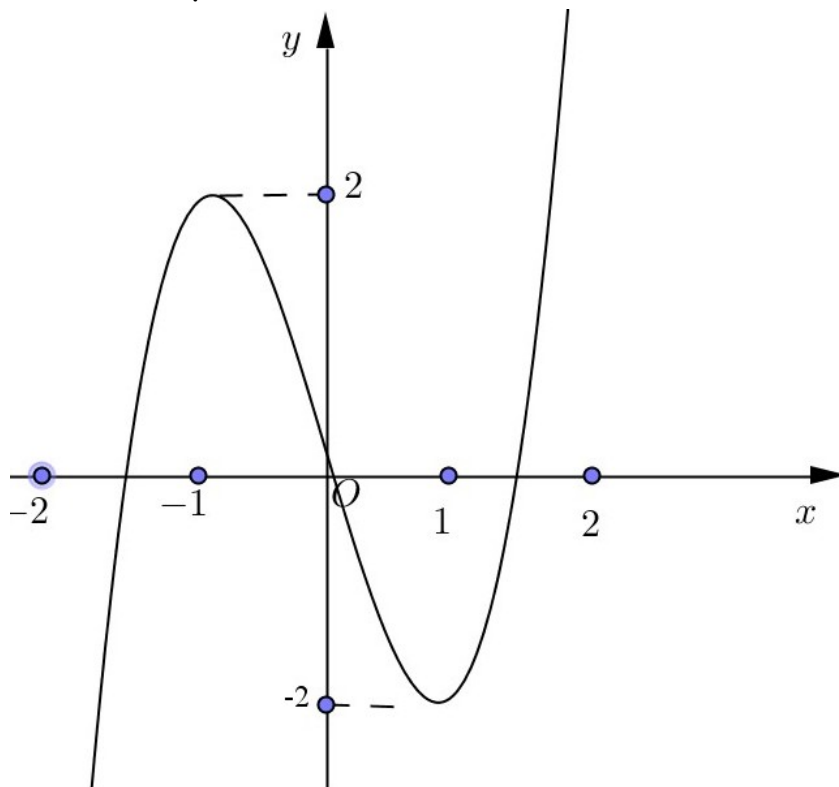
Để đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thì $m > 0$.

Khi đó tọa độ các điểm cực trị là $A(0; 2m^4 - m), B(\sqrt{m}; 2m^4 - m^2 - m), C(-\sqrt{m}; 2m^4 - m^2 - m)$

Ta có $A \in Oy$. Để $B, C \in Ox$ thì $2m^4 - m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 2m^3 - m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$

Do $m > 0$ nên ta được $m = 1$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hình vẽ



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5.

B. 7.

*C. 9.

D. 3.

Lời giải

$$f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x_1 \in (-2; -1) \\ f(x) = x_2 \in (-1; 1) \\ f(x) = x_3 \in (1; 2) \end{cases}$$

Ta có

Mà phương trình $f(x) = m, m \in (-2; 2)$ luôn có 3 nghiệm phân biệt nên phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - 1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3.

B. 0.

*C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$f^2(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}$$

Xét phương trình

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 1 \end{cases}$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Vậy phương trình $f(x) = 1$ có một nghiệm $x = a$ với $a > -\frac{1}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = -1 \end{cases}$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Vậy phương trình $f(x) = -1$ có một nghiệm $x = b$ với $b < -\frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - 1}$ có đường hai đường tiệm cận đứng.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 4)$

B. $(4; +\infty)$

C. $(1; 2)$

*D. $(-2; 1)$

Lời giải

$$y' = -2f'(3 - 2x)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2x = -3 \\ 3 - 2x = -1 \\ 3 - 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y						

Vậy hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m - 1)x^2 + (m^2 - 4m + 3)x - 1$ có hai điểm cực trị.

A. $-5 < m < -1$

*B. $1 < m < 5$

C. $-5 < m < 1$

D. $-1 < m < 5$

Lời giải

• Ta có: $y' = 2x^2 + 2(m - 1)x + m^2 - 4m + 3$

• Hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m - 1)x^2 + (m^2 - 4m + 3)x - 1$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $2x^2 + 2(m - 1)x + m^2 - 4m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m - 1)^2 - 2(m^2 - 4m + 3) > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 6m - 5 > 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5$$

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2x + 4}{x - m}$ đồng biến trên $(-\infty; -4)$.

A. 1.

B. 3.

C. 4.

*D. 2.

Lời giải

Hàm số xác định trên $(-\infty; -4)$ khi $m \geq -4$ (1)

$$y' = \frac{-2m-4}{(x-m)^2}, \forall x \neq m$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -4)$ khi $y' > 0, \forall x \in (-\infty; -4) \Leftrightarrow -2m-4 > 0 \Leftrightarrow m < -2$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $-4 \leq m < -2$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3\}$.

Câu 24. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y = 3$. Khi đó đồ thị hàm số $y = -3f(x) + 11$ có một tiệm cận ngang là:

A. $y = -4$.B. $y = 3$.*C. $y = 2$.D. $y = 1$.**Lời giải**

Theo đề ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 3$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (-3f(x) + 11) = -3 \cdot 3 + 11 = 2$$

Vậy đồ thị hàm số $y = -3f(x) + 11$ có một tiệm cận ngang là: $y = 2$.

Câu 25. Gọi m_0 là số thực sao cho phương trình $|x^3 - 12x| = m_0$ có ba nghiệm dương phân biệt $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 1 + 4\sqrt{3}$. Biết rằng m_0 có dạng $a\sqrt{3} + b$ với $a; b$ là các số hữu tỷ. Tính $4a^2 + 8b$:

*A. 106.

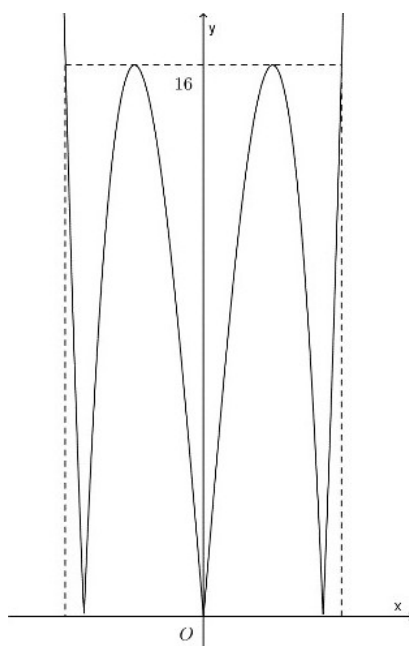
B. 115.

C. 113.

D. 101.

Lời giải

Vẽ đồ thị hàm số $y = |x^3 - 12x|$



Do đó với mọi $m \in (0; 16)$ thì phương trình đã cho luôn có ba nghiệm dương phân biệt $x_1; x_2; x_3$

$$(x_1 < x_2 < x_3) \text{ thỏa mãn: } \begin{cases} -x_1^3 + 12x_1 = m_0 \\ -x_2^3 + 12x_2 = m_0 \\ x_3^3 - 12x_3 = m_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-x_1)^3 - 12(-x_1) - m_0 = 0 \\ (-x_2)^3 - 12(-x_2) - m_0 = 0 \\ x_3^3 - 12x_3 - m_0 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow -x_1; -x_2; x_3$ là ba nghiệm của phương trình $x^3 - 12x - m_0 = 0$

$$\Rightarrow -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow x_3 = x_1 + x_2$$

$$\text{Mà } x_1 + x_2 + x_3 = 1 + 4\sqrt{3} \Rightarrow x_3 = \frac{1 + 4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow m_0 = \left(\frac{1 + 4\sqrt{3}}{2} \right)^3 - 12 \left(\frac{1 + 4\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{97}{8}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}; b = \frac{97}{8} \Rightarrow 4a^2 + 8b = 106.$$

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 9}{x + m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

A. 1.

B. 3.

C. 5.

*D. 2.

Lời giải

• Để hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $y' < 0 \forall x \in (-\infty; 1)$.

$$y' = \frac{m^2 - 9}{(x + m)^2}$$

Để hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $\begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq -1$.

Vậy có 2 giá trị m nguyên thỏa ycbt

Câu 27. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^4 - 8x^2 + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 18. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -2.

B. 9.

*C. 7.

D. 0.

Lời giải

$$\text{Ta có } y = |x^4 - 8x^2 + m| = |(x^2 - 4)^2 - 16 + m|.$$

Đặt $t = (x^2 - 4)^2$, vì $x \in [-1; 3]$ suy ra $t \in [0; 25]$.

$$\text{Khi đó } y = f(t) = |t - 16 + m|.$$

$$\text{Ta có } \max_{x \in [-1; 3]} f(x) = \max_{t \in [0; 25]} f(t) = \max \{ |m - 16|; |m + 9| \}$$

$$\text{Trường hợp 1: } \begin{cases} |m - 16| > |m + 9| \\ |m - 16| = 18 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$

$$\text{Trường hợp 2: } \begin{cases} |m - 16| < |m + 9| \\ |m + 9| = 18 \end{cases} \Leftrightarrow m = 9$$

$$\begin{cases} |m-16|=|m+9| \\ |m+9|=18 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

Trường hợp 3 :

$$\text{Vậy } S = [-2, 9] \Rightarrow \sum S = 7$$

Câu 28. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số $y = -2x + 2 + a\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ có cực đại

*A. 18.

