

CHƯƠNG II. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA TỔNG.

DẠNG 1. CHỨNG MINH CHIA HẾT THEO SỐ CHIA.

Ghi nhớ:

- . Nếu $a : m$ và $b : m$ thì $a + b : m$.
- . Nếu $a : m$ và $a + b : m$ thì $b : m$.

Bài 1: Cho $a - 2b : 7$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $a - 9b : 7$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & a - 2b : 7 \\ \Rightarrow & a - 2b - 7b : 7 \quad \text{vì } 7b : 7 \\ \Rightarrow & a - 9b : 7. \end{aligned}$$

Bài 2: Cho $a - b : 6$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $a + 5b : 6$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & a - b : 6 \\ \Rightarrow & a - b + 6b : 6 \quad \text{vì } 6b : 6 \\ \Rightarrow & a + 5b : 6. \end{aligned}$$

Bài 3: Cho $a - b : 6$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $a + 17b : 6$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & a - b : 6 \\ \Rightarrow & a - b + 18b : 6 \quad \text{vì } 18b : 6 \\ \Rightarrow & a + 17b : 6. \end{aligned}$$

Bài 4: Cho $a - b : 6$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $a - 13b : 6$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & a - b : 6 \\ \Rightarrow & a - b - 12b : 6 \quad \text{vì } 12b : 6 \\ \Rightarrow & a - 13b : 6. \end{aligned}$$

Bài 5: Cho $x - y : 7$ với $x, y \in \mathbb{Z}$. Chứng minh: $22x - y : 7$

Bài làm:

$$\text{Ta có } x - y = 7$$

$$\Rightarrow x - y + 21x : 7 \quad \text{vì } 21x : 7$$

$$\Rightarrow 22x - y : 7$$

Bài 6: Cho $2x + y : 9$ với $x, y \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $5x + 7y : 9$

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & 2x + y : 9 \\ \Rightarrow & 7(2x + y) : 9 \\ \Rightarrow & 14x + 7y : 9 \\ \Rightarrow & 14x + 7y - 9x : 9 \quad \text{vì } 9x : 9 \\ \Rightarrow & 5x + 7y : 9 \end{aligned}$$

Bài 7: Cho $a - b : 7$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $4a + 3b : 7$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & a - b : 7 \\ \Rightarrow & 4(a - b) : 7 \\ \Rightarrow & 4a - 4b : 7 \\ \Rightarrow & 4a - 4b + 7b : 7 \quad \text{vì } 7b : 7 \\ \Rightarrow & 4a + 3b : 7 \end{aligned}$$

Bài 8: Cho $x - y : 7$ với $x, y \in \mathbb{Z}$. Chứng minh: $8x + 20y : 7$

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & x - y = 7 \\ \Rightarrow & 8(x - y) : 7 \\ \Rightarrow & 8x - 8y : 7 \\ \Rightarrow & 8x - 8y + 28y : 7 \quad \text{vì } 28y : 7 \\ \Rightarrow & 8x + 20y : 7 \end{aligned}$$

Bài 9: Cho $x - y : 7$ với $x, y \in \mathbb{Z}$. Chứng minh: $11x + 10y : 7$

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & x - y = 7 \\ \Rightarrow & 11(x - y) : 7 \\ \Rightarrow & 11x - 11y : 7 \\ \Rightarrow & 11x - 11y + 21y : 7 \quad \text{vì } 21y : 7 \\ \Rightarrow & 11x + 10y : 7 \end{aligned}$$

Bài 10: Cho $a + 4b : 13$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $10a + b : 13$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } a + 4b &: 13 \\ \Rightarrow 10(a + 4b) &: 13 \\ \Rightarrow 10a + 40b - 39b &: 13 \quad \text{vì } 39b : 13 \\ \Rightarrow 10a + b &: 13 \end{aligned}$$

Bài 11: Cho $2a + 3b : 7$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $8a + 5b : 7$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 2a + 3b &: 7 \\ \Rightarrow 4(2a + 3b) &: 7 \\ \Rightarrow 8a + 12b &: 7 \\ \Rightarrow 8a + 12b - 7b &: 7 \quad \text{vì } 7b : 7 \\ \Rightarrow 8a + 5b &: 7 \end{aligned}$$

Bài 12: Cho $5a + 8b : 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh: $10a + b : 3$

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 5a + 8b &: 3 \\ \Rightarrow 2(5a + 8b) &: 3 \\ \Rightarrow 10a + 16b &: 3 \\ \Rightarrow 10a + 16b - 15b &: 3 \quad \text{vì } 15b : 3 \\ \Rightarrow 10a + b &: 3 \end{aligned}$$