B. 17.

C. 36.

D. 35.

Lời giải

• Ta có: hàm số trên xác định trên $\mathbb{R}$

$$y' = -2 + a \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}; y'' = \frac{a}{\sqrt{(x^2-4x+5)^3}}$$

Trường hợp 1: $a = 0$ thì $y' = -2 < 0$ nên hàm số trên không có cực trị

Trường hợp 2: $a \neq 0$, vì dấu của y'' chỉ phụ thuộc vào a nên hàm số có cực đại thì trước hết $y'' < 0 \Leftrightarrow a < 0$. Khi đó hàm số có cực đại $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có nghiệm

$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)^2+1} = a(x-2) \quad (1)$$

Đặt $t = x - 2$ thì phương trình (1) trở thành

$$at = 2\sqrt{t^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ (a^2-4)t^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ t^2 = \frac{4}{a^2-4} \end{cases}$$

$$a^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$$

Để (1) có nghiệm thì

Mà do $y'' < 0 \Leftrightarrow a < 0$ nên ta thu được $a < -2$

Với số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ thì $a \in [-20; -3]$.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

*D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 2mx + m + 2$$

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow y' = x^2 - 2mx + m + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m .

Câu 30. Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là

*A. $\{1\}$.

B. $\{-1; -3\}$.

C. $\{3\}$.

D. $\{1; 3\}$.

Lời giải

Xét $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 4mx + m^2$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên $y'(1) = 0$

$$3 - 4m + m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$$

Suy ra

Thử lại

Với $m=1$ ta có $y=x^3-2x^2+x+1 \Rightarrow y'=3x^2-4x+1 \Rightarrow y''=6x-4$.

Suy ra $y'(1)=0, y''(1)=2>0$. Do đó hàm số đó đạt cực tiểu tại $x=1$.

Với $m=3$ ta có $y=x^3-6x^2+9x+1 \Rightarrow y'=3x^2-12x+9 \Rightarrow y''=6x-12$.

Suy ra $y'(1)=0, y''(1)=-6<0$. Do đó hàm số đó **không** đạt cực tiểu tại $x=1$.

Vậy với $m=1$ thì hàm số đó đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 31. Cho hàm số $y=x^3-mx^2-m^2x+8$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?

A. 3.

B. 5.

*C. 4.

D. 6.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-2mx-m^2$, $y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=m \\ x=-\frac{m}{3} \end{cases}$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Trường hợp 1: $m>0 \Rightarrow y_{ct}=y(m)=-m^3+8>0 \Leftrightarrow m<2$. Vậy $0<m<2 \Rightarrow$ có 1 giá trị nguyên $m=1$.

Trường hợp 2: $m<0 \Rightarrow y_{ct}=y\left(-\frac{m}{3}\right)=\frac{5}{27}m^3+8>0 \Leftrightarrow m>-\frac{6}{\sqrt[3]{5}}$. Vậy $-\frac{6}{\sqrt[3]{5}}<m<0 \Rightarrow$ có 3 giá trị nguyên của m là $\{-3; -2; -1\}$.

Vậy tổng số có 4 giá trị nguyên của m .

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $|x^4-2x^2-3|=2m-1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.

A. $1<m<\frac{3}{2}$.

B. $4<m<5$.

C. $3<m<4$.

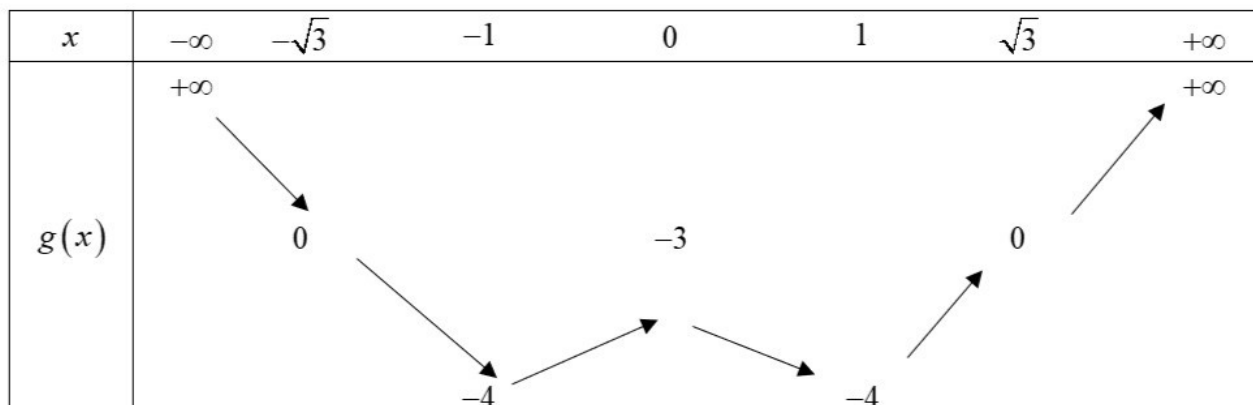
*D. $2<m<\frac{5}{2}$.

Lời giải

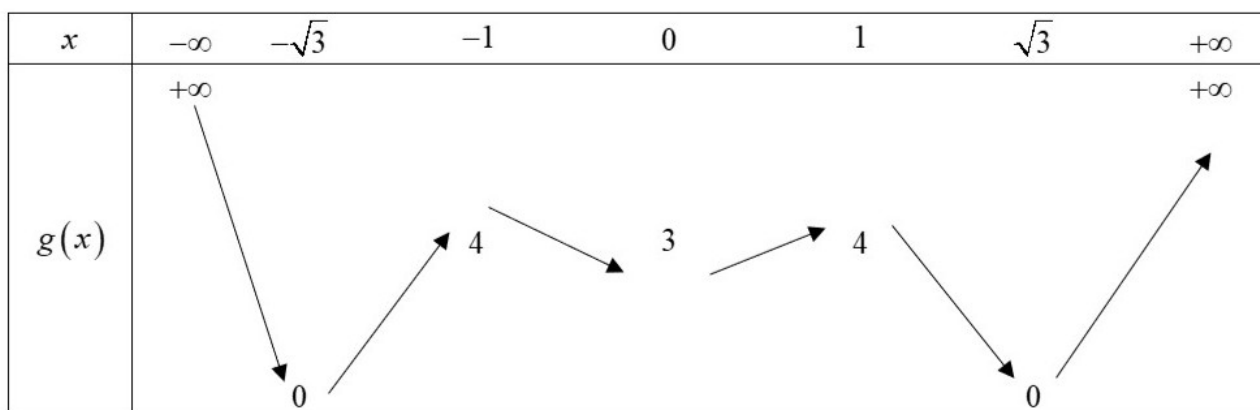
Xét $g(x)=x^4-2x^2-3$ có tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$g'(x)=4x^3-4x$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow 4x(x^2-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$.



Đồ thị hàm số $f(x) = |x^4 - 2x^2 - 3|$ là:



Để phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.

$$\Leftrightarrow 3 < 2m - 1 < 4$$

$$\Leftrightarrow 4 < 2m < 5$$

$$\Leftrightarrow 2 < m < \frac{5}{2}$$

Câu 33. Cho hàm số $y = mx^3 + mx^2 - (m+1)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\frac{-3}{4} < m < 0$

*B. $\frac{-3}{4} \leq m \leq 0$

C. $m \leq 0$

D. $m \leq \frac{-3}{4}$

Lời giải

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3mx^2 + 2mx - m - 1$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3mx^2 + 2mx - m - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (1).

TH1: $m = 0 \Rightarrow y' = -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Với $m = 0$, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

TH2: $m \neq 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 - 3m(-m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 4m^2 + 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -\frac{3}{4} \leq m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq m < 0$$

BPT (1)

Vậy $-\frac{3}{4} \leq m \leq 0$.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

*A. 2

B. 5

C. 4

D. 0

Lời giải

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$$

Ta có:

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -m \geq 1 \\ -m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m \leq -1 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$.

Vì m nguyên nên $m \in \{-1; 1\}$.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{8}{3}x^3 + 2\ln x - mx$ đồng biến trên $(0; 1)$?

A. 5.

*B. 6.

C. 10.

D. Vô số.

Lời giải

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 8x^2 + \frac{2}{x} - m$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in (0; 1)$

$\Leftrightarrow 8x^2 + \frac{2}{x} - m \geq 0 \quad \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow h(x) = 8x^2 + \frac{2}{x} \geq m \quad \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow m \leq \min_{(0; 1)} h(x)$

Xét hàm $h(x) = 8x^2 + \frac{2}{x} \quad \forall x \in (0; 1)$. Ta có $h'(x) = 16x - \frac{2}{x^2} \Rightarrow h'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	1
$h'(x)$	-	0	+
$h(x)$		6	

Từ BBT $\Rightarrow m \leq 6$, kết hợp với m nguyên dương ta được $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x - m}{x + 2}$ (m là tham số). Để $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3}$ thì $m = \frac{a}{b}$, ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b > 0$). Tổng $a + b$ bằng

A. -10.

B. 10.

C. 4.

*D. -4.

Lời giải

$$f'(x) = \frac{4 + m}{(x + 2)^2}$$

• Ta có

• Trường hợp 1: Với $m < -4$ thì $f'(x) < 0$

Khi đó $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(1) = \frac{2 - m}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = 1$ (loại).

• Trường hợp 2: Với $m = -4$. Khi đó $f(x) = 2$ là hàm không đổi (không thỏa đề bài).

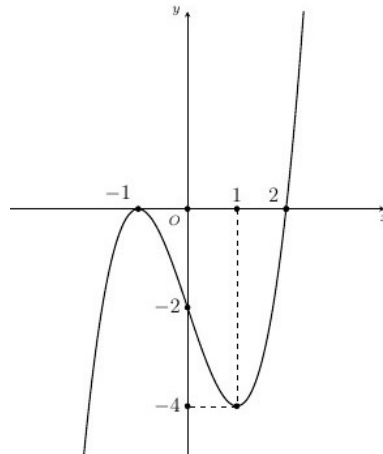
• Trường hợp 3: Với $m > -4$ thì $f'(x) > 0$.

Khi đó $\min_{x \in [-1; 1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(-1) = -2 - m = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{7}{3}$

• Theo đề bài suy ra $a = -7, b = 3$.

• Vậy $a + b = -4$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

*C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Lời giải

• Ta có $g(x) = f(x^2 - 2) \Rightarrow g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases}$$

• Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có $f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

• Mặt khác, $f'(x^2 - 2) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 > 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$f'(x^2 - 2) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 < 2 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$

• Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$2x$	-	-	-	0	+	+	+
$f'(x^2 - 2)$	+	0	-	0	-	0	+
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $g'(x) > 0 \forall x \in (-1; 0)$. Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

• Vậy C là mệnh đề sai.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2021; 2021)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

*A. 2022.

B. 2021.

C. 2020.

D. 4041.

Lời giải

Ta có: $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1) = 0$

$$D' = 9(2m+1)^2 - 36m(m+1) = 9 \begin{cases} \Delta = m \\ \Delta = m+1 \end{cases}$$

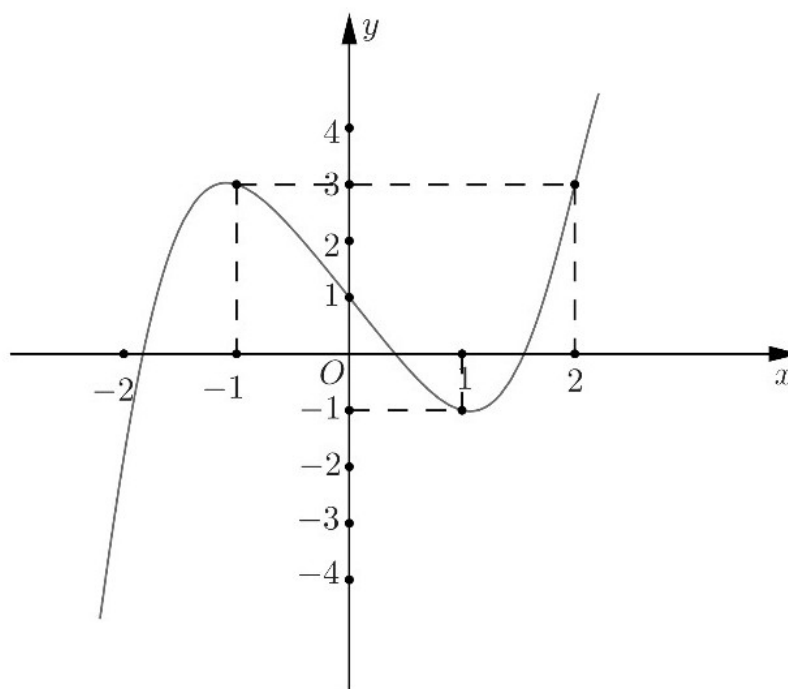
Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$		m		$m+1$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

Đề hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ $\Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow m+1 \leq 2 \wedge m \leq 1$.

$m \in (-2021; 2021) \Rightarrow m \in \{-2020; -2019; \dots; 0; 1\} \Rightarrow$ có 2022 giá trị m thỏa mãn ycbt.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2021.



*A. 2022

B. 2023

C. 2021

D. 2000

Lời giải

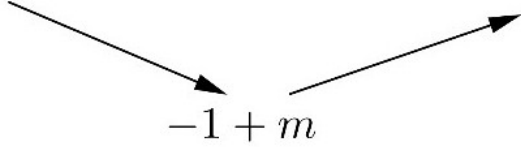
$$\text{Đặt } u = 2x^3 + x - 1 \Rightarrow u' = 6x^2 + 1 > 0 \text{ với } \forall x$$

$$\Rightarrow x \in [0; 1] \Leftrightarrow u \in [-1; 2]$$

$$\text{Xét } g(x) = f(u) + m \text{ với } u \in [-1; 2] \Rightarrow g'(x) = u' \cdot f'(u)$$

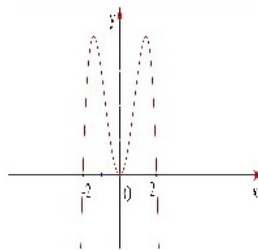
$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow u' \cdot f'(u) = 0 \Leftrightarrow f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = 1$$

BBT:

u	-1	1	2
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$			

$$\Rightarrow -1 + m = 2021 \Leftrightarrow m = 2022$$

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(x^2 + 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; 0)$

*B. $(0; 1)$

C. $(0; +\infty)$

D. $(-1; 1)$

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ hoặc } x = 0 \text{ hoặc } x = 2$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -2 \text{ hoặc } x > 2$$

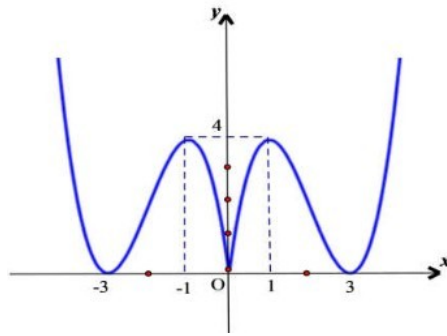
$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 0 \text{ hoặc } 0 < x < 2$$

$$g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = -2 \\ x^2 + 1 = 0 \\ x^2 + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$+$	0	$-$	0
$g(x)$					

Từ BBT trên chọn đáp án B

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $f(x) + \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \cdot \frac{1}{f(x)} = \sqrt{9-x^2} - \frac{1}{x-3}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 7. B. 10. C. 8. *D. 9.

Lời giải

Điều kiện: $-3 \leq x < 3$.

Ta có:

$$f(x) + \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \cdot \frac{1}{f(x)} = \sqrt{9-x^2} - \frac{1}{x-3}$$

$$\Leftrightarrow f(x) + \frac{\sqrt{9-x^2}}{3-x} \cdot \frac{1}{f(x)} = \sqrt{9-x^2} + \frac{\sqrt{9-x^2}}{3-x} \cdot \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$$

Câu 42. Số tham số m nguyên nằm trong khoảng $(-2020; 2021)$ để hàm số $y = \frac{3x-m-5}{mx-2}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

*A. 4032. B. 4034. C. 2019. D. 2020.

Lời giải

TH1: $m=0$; hàm số trở thành $y = \frac{3x-5}{-2}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, nên loại $m=0$;

TH2: $m \neq 0$; ĐKXĐ $x \neq \frac{2}{m}$; $y' = \frac{m^2+5m-6}{(mx-2)^2}$

để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $\begin{cases} m^2+5m-6 > 0 \\ \frac{2}{m} \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -6 \\ \frac{2}{m} \leq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -6 \\ \frac{2-m}{m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -6) \cup (1; +\infty) \\ m \in (-\infty; 0) \cup [2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -6) \cup [2; +\infty)$$

Vì $m \in (-2020; 2021)$ nên $m \in \{-2019, -2018, \dots, -7\} \cup \{2, 3, \dots, 2020\}$. Có 4032 số m nguyên.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + 3m-2$ đồng biến trên khoảng $(2; 5)$.

*A. $m \leq 5$. B. $m < 5$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Lời giải

Ta có

$$y' = 4x^3 - 4(m-1)x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m-1 \end{cases}$$

* Với $m-1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$ ta có $y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$. Vậy với $m \leq 1$ (thỏa mãn)

* Với $m > 1$. Ta có bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$	$-\sqrt{m-1}$		0		$\sqrt{m-1}$	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Để thỏa mãn ta có $\sqrt{m-1} \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 5$. Khi đó ta có $1 < m \leq 5$

Vậy $m \leq 5$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = (m-2)x^3 + x^2 - (m+1)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng ba điểm cực trị?

*A. 37.

B. 35.

C. 36.

D. 34.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 3(m-2)x^2 + 2x - (m+1)$

• Với $m = 2$ ta có: $f'(x) = 2x - 3$

Dễ thấy hàm số đạt cực trị tại $x = \frac{3}{2}$. Khi đó hàm số đã cho có một điểm cực trị dương nên hàm số $y = f(|x|)$ có đúng ba điểm cực trị.

$\Rightarrow m = 2$ thỏa mãn.

• Với $m \neq 2$:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Hàm số $f(x) = (m-2)x^3 + x^2 - (m+1)x + 1$ có đúng một điểm cực trị dương $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 \leq 0 < x_2$

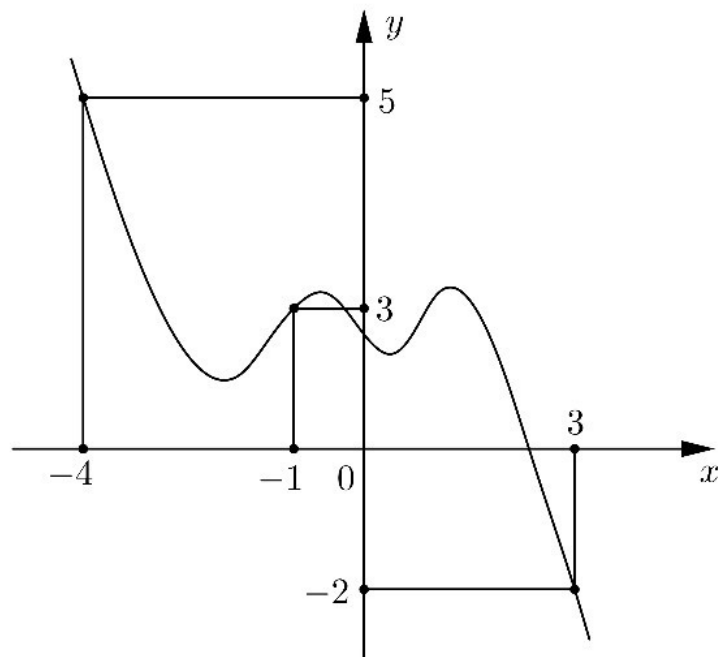
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ -\frac{2}{3(m-2)} > 0 \\ -(m+1)(m-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Kết hợp $m = 2$ ta được $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Do m nguyên nằm trong khoảng $(-20; 20)$ nên $m \in \{-19; -18; \dots; -1; 2; 3; \dots; 19\}$.