Bài 13: Cho $5a + 8b : 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh: $a + 16b : 3$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 5a + 8b &: 3 \\ \Rightarrow 2(5a + 8b) &: 3 \\ \Rightarrow 10a + 16b &: 3 \\ \Rightarrow 10a + 16b - 9a &: 3 \quad \text{vì } 9a : 3 \\ \Rightarrow a + 16b &: 3 \end{aligned}$$

Bài 14: Cho $a + 2b : 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $3a - 4b : 5$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } a + 2b &: 5 \\ \Rightarrow 3(a + 2b) &: 5 \\ \Rightarrow 3a + 6b &: 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 3a + 6b - 10b \text{ :5} \quad \text{vì } 10b \text{ :5} \\ &\Rightarrow 3a - 4b \text{ :5} . \end{aligned}$$

Bài 15: Cho $a - 11b + 3c \text{ :17}$. Chứng minh $2a - 5b + 6c \text{ :17}$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} &\text{Ta có } a - 11b + 3c \text{ :17} \\ &\Rightarrow 2(a - 11b + 3c) \text{ :17} \\ &\Rightarrow 2a - 22b + 6c \text{ :17} \\ &\Rightarrow 2a - 22b + 6c + 17b \text{ :17} \quad \text{vì } 17b \text{ :17} \\ &\Rightarrow 2a - 5b + 6c \text{ :17} . \end{aligned}$$

Bài 15: Chứng minh rằng nếu $(6x + 11y) \text{ :31}$ thì $(x + 7y) \text{ :31}$ với mọi số tự nhiên x, y .

Bài làm:

$$\begin{aligned} &\text{Ta có } 6x + 11y \text{ :31} \\ &\Rightarrow 6x + 11y + 31y \text{ :31} \quad \text{vì } 31y \text{ :31} \\ &\Rightarrow 6x + 42y \text{ :31} \\ &\Rightarrow 6(x + 7y) \text{ :31} \\ &\text{Mà } 6 \not\text{:31} \text{ nên } x + 7y \text{ :31} . \end{aligned}$$

Bài 16: Cho $6a + 11b \text{ :31}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $a + 7b \text{ :31}$.

Bài làm:

$$\begin{aligned} &\text{Ta có } 6a + 11b \text{ :31} \\ &\Rightarrow 6a + 11b + 31b \text{ :31} \quad \text{vì } 31b \text{ :31} \\ &\Rightarrow 6a + 42b \text{ :31} \\ &\Rightarrow 6(a + 7b) \text{ :31} \\ &\text{mà } 6 \not\text{:31} \text{ nên } a + 7b \text{ :31} . \end{aligned}$$

Bài 17: Cho $7x + 4y \text{ :29}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $9x + y \text{ :29}$

Bài làm:

$$\begin{aligned} &\text{Ta có } 7x + 4y \text{ :29} \\ &\Rightarrow 7x + 4y + 29x \text{ :29} \quad \text{vì } 29x \text{ :29} \\ &\Rightarrow 36x + 4y \text{ :7} \\ &\Rightarrow 4(9x + y) \text{ :7} \\ &\text{Vì } 4 \not\text{:7} \text{ nên } 9x + y \text{ :7} . \end{aligned}$$

Bài 18: Cho $3a + 2b \vdots 17$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $10a + b \vdots 17$

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & 3a + 2b \vdots 17 \\ \Rightarrow & 3a + 2b + 17a \vdots 17 \quad \text{vì } 17a \vdots 17. \\ \Rightarrow & 20a + 2b \vdots 17 \\ \Rightarrow & 2(10a + b) \vdots 17 \\ \text{Mà } & 2 \not\vdots 17 \text{ nên } 10a + b \vdots 17. \end{aligned}$$

Bài 19: Cho $5a + 8b \vdots 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $-a + 2b \vdots 3$

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & 5a + 8b \vdots 3 \\ \Rightarrow & 5a + 8b - 9a \vdots 3 \quad \text{vì } 9a \vdots 3. \\ \Rightarrow & -4a + 8b \vdots 3 \\ \Rightarrow & 4(-a + 2b) \vdots 3 \\ \text{Mà } & 4 \not\vdots 3 \text{ nên } -a + 2b \vdots 3. \end{aligned}$$

Bài 20: Cho $5x + 4y \vdots 13$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $7x + 3y \vdots 13$