Vậy có 37 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$ trên đoạn $[-4; 3]$ là. Kết luận nào sau đây đúng?

*A. $m = g(-1)$

B. $m = g(-4)$

C. $m = g(3)$

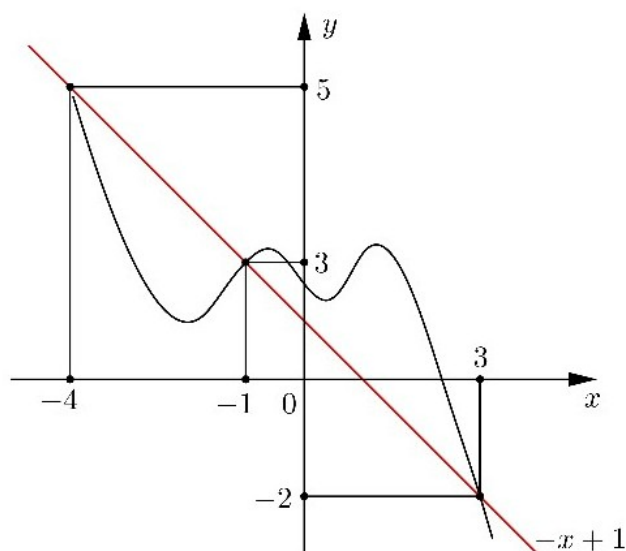
D. $m = g(-3)$

Lời giải

Ta có: $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$

$\Rightarrow g'(x) = 2f'(x) + 2(x-1)$

Xét $g'(x) = 2f'(x) + 2(x-1) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (-x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -4; x = -1; x = 3$



$\Rightarrow$ Ta có BBT:

x	$-\infty$	-4	-1	3	$+\infty$		
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$							

$\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$ trên đoạn $[-4; 3]$ là: $g(-1)$

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 24 \ln x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

*A. 2034.

B. 2032.

C. 2035.

D. 2033.

Lời giải

Ta có $y = x^3 - 3x^2 + mx + 24 \ln x \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + m + \frac{24}{x}$.

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m + \frac{24}{x} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$$

Xét $3x^2 - 6x + m + \frac{24}{x} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 6x - \frac{24}{x} \Leftrightarrow m \geq \max_{(0; +\infty)} f(x)$ với $f(x) = -3x^2 + 6x - \frac{24}{x}$.

Ta có $f'(x) = -6x + 6 + \frac{24}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 + x + 2) = 0$

Suy ra $x = 2$ hoặc $x^2 + x + 2 = 0$ (vô nghiệm).

Bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	-12	$-\infty$

Suy ra $m \geq -12$, so với điều kiện ta có $m \in [-12; 2021]$.

Vậy có 2034 số nguyên m thỏa đề.

Câu 48. Cho hàm số $y = (x+m)^3 - 3(x+m) + 1 + n$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng 4. Tính $m+n$

*A. $m+n=0$.

B. $m+n=2$.

C. $m+n=-1$.

D. $m+n=1$.

Lời giải

$$y' = 3(x+m)^2 - 3 = 3(x+m+1)(x+m-1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - m = x_2 \\ x = -1 - m = x_1 \end{cases}$$

Để hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ thì $x_1 \leq 0 < 2 \leq x_2$ hay

$$\begin{cases} 3y'(0) \leq 0 \\ 3y'(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) \leq 0 \\ y'(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 3 \leq 0 \\ 3(2+m)^2 - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 \leq 0 \\ (2+m)^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ -1 \leq 2+m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ -3 \leq m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1 \quad (1)$$

Với $m = -1$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 2 \notin [-1; 1] \end{cases}$

Ta có $y(0) = n + 3, y(1) = n + 1, y(-1) = n - 1 \Rightarrow \max_{[-1; 1]} y = n + 3 = 4 \Rightarrow n = 1 \quad (2)$

Từ (1) vào (2) $\Rightarrow m + n = 0$.

Câu 49. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là?

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. *D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 3m$ và $y'' = 6x + 6$,
 $y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1, y(-1) = 1 + 4m \Rightarrow U(-1; 1 + 4m)$

Từ giả thiết suy ra hàm số có hai điểm cực trị và điểm uốn nằm trên trục hoành, nên $1 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$.

Câu 50. Biết đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{7x - 8}{x^2 + 1}$ có hai điểm cực trị. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng qua hai điểm cực trị bằng

- A. $\frac{16}{\sqrt{113}}$. B. $\frac{8}{\sqrt{53}}$. *C. $\frac{16}{\sqrt{53}}$. D. $\frac{8}{\sqrt{113}}$.

Lời giải

Gọi A và B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{7x - 8}{x^2 + 1}$.

$$y' = \frac{-7x^2 + 16x + 7}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{7} + \frac{\sqrt{113}}{7} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{113}}{2} - 4 \Rightarrow A\left(\frac{8}{7} + \frac{\sqrt{113}}{7}; \frac{\sqrt{113}}{2} - 4\right) \\ x = \frac{8}{7} - \frac{\sqrt{113}}{7} \Rightarrow y = -\frac{\sqrt{113}}{2} - 4 \Rightarrow B\left(\frac{8}{7} - \frac{\sqrt{113}}{7}; -\frac{\sqrt{113}}{2} - 4\right) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{AB} = \left(\frac{-2\sqrt{113}}{7}; -\sqrt{113} \right)$$

Khi đó: , suy ra một vector pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (7; -2)$.

Đường thẳng AB có phương trình là $7x - 2y - 16 = 0$.

$$d(O, AB) = \frac{16}{\sqrt{53}}$$

Suy ra:

Câu 51. Có một giá trị m_0 của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2m - 3$, đạt giá trị lớn nhất bằng 10 trên đoạn $[-1; 3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

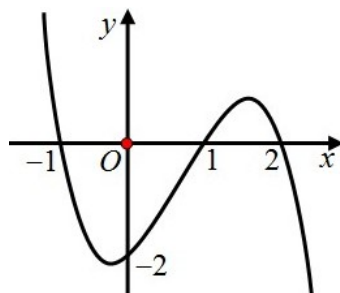
- A. $m_0^2 - m_0^3 > 0$ B. $m_0 - m_0^2 = 0$ C. $2m_0 - 3 < 0$ *D. $m_0^2 - 3m_0 < 0$

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y' > 0; \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \max_{[-1;3]} y = y(3) = 2m + 6 = 10 \Leftrightarrow m = 2 \Rightarrow m_0 = 2 \Rightarrow m_0^2 - 3m_0 = -2 < 0$$

Câu 52. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(e^x - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(\ln 2; 4)$ B. $(-\infty; 1)$ C. $(1; +\infty)$ *D. $(\ln 2; \ln 4)$

Lời giải

Ta có: $y = f(e^x - 3) \Rightarrow y'_x = (e^x - 3)' \cdot f'(e^x - 3) = e^x \cdot f'(e^x - 3)$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = f(e^x - 3)$ nghịch biến $\Leftrightarrow y'_x < 0 \Leftrightarrow f'(e^x - 3) < 0$

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có:

$$f'(e^x - 3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < e^x - 3 < 1 \\ e^x - 3 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < e^x < 4 \\ e^x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln 2 < x < \ln 4 \\ x > \ln 5 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = f(e^x - 3)$ nghịch biến trên khoảng $(\ln 2; \ln 4)$

Câu 53. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = \frac{2x - m}{x - 1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

- A. 4040. B. 2019. *C. 2018. D. 4036.

Lời giải

$$y' = \frac{-2 + m}{(x - 1)^2}$$

Ta có

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi $-2 + m > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Vậy có 2018 giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$.

Câu 54. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2}$

- A. 0. B. 3. *C. 1. D. 2.

Lời giải

Ta có $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hay $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} = -\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{(x-1)(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{(x-1)(x-2)} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{(x-1)(x-2)} = -\infty \end{cases} \Rightarrow \text{đồ thị có tiệm cận đứng } x = 2$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 55. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương không quá 2021 của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - (m+2)x^2 + (m+5)x - 4$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành.

A. 2016.

B. 2021.

C. 2020.

*D. 2017.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+2)x + m+5$. Hàm số có hai cực trị khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 11 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành khi và chỉ khi

$$x^3 - (m+2)x^2 + (m+5)x - 4 = 0 \quad (*) \text{ có 3 nghiệm phân biệt.}$$

$$\text{Mặt khác } (*) \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - (m+1)x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ g(x) = x^2 - (m+1)x + 4 = 0 \end{cases}$$

Phương trình $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt khi $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 15 > 0 \\ -m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \vee m > 3 \\ m \neq 4 \end{cases} \Rightarrow m \in \{5; \dots, 2020; 2021\}$$

Do đó có 2017 giá trị m thỏa mãn.

Câu 56. Cho hàm số $y = |3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - m|$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị?

*A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

$$\text{Đặt } f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - m$$

$$f'(x) = 12x^3 - 24x^2 - 12x + 24$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

$$2f(x) + x^2 > 4x + m \Leftrightarrow 2f(x) + \underbrace{(x^2 - 4x)}_{g(x)} > m$$

, nghiệm đúng với mọi $x \in (-1; 3)$ (*)

Ta thấy $\min_{(-1;3)} f(x) = -3$ khi $x = 2$.

Hàm số $g(x) = x^2 - 4x$, dễ thấy $\min_{(-1;3)} g(x) = -4$ cũng tại $x = 2$.

Do đó $\min_{(-1;3)} [2f(x) + g(x)] = -10$ tại $x = 2$. Do vậy (*) xảy ra khi $m < -10$.

Câu 59. Cho bất phương trình $x^2 - 2x \leq |x - 2| + ax - 6$. Gọi a là giá trị dương nhỏ nhất để bất phương trình có nghiệm thì a gần nhất với số nào sau đây

- A. 2,2. *B. 2,6. C. 1,6. D. 2,5.

Lời giải

Trường hợp 1: $x \in [2; +\infty)$ khi đó bất phương trình đã cho trở thành

$$x^2 - (a+3)x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow a \geq x + \frac{8}{x} - 3 \geq 4\sqrt{2} - 3 \approx 2,65 \quad \forall x \in [2; +\infty)$$

VTPT $n = (2; -1; -2)$, dấu "=" xảy ra khi $x = 2\sqrt{2}$.

Trường hợp 2: $x \in (-\infty; 2)$ khi đó bất phương trình đã cho trở thành

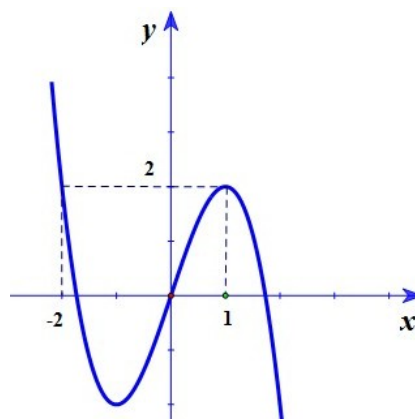
$$x^2 - (a+1)x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq x + \frac{4}{x} - 1 \text{ khi } x \in (0; 2) & (1) \\ a \leq x + \frac{4}{x} - 1 \text{ khi } x \in (-\infty; 0) & (2) \end{cases}$$

Giải (1) $x + \frac{4}{x} \geq 4 \Rightarrow x + \frac{4}{x} - 1 \geq 3 \Rightarrow a \geq 3$

Giải (2) $a \leq x + \frac{4}{x} - 1 \Leftrightarrow a \leq -2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} - 1 = -5$

Vậy giá trị dương nhỏ nhất của a gần nhất với 2,6

Câu 60. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(1 - f(x)) = 2$?



- *A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Lời giải

Đặt $1 - f(x) = t$ khi đó ta có hàm số $f(t) = 2$ có 2 giao điểm $t = -2; t = 1$

Với $t = -2 \Leftrightarrow 1 - f(x) = -2 \Leftrightarrow f(x) = 3$ phương trình có 1 nghiệm

Với $t = 1 \Leftrightarrow 1 - f(x) = 1 \Leftrightarrow f(x) = 0$ phương trình có 3 nghiệm.

Vậy phương trình $f(1 - f(x)) = 2$ có 4 nghiệm.

Câu 61. Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính m_1, m_2 .

A. 6.

*B. -15.

C. 12.

D. -20.

Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$y' = 6x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = m - 1 \\ x = 1; y = m - 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		+	0	- 0 +
y				$+\infty$
			$m-1$	$m-2$
				$-\infty$

Vậy $B(0; m-1), C(1; m-2)$

$$\overline{BC} = (1; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{2}$$

(BC) đi qua $B(0; m-1)$ và nhận $n = (1; 1)$ làm một vector pháp tuyến nên có phương trình

$$1(x-0) + 1(y-m+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - m + 1 = 0$$

$$d(O; BC) = \frac{|1-m|}{\sqrt{2}}$$

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} d(O; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{|1-m|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 2 \Leftrightarrow |1-m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m=4 \\ 1-m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-3 \\ m=5 \end{cases}$$

Vậy $m_1, m_2 = -15$

Câu 62. Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}, m$ là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. Tìm số phần tử của tập S :

A. 1.

*B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{2} \right\}$$

Ta có: $y' = \frac{m^2 - 4}{(2x + m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0;1) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ -\frac{m}{2} \leq 0 \\ -\frac{m}{2} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ 0 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in [0;1] \Rightarrow$ có 2 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 63. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (1 - m)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

*A. 6

B. 5

C. Vô số.

D. 7

Lời giải

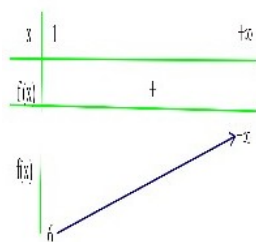
Ta có $y' = 3x^2 + 2x + 1 - m$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x + 1 - m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 + 2x + 1 \geq m, \forall x \in (1; +\infty)$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 1; f'(x) = 6x + 2 > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

Bảng biến thiên của hàm số:



Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (1; +\infty)$ khi

$$\min f(x) \geq m \Rightarrow m \leq 6. \text{ Vì } m \text{ nguyên dương nên } m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}.$$

Câu 64. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

*A. $m \leq -\frac{1}{4}$

B. $m < 0$

C. $m > 0$

D. $-\frac{1}{4} \leq m < 0$

Lời giải

TXĐ $D = \mathbb{R}, y' = mx^2 - 2(m+1)x + (m-2)$

TH1: $m = 0; y' = -2x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$, nên loại $m = 0$;

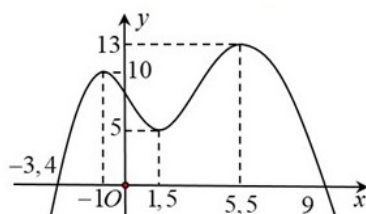
TH2: $m \neq 0; y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ (m+1)^2 - m(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 4m + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{4}$

để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $\begin{cases} m^2 + 5m - 6 > 0 \\ \frac{2}{m} \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -6 \\ \frac{2}{m} \leq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -6 \\ \frac{2-m}{m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -6) \cup (1; +\infty) \\ m \in (-\infty; 0) \cup [2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -6) \cup [2; +\infty)$$

Vì $m \in (-2020; 2021)$ nên $m \in \{-2019, -2018, \dots, -7\} \cup \{2, 3, \dots, 2020\}$. Có 4032 số m nguyên.

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ và $f'(x) < 0 \forall x \in (-\infty; 3,4) \cup (9; +\infty)$



Đặt $g(x) = f(x) - mx + 5$ với $m \in \mathbb{N}$. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y = g(x)$ có đúng 2 điểm cực trị?

A. 8.

B. 11.

*C. 9.

D. 10.

Lời giải

$$g'(x) = f'(x) - m \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = m$$

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $d: y = m (d \parallel Ox, d \cap Oy = (0; m))$.

$$\begin{cases} m \in \mathbb{N} \\ 10 \leq m < 13 \Leftrightarrow m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12\} \\ m \leq 5 \end{cases}$$

Để hàm số của đúng 2 điểm cực trị khi

Vậy có 9 giá trị của m .

Câu 66. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - 2mx^2 + (m-5)x + 2021$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

*D. 2.

Lời giải

Ta có: $D = \mathbb{R}$ và $y' = mx^2 - 4mx + m - 5$.

TH1: $m = 0 \Rightarrow y' = -5 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = 0$ nhận.

$$\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' = 4m^2 - m(m-5) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 3m^2 + 5m \leq 0 \end{cases}$$

TH2: Hàm số nghịch biến trên

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -\frac{5}{3} \leq m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{3} \leq m < 0.$$

Do m nguyên nên $m = -1$.

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số thực của m thỏa là $m = 0, m = -1$.

Câu 67. Hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
y'		+		0	-	0	+

Hàm số $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?
 A. $(2; +\infty)$ B. $(-\infty; 0)$ *C. $(0; 2)$ D. $(-1; 3)$

Lời giải

Ta có $g(x) = f(3 - 2^x) \Rightarrow g'(x) = -2^x \cdot \ln 2 \cdot f'(3 - 2^x)$

Hàm số $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến $\Leftrightarrow g'(x) = -2^x \cdot \ln 2 \cdot f'(3 - 2^x) \geq 0$

Suy ra $f'(3 - 2^x) \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq 3 - 2^x \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2^x \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$

Vậy $x \in [0; 3] \supset (0; 2)$ thì hàm số $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến.

Câu 68. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để phương trình $x^3 - (2m + 1)x^2 + 2(3m - 2)x - 8 = 0$ có ba nghiệm lập thành một cấp số nhân. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0 B. -2 *C. 3 D. -1

Lời giải

Giả sử x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm của phương trình đã cho.