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & 5x + 4y \vdots 13 \\ \Rightarrow & 3(5x + 4y) \vdots 13 \\ \Rightarrow & 15x + 12y \vdots 13 \\ \Rightarrow & 15x + 12y + 13x \vdots 13 \quad \text{vì } 13x \vdots 13 \\ \Rightarrow & 28x + 12y \vdots 13 \\ \Rightarrow & 4(7x + 3y) \vdots 13 \\ \text{Vì } & 4 \not\vdots 13 \text{ nên } 7x + 3y \vdots 13. \end{aligned}$$

Bài 21: Cho $2x + 3y \vdots 17$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $9x + 5y \vdots 17$

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } & 2x + 3y \vdots 17 \\ \Rightarrow & 5(2x + 3y) \vdots 17 \\ \Rightarrow & 10x + 15y \vdots 17 \\ \Rightarrow & 10x + 15y + 17x \vdots 17 \quad \text{vì } 17x \vdots 17. \\ \Rightarrow & 27x + 15y \vdots 17 \\ \Rightarrow & 3(9x + 5y) \vdots 17 \end{aligned}$$

Mà $3 \nmid 17$ nên $9x + 5y \nmid 17$.

Bài 22: Cho $5a + 2b \nmid 17$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh $9a + 7b \nmid 17$.

Bài làm:

Ta có $5a + 2b \nmid 17$
 $\Rightarrow 7(5a + 2b) \nmid 17$
 $\Rightarrow 35a + 14b \nmid 17$
 $\Rightarrow 35a + 14b - 17a \nmid 17$ vì $17a \nmid 17$.
 $\Rightarrow 18a + 14b \nmid 17$
 $\Rightarrow 2(9a + 7b) \nmid 17$
 Mà $2 \nmid 17$ nên $9a + 7b \nmid 17$.

Bài tập bổ sung.

Bài 1: Cho $A = (4a + 7b)(5a + 4b) : 19$ với mọi $a, b \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh $A : 361$.

Bài làm:

$$\text{Vì } A = (4a + 7b)(5a + 4b) : 19$$

Mà 19 là số nguyên tố nên $4a + 7b : 19$ hoặc $5a + 4b : 19$.

+ Nếu $4a + 7b : 19$

$$\Rightarrow 5(4a + 7b) : 19$$

$$\Rightarrow 20a + 35b : 19$$

$$\Rightarrow 20a + 35b - 19b : 19$$

$$\Rightarrow 20a + 16b : 19$$

$$\Rightarrow 4(5a + 4b) : 19$$

Mà $4 \not: 19$ nên $5a + 4b : 19$. Vậy $A : 19 \cdot 19 \Rightarrow A : 361$.

+ Nếu $5a + 4b : 19$

$$\Rightarrow 4(5a + 4b) : 19$$

$$\Rightarrow 20a + 16b : 19$$

$$\Rightarrow 20a + 16b + 19b : 19$$

$$\Rightarrow 20a + 35b : 19$$

$$\Rightarrow 5(4a + 7b) : 19$$

Mà $5 \not: 19$ nên $4a + 7b : 19$. Vậy $A : 19 \cdot 19 \Rightarrow A : 361$.

Bài 2: Cho $A = (4a - 5b)(7a + b) : 13$ với mọi $a, b \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh $A : 169$.

Bài làm:

$$\text{Ta có } A = (4a - 5b)(7a + b) : 13$$

Mà 13 là số nguyên tố nên $4a - 5b : 13$ hoặc $7a + b : 13$

+ Nếu $4a - 5b : 13$

$$\Rightarrow 4a - 5b + 13b : 13$$

$$\Rightarrow 4a + 8b : 13$$

$$\Rightarrow 4a + 8b + 52a : 13$$

$$\Rightarrow 56a + 8b : 13$$

$$\Rightarrow 8(7a + b) : 13$$

Mà $8 \not: 13$ nên $7a + b : 13$. Vậy $A : 13 \cdot 13 \Rightarrow A : 169$.

+ Nếu $7a + b : 13$

$$\Rightarrow 4(7a + b) : 13$$

$$\Rightarrow 28a + 4b : 13$$

$$\Rightarrow 28a + 4b - 39b \vdots 13$$

$$\Rightarrow 28a - 35b \vdots 13$$

$$\Rightarrow 7(4a - 5b) \vdots 13$$

Mà $7 \nmid 13$ nên $4a - 5b \vdots 13$. Vậy $A \vdots 13 \cdot 13 \Rightarrow A \vdots 169$.

Bài 3: Cho $A = (9a + 11b)(5b + 11a) \vdots 19$ với mọi $a, b \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh $A \vdots 361$.