Ta có: $x^3 - (2m + 1)x^2 + 2(3m - 2)x - 8 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

Đồng nhất hệ số hai vế ta được: $x_1 x_2 x_3 = 8$

Do x_1, x_2, x_3 lập thành cấp số nhân nên $x_2^2 = x_1 x_3 \Leftrightarrow x_2^3 = x_1 x_2 x_3 \Leftrightarrow x_2^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2$

Thay nghiệm $x_2 = 2$ vào phương trình ban đầu ta được:

$2^3 - (2m + 1)2^2 + 2(3m - 2)2 - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \in \mathbb{Z}$

$$x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Thử lại: thay $m = 3$ vào phương trình ban đầu được

Vậy $S = \{3\}$ nên có tổng các phần tử bằng 3.

Câu 69. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m - 1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên đoạn $[1; 4]$

A. $\frac{1}{2} < m < 2$ B. $m \in \mathbb{R}$ C. $m \leq 2$ *D. $m \leq \frac{1}{2}$

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2(m - 1)x - 4m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1; 4] \Leftrightarrow x^2 - 2(m - 1)x - 4m \geq 0, \forall x \in [1; 4]$

$\Leftrightarrow 2m(x + 2) \leq x^2 + 2x, \forall x \in [1; 4] \Leftrightarrow 2m(x + 2) \leq x(x + 2), \forall x \in [1; 4] \Leftrightarrow m \leq \frac{x}{2}, \forall x \in [1; 4]$

$\Leftrightarrow m \leq \min_{[1; 4]} \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1}{2}$. Vậy $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 70. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\parallel$	$+$	
$f(x)$			$+\infty$	$\parallel$	1
	1	$\nearrow$		$\nwarrow$	$-\infty$

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 3.

B. 0.

*C. 2.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $f(0) = -\frac{4}{c} > 0 \Rightarrow c < 0$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $x = -\frac{c}{b} > 0 \Rightarrow b > 0$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow a > 0$

Vậy trong các số a, b, c có 2 số dương.

Câu 71. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$?

A. Có vô số.

B. 0.

C. 2.

*D. 1.

Lời giải

Đặt $t = \tan x$.

Do $x \in \left(-\frac{\pi}{4}; 0\right) \Rightarrow t \in (-1; 0)$ và hàm số $t = \tan x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$.

Khi đó: $y = \frac{t-2}{t-m}$ với $t \in (-1; 0)$

$$y' = \frac{-m+2}{(t-m)^2}$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right) \Leftrightarrow$ Hàm số $y = \frac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(-1; 0)$

$$\Leftrightarrow y' > 0 \forall t \in (-1; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 > 0 \\ m \notin (-1; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m < 2 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

Do m là số nguyên dương $\Rightarrow m = 1$

Câu 72. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$ (m là tham số). Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

$$*A. \begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$$

$$B. -1 < m < 7$$

$$C. \begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

$$D. -1 \leq m \leq 7$$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $\frac{2x+2}{x-1} = -x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 + (1-m)x + 2+m = 0(1) \end{cases}$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 6m - 7 > 0 \\ 1^2 + (1-m) \cdot 1 + 2+m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$

Câu 73. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (2-m)x^2 + m-1$ có ba điểm cực trị.

$$A. \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$$

$$*B. 0 < m < 2$$

$$C. m < 0$$

$$D. m > 2$$

Lời giải

Ta có $y' = 4mx^3 - 2(2-m)x = 2x[2mx^2 - (2-m)]$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 - (2-m) = 0 \end{cases}$$

Hàm số $y = mx^4 - (2-m)x^2 + m-1$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi $\frac{2-m}{m} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2$

Câu 74. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2$ (m là tham số). Tìm m để hàm số có hai điểm cực trị.

$$A. -1 \leq m \leq 2$$

$$B. -1 < m < 2$$

$$C. \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

$$*D. \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases}$$

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$

Hàm số có hai điểm cực trị $\hat{U} \ y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\hat{U} \ x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\hat{U} \ D \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \hat{U} \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$

Câu 75. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$. Tìm m để $\max_{x \in [0;2]} f(x) + \min_{x \in [0;2]} f(x) = -5$

$$A. m = -4$$

$$B. m = -8$$

$$C. m = 4$$

$$*D. m = 8$$

Lời giải.

Chọn D

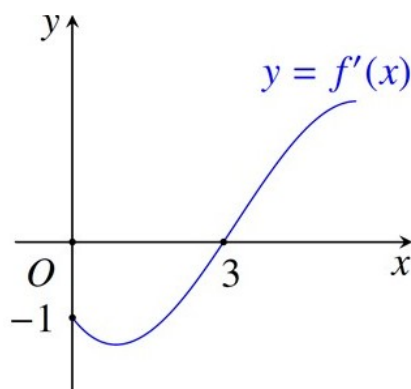
Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$y' = f'(x) = \frac{4+m}{(x+2)^2}$$

Ta có $y = f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$ luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến trên $[0; 2]$ với $\forall m \neq -4$, nên GTLN hoặc GTNN luôn đạt tại $x=0$ hoặc $x=2$.

$$\text{Vậy: } \max_{x \in [0; 2]} f(x) + \min_{x \in [0; 2]} f(x) = -5 \Leftrightarrow f(0) + f(2) = -5 \Leftrightarrow \frac{-m}{2} + \frac{4-m}{4} = -5 \Leftrightarrow m = 8$$

Câu 76. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $[0; +\infty)$. Biết $f(0)=0$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f(3) < f''(3) < f'(3)$

B. $f'(3) < f(3) < f''(3)$

*C. $f(3) < f'(3) < f''(3)$

D. $f''(3) < f(3) < f'(3)$

Lời giải

• Lập bảng biến thiên của $f(x)$ trên $[0; +\infty)$:

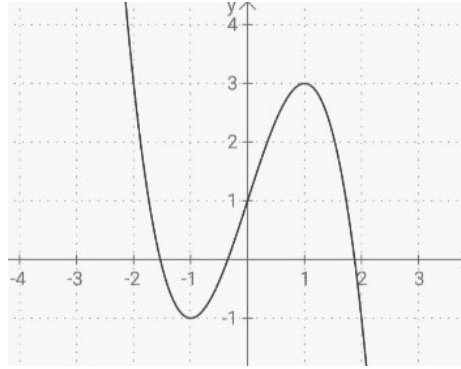
Từ bảng biến thiên ta thấy: $f(3) < 0 = f'(3)$.

• Lập bảng biến thiên của $f'(x)$ trên $[0; +\infty)$:

Từ bảng biến thiên ta thấy: $f''(3) > 0 = f'(3)$.

Vậy: $f(3) < f'(3) < f''(3)$.

Câu 77. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 6.

*D. 4.

Lời giải

$$4f^2(x) - 9 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{3}{2} \\ f(x) = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

• Ta có:

• Dựa vào đồ thị ta thấy: đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ tại 3 giao điểm và cắt đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ tại 1 giao điểm

• Vậy phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ có 4 nghiệm thực

Câu 78. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2021]$ để đường thẳng $y = 3mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ tại ba điểm phân biệt là

A. 1.

*B. 2021.

C. 670.

D. 2020.

Lời giải

• Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = 3mx + 1$ là

$$x^3 - 3x + 3 = 3mx + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2 = 3x(m+1) \quad (1).$$

Nếu $x = 0$ thì (1) không thỏa mãn.

$$\Leftrightarrow \frac{x^3 + 2}{x} = 3(m+1)$$

Nếu $x \neq 0$ ta có (1)

• Xét hàm số $g(x) = \frac{x^3 + 2}{x}$ với $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{2x^3 - 2}{x^2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x) = \frac{x^3 + 2}{x}$ với $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$1 + \infty \quad g'(x) \quad x \quad g(x) \quad - + \infty \quad - \infty \quad - 0 \quad + \infty \quad 3 + \infty \quad 0 +$$

• Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = 3mx + 1$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3(m+1) > 3 \Leftrightarrow m+1 > 1 \Leftrightarrow m \in (0; +\infty)$

Kết hợp với điều kiện $m \in [-2020; 2021]$ ta được $m \in (0; 2021]$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 2021\}$

Câu 79. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + (m^2 - 5)x^2 + 2021$ có ba điểm cực trị là.

B. 3.

D.⁷.

Lời giải

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

• Ta có $y' = 4x^3 + 2(m^2 - 5)x = 2x[2x^2 + (m^2 - 5)]$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{m^2 - 5}{2} \end{cases} (1)$$

- Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow -\frac{m^2-5}{2} > 0 \Leftrightarrow m^2-5 < 0 \Leftrightarrow m \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5}) \quad \text{. Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

Câu 80. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2$. Tổng bình phương các giá trị m để hàm số có ba cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số có bán kính bằng 4, gần với số nguyên nào nhất trong các số nguyên sau?

B. 9.

D.⁷.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 4mx$

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow m > 0$

Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0;2)$; $B(-\sqrt{m}; 2 - m^2)$; $C(\sqrt{m}; 2 - m^2)$

Ta có: $AB = \sqrt{m + m^4} = AC$; $BC = 2\sqrt{m}$

$$\Rightarrow \cos \angle BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{m^3 - 1}{m^3 + 1} \Rightarrow \sin \angle BAC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle BAC} = \frac{2m\sqrt{m}}{m^3 + 1}$$

Mà $BC = 2R \sin \angle BAC \Leftrightarrow 2\sqrt{m} = 2.4. \frac{2m\sqrt{m}}{m^3 + 1} \Leftrightarrow m^3 - 8m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \approx -2,889 & (lo^1 i) \\ m \approx 2,764 & (tháa m n) \\ m \approx 0,125 & (tháa m n) \end{cases}$

Vậy tổng bình phương các giá trị m là $2,764^2 + 0,125 \approx 7,655$

$$\left(\frac{a}{b}; +\infty\right)$$

(trong đó $\frac{a}{b}$

$\overline{b}$ là phân số tối giản; $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$). Giá trị $a^2 - 25b^2$ bằng

- A.** 11. ***B.** 304. **C.** 74. **D.** 214.

Lời giải

Ta có $\sqrt{2x^2 + mx + 5} - x = 3$ (1)

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2+mx+5}=x+3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ 2x^2+mx+5=(x+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x^2+(m-6)x-4=0 \end{cases} \quad (2)$$

Vì phương trình (2) có $a.c = -4 < 0$ nên luôn có hai nghiệm $x_1 < 0 < x_2$.

Vì $x_2 \geq -3$ nên x_2 là một nghiệm của (1). Do đó để (1) có nghiệm duy nhất thì $x_1 < -3$

$$\Leftrightarrow \frac{-m+6-\sqrt{\Delta}}{2} < -3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\Delta} > 12 - m$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 12m + 52} > 12 - m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - m < 0 \\ 12 - m \geq 0 \\ m^2 - 12m + 52 > (12 - m)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 12 \\ m \leq 12 \\ m > \frac{23}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{23}{3}$$

Từ đó $a=23; b=3$ hay $a^2 - 25b^2 = 304$.

Câu 82. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m - 6)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ là

- A.** 3. **B.** 4. ***C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2mx + m - 6$.

$$y' \leq 0, \forall x \in [0; 2] \Leftrightarrow 3x^2 - 2mx + m - 6 \leq 0, \forall x \in [0; 2]$$

$$\Leftrightarrow (-2x+1)m \leq 6-3x^2, \forall x \in [0;2] \quad (1)$$

+ Trường hợp 1: $0 \leq x < \frac{1}{2}$ thì $-2x + 1 > 0$ nên

$$(1) \Leftrightarrow m \leq \frac{-3x^2 + 6}{-2x + 1} \quad \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m \leq \frac{3x^2 - 6}{2x - 1} \quad \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right) \quad (2)$$

Đặt $g(x) = \frac{3x^2 - 6}{2x - 1}$, ta có $g'(x) = \frac{6(x^2 - x + 2)}{(2x - 1)^2} > 0, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right)$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{2}$
$g'(x)$	+	
$g(x)$		

Khi đó, $(2) \Leftrightarrow m \leq 6$.

+ Trường hợp 2: $\frac{1}{2} < x \leq 2$ thì $-2x + 1 < 0$ nên

$(1) \Leftrightarrow m \geq \frac{-3x^2 + 6}{-2x + 1}, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right] \Leftrightarrow m \geq \frac{3x^2 - 6}{2x - 1}, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right] \quad (3)$

Đặt $g(x) = \frac{3x^2 - 6}{2x - 1}$, ta có $g'(x) = \frac{6(x^2 - x + 2)}{(2x - 1)^2} > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right]$

Bảng biến thiên:

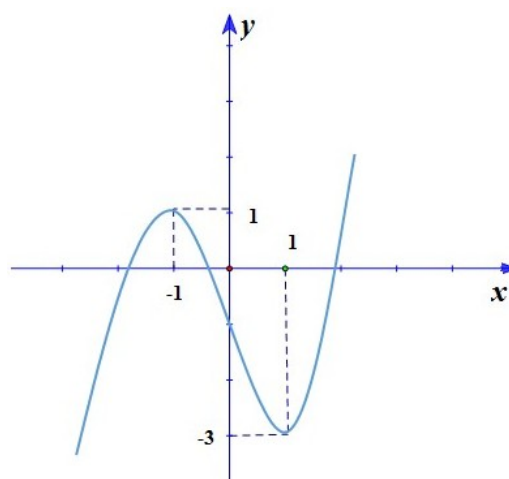
x	$\frac{1}{2}$	2
$g'(x)$	+	
$g(x)$		

Khi đó, $(3) \Leftrightarrow m \geq 2$.

Kết hợp (2) và (3) ta có giá trị m cần tìm là $2 \leq m \leq 6$.

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 2; 3; 4; 5; 6 \Rightarrow$ Có 5 giá trị nguyên.

Câu 83. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x+2|)$.

A. 2.

*B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Tính tiến hàm số $y = f(x)$ sang trái hai đơn vị ta được hàm số $y = f(x+2)$

Đồ thị hàm số $y = f(|x+2|)$ có được gồm 2 phần.

Phần 1: Là phần đồ thị $y = f(x+2)$ nằm phía bên phải Oy .

Phần 2: Là phần đồ thị đối xứng qua Oy .

Khi đó đồ thị hàm số sẽ có 1 điểm cực trị.

Câu 84. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$

C. $-5 \leq m < -1$

*D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$

Lời giải

Đặt $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$

+ Nếu $f(1) = 0 \Rightarrow m = -5$. Khi đó $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4 = (x-1)(x+2)^2$ nên

$y = \frac{x-1}{f(x)} = \frac{1}{(x-2)^2}$. Như vậy, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x = 2$.

+ Nếu $m \neq -5$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $f(x)$ có đúng 1 nghiệm thực khác 1.

Xét $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$ có $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$ và hàm số đạt cực đại tại $x = -2, f(-2) = m + 5$;

hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0, f(0) = m + 1$.

Để $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$ có đúng 1 nghiệm thực khi

$$\begin{cases} f(-2) < 0 \\ f(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 5 < 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng khi $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$.

Câu 85. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + (m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D = (2; +\infty)$ là

A. $-2 \leq m \leq -1$.

*B. $m \leq -1$.

C. $m < -1$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Hàm số xác định trên $D = (2; +\infty)$.

$$y' = m + \frac{m+1}{2\sqrt{x-2}}$$

Ta có

YCBT

$$\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m + \frac{m+1}{2\sqrt{x-2}} \leq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} \right) \leq -\frac{1}{2\sqrt{x-2}}, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1}, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$2\sqrt{x-2}+1 > 1, \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1} > -1, \forall x \in (2; +\infty)$$

Ta có

Do đó, $m \leq -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 86. Hàm số $y = \frac{x-m^2}{x-4}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(4; +\infty)$ khi

*A. $-2 \leq m \leq 2$.

B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

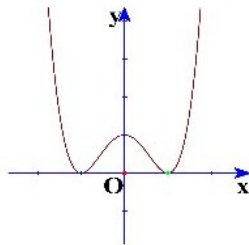
TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

$$y' = \frac{-4+m^2}{(x-4)^2}$$

Ta có

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' > 0 \Leftrightarrow -4+m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 87. Cho đồ thị của hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



*A. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$.

B. $a > 0; b > 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$.

C. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac > 0$.

D. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac < 0$.

Lời giải

• Quan sát dáng điệu đồ thị ta thấy $a > 0$, đồ thị có 3 cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

• Đồ thị tiếp xúc với trục hoành nên tại $x_1 > 0$ ta có

$$\begin{cases} ax_1^4 + bx_1^2 + c = 0 \\ 4ax_1^3 + 2bx_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax_1^4 + bx_1^2 + c = 0 \\ x_1^2 = \frac{-b}{2a} \end{cases} \Rightarrow a \left(\frac{-b}{2a} \right)^2 + b \cdot \frac{-b}{2a} + c = 0 \Rightarrow \frac{4ac - b^2}{4a} = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

Câu 88. Số các giá trị nguyên của m trên khoảng $(-2021; 2021)$ sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3mx + m$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là:

A. 2019.

B. 2022.

C. 2021.

*D. 2020.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 3m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 3m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \leq x^2 - 2x, \forall x \in (0; +\infty) (*)$$

Mà hàm số $g(x) = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \geq -1, \forall x \in (0; +\infty)$ nên $\Leftrightarrow (*) m \leq -1$.

Kết hợp với m nguyên trên khoảng $(-2021; 2021)$ nên $m \in \{-2020; -1999; \dots; -1\}$

Vậy có 2020 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 89. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2020$ với $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(1-x) + 2020x + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

*A. $(4; +\infty)$

B. $(1; +\infty)$

C. $(0; 3)$

D. $(-\infty; 3)$

Lời giải

• Do $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2020 \Rightarrow f'(1-x) = x(3-x)g(1-x) + 2020$

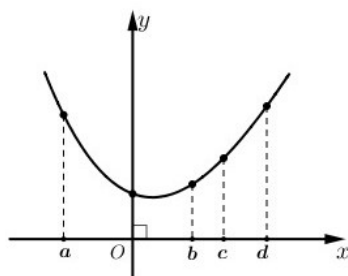
• Ta có đạo hàm của hàm số $y = f(1-x) + 2020x + 2021$ là

$$y' = -f'(1-x) + 2020 = -x(3-x)g(1-x) - 2020 + 2020 = -x(3-x)g(1-x)$$

• Khi đó $y' \leq 0 \Leftrightarrow x(3-x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$, do $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 90. Cho $f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi $S = \{f'(a), f'(b), f'(c), f'(d), f'(0)\}$. Phần tử lớn nhất trong tập hợp S là:



A. $f'(a)$

B. $f'(b)$

C. $f'(0)$

*D. $f'(d)$

Lời giải

Gọi α, β lần lượt là góc tạo bởi tiếp tuyến tại c, d .

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(c) = \tan \alpha \\ f'(d) = \tan \beta \Rightarrow 0 < f'(c) < f'(d) \\ \alpha < \beta \end{cases}$$

Vậy phần tử lớn nhất trong tập hợp S là: $f'(d)$.

Câu 91. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-4}{x^2-m^2x}$ có đúng hai đường tiệm cận.

*A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-4}{x^2-m^2x} = 0$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-4}{x^2-m^2x} = -\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận đứng là $x = 0$.

Để $y = \frac{x-4}{x^2-m^2x} = \frac{x-4}{x(x-m^2)}$ có đúng hai đường tiệm cận thì

$$\begin{cases} x-m^2 = x-4 \\ m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m = 0 \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 92. Biết đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1;3)$, $B(3;-1)$. Tính giá trị $f(2)$.

A. $f(2) = -1$

*B. $f(2) = 1$

C. $f(2) = 2$

D. $f(2) = 0$

Lời giải

Ta có : $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$$\begin{cases} f(1) = 3 \\ f(3) = -1 \\ f'(1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c+d = 3 \\ 27a+9b+3c+d = -1 \\ 3a+2b+c = 0 \\ 27a+6b+c = 0 \end{cases}$$

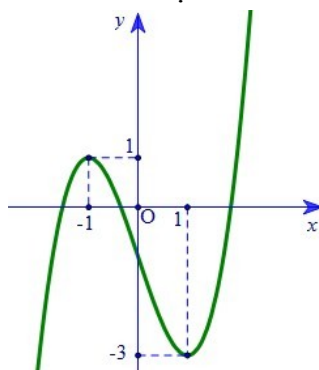
Theo bài ra ta có :

Giải hệ phương trình ta được $a = 1, b = -6, c = 9, d = -1$.

Hàm số đã cho có dạng $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

Suy ra $f(2) = 1$

Câu 93. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x) - 1| = 3$ bằng

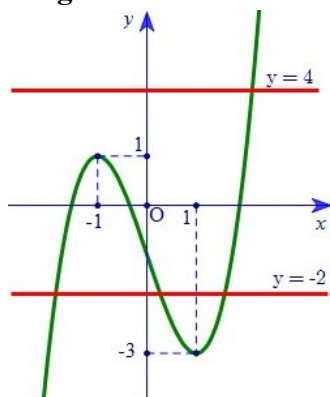
A. 5.

B. 1.

C. 2.

*D. 4.

Lời giải



Ta có $|f(x) - 1| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 1 = 3 \\ f(x) - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 4 \\ f(x) = -2 \end{cases}$

Số nghiệm của phương trình $|f(x) - 1| = 3$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với hai đường thẳng $y = 4, y = -2$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $f(x) = 4$ có 1 nghiệm, $f(x) = -2$ có 3 nghiệm.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $|f(x) - 1| = 3$ là 4.

Câu 94. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để qua $A(0; m)$ kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$

A. 11.

B. 9.

*C. 10.

D. 12.

Lời giải

$$y = \frac{x-2}{x+2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}; y' = \frac{4}{(x+2)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị là: $y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$. Do tiếp tuyến đi qua $A(0; m)$ nên $y_A - y_0 = y'(x_0)(x_A - x_0)$ (1)

$$\Leftrightarrow m - \frac{x_0 - 2}{x_0 + 2} = \frac{4}{(x_0 + 2)^2}(0 - x_0)$$

(1)

$$\Leftrightarrow m = \frac{-4x_0}{(x_0 + 2)^2} + \frac{x_0 - 2}{x_0 + 2}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{x_0^2 - 4x_0 - 4}{(x_0 + 2)^2} \quad (2)$$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{x^2 - 4x - 4}{(x + 2)^2}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}; y' = \frac{8x^2 + 16x}{(x + 2)^4}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{8x^2 + 16x}{(x + 2)^4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in D \\ x = -2 \notin D \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1

Để phương trình (2) có đúng 2 nghiệm thì đồ thị hàm số $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x - 4}{(x+2)^2}$ tại 2 điểm
 $\Leftrightarrow m \in (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

Mà $m \in [-10; 10] \Rightarrow m \in \{0; 2; 3; \dots; 10\}$

Vậy có 10 giá trị m .

Câu 95. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+2}$. Gọi S là tập hợp tất các giá trị của m để $\max_{[-1; 2]} |f(x)| = 10$. Tổng các phần tử của tập S là

- A. 6. B. -2. C. 20. *D. 2.

Lời giải

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, đạo hàm $f'(x) = \frac{2-m}{(x+2)^2}$.
- Nhận xét hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+2}$ luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định.
- Ta có $f(-1) = m-1$, $f(2) = \frac{m+2}{4}$, $\max_{[-1; 2]} |f(x)| = 10$.

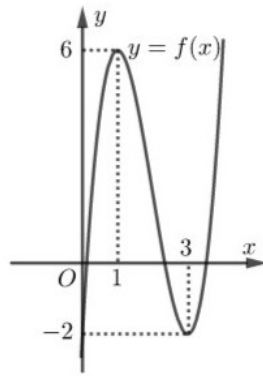
• TH1: $\begin{cases} \left| \frac{m+2}{4} \right| \geq |m-1| & (1) \\ \left| \frac{m+2}{4} \right| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 38 & (1) \\ m = -42 & (1) \end{cases} \end{cases}$

• TH2: $\begin{cases} \left| \frac{m+2}{4} \right| \leq |m-1| & (2) \\ |m-1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 11 & (n) \\ m = -9 & (n) \end{cases} \end{cases}$

• Suy ra $S = \{-11; 9\}$.

• Vậy tổng các phần tử của tập S là 2.

Câu 96. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị.



A. 7.

B. 6.

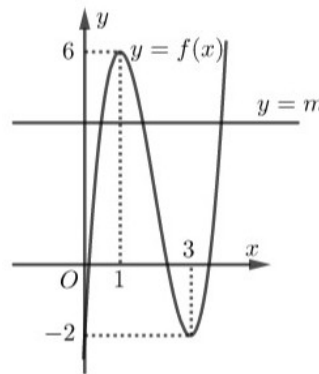
C. 8.

*D. 5.

Lời giải

- Từ đồ thị ta nhận thấy hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- Hàm số $g(x) = |f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
- Thật vậy: $f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = m$.

- Số nghiệm của phương trình $f(x) - m = 0$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = m \end{cases}$.



- Phương trình $f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt khi: $-2 < m < 6$.
- Vì $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 97. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f(x)$		10	-8	6

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x) - 2| = m$ có đúng 5 nghiệm phân biệt?

*A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

- Đặt $g(x) = |f(x) - 2|$. Dựa vào bảng biến thiên $y = f(x)$ ta có

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$g(x)$		8	-10	4

• Suy ra $|g(x)| = |f(x) - 2|$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$ g(x) $	1	8	10	4

• Ta có $|f(x) - 2| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = |g(x)| = |f(x) - 2|$ và $y = m$. Suy ra số nghiệm phương trình $|f(x) - 2| = m$ chính là số giao điểm của 2 đồ thị $y = |g(x)| = |f(x) - 2|$ và $y = m$.

• Dựa vào bảng biến thiên ta thấy 2 đồ thị $y = |g(x)| = |f(x) - 2|$ và $y = m$ có 5 giao điểm khi $1 \leq m < 4$.

• Suy ra để phương trình $|f(x) - 2| = m$ có đúng 5 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $1 \leq m < 4$.

• Vì m là số nguyên nên $m \in \{1; 2; 3\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên m cần tìm.

Câu 98. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 1} - mx$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng giá trị của các phần tử thuộc S bằng

- A. 15. B. 12. *C. 14. D. 9.

Lời giải

$$y = \sqrt{4x^2 + 1} - mx \Rightarrow y' = \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 1}} - m$$

$$\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 1}} \leq m, \forall x$$

Hàm số nghịch biến trên

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 1}} \Rightarrow f'(x) = \frac{4}{(4x^2 + 1)\sqrt{4x^2 + 1}} > 0$$

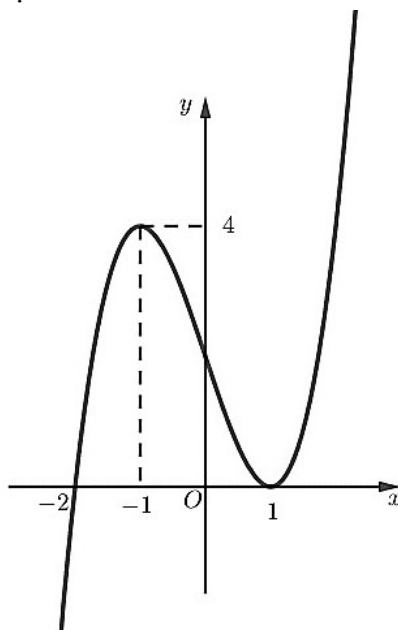
BBT của hàm $f(x)$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	-2	2

Dựa vào BBT ta có hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $m \geq 2$

$$\text{Vì } m \in [-5; 5] \Rightarrow m \in [2; 3; 4; 5] \Leftrightarrow S = 14$$

Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Hàm số $y = |f(x) - 3|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4.

B. 3.

C. 7.

*D. 5.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		4		0	$+\infty$
$f(x)-3$	$-\infty$		1		-3	$+\infty$
$ f(x)-3 $	$+\infty$		1		3	$+\infty$

Vậy hàm số $y = |f(x) - 3|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 100. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x-5}{x+2m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ là

*A. $\left[-\frac{5}{2}; -1\right]$.

B. $\left[-\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left[-\frac{5}{2}; -2\right]$.

Lời giải

$$y = \frac{x-5}{x+2m} \Rightarrow y' = \frac{2m+5}{(x+2m)^2}$$

$$(-\infty; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+5 > 0 \\ -2m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{5}{2} \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < m \leq -1$$

Hàm số đồng biến trên khoảng

---HẾT---

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>