Bài làm:

Ta có $A = (9a + 11b)(5b + 11a) \vdots 19$

Mà 19 là số nguyên tố nên $9a + 11b \vdots 19$ hoặc $11a + 5b \vdots 19$

+ Nếu $9a + 11b \vdots 19$

$$\Rightarrow 5(9a + 11b) \vdots 19$$

$$\Rightarrow 45a + 55b \vdots 19$$

$$\Rightarrow 45a + 55b + 76a \vdots 19 \quad \text{vì } 76a \vdots 19$$

$$\Rightarrow 121a + 55b \vdots 19$$

$$\Rightarrow 11(11a + 5b) \vdots 19$$

Mà $11 \nmid 19$ nên $11a + 5b \vdots 19$. Vậy $A \vdots 19 \cdot 19 \Rightarrow A \vdots 361$.

+ Nếu $11a + 5b \vdots 19$

$$\Rightarrow 9(11a + 5b) \vdots 19$$

$$\Rightarrow 99a + 45b \vdots 19$$

$$\Rightarrow 99a + 45b + 76b \vdots 19$$

$$\Rightarrow 99a + 121b \vdots 19$$

$$\Rightarrow 11(9a + 11b) \vdots 19$$

Mà $11 \nmid 19$ nên $9a + 11b \vdots 19$. Vậy $A \vdots 19 \cdot 19 \Rightarrow A \vdots 361$.

Bài 4: Cho $A = (17a + 5b)(5a + 17b) \vdots 11$ với mọi $a, b \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh $A \vdots 121$.

Bài làm:

Ta có $A = (17a + 5b)(5a + 17b) \vdots 11$

Mà 11 là số nguyên tố nên $17a + 5b \vdots 11$ hoặc $5a + 17b \vdots 11$.

+ Nếu $17a + 5b \vdots 11$

$$\Rightarrow 5(17a + 5b) \vdots 11$$

$$\Rightarrow 85a + 25b \vdots 11$$

$$\Rightarrow 85a + 25b + 264b \vdots 11 \quad \text{vì } 264b \vdots 11$$

$$\Rightarrow 85a + 289b \vdots 11$$

$$\Rightarrow 17(5a + 17b) : 11$$

Mà $17 \nmid 11$ nên $5a + 17b : 11$. Vậy $A : 11 \cdot 11 \Rightarrow A : 121$.

+ Nếu $5a + 17b : 11$

$$\Rightarrow 17(5a + 17b) : 11$$

$$\Rightarrow 85a + 289b : 11$$

$$\Rightarrow 85a + 289b - 264b : 11$$

$$\Rightarrow 85a + 25b : 11$$

$$\Rightarrow 5(17a + 5b) : 11$$

Mà $5 \nmid 11$ nên $17a + 5b : 11$. Vậy $A : 11 \cdot 11 \Rightarrow A : 121$.

DẠNG 2.

Bài 1: Tìm các số nguyên x , biết

a) $3x + 2 : x - 1$

b) $2x - 5 : x - 1$

c) $2x + 3 : x + 1$

Bài làm:

a) $3x + 2 : x - 1$

$$\Rightarrow 3x - 3 + 5 : x - 1$$

$$\Rightarrow 3(x - 1) + 5 : x - 1$$

Vì $3(x - 1) : x - 1$ với mọi $x \neq 1$

Nên $5 : x - 1 \Rightarrow x - 1 \in U(5) = \{1; 5; -1; -5\}$

$$\Rightarrow x \in \{2; 6; 0; -4\}$$

b) $2x - 5 : x - 1$

$$\Rightarrow 2x - 2 - 3 : x - 1$$

$$\Rightarrow 2(x - 1) - 3 : x - 1$$

Vì $2(x - 1) : x - 1$ với mọi $x \neq 1$

Nên $3 : x - 1 \Rightarrow x - 1 \in U(3) = \{1; 3; -1; -3\}$

$$\Rightarrow x \in \{2; 4; 0; -2\}$$

c) $2x + 3 : x + 1$

$$\Rightarrow 2x + 2 + 1 : x + 1$$

$$\Rightarrow 2(x + 1) + 1 : x + 1$$

Vì $2(x + 1) : x + 1$ với mọi $x \neq -1$.

$$\begin{aligned} \text{Nên } 1 \mid x+1 &\Rightarrow x+1 \in U(1) = \{1; -1\} \\ &\Rightarrow x \in \{0; -2\} \end{aligned}$$

Bài tập tương tự**Bài 2:** Tìm các số nguyên x , biết

a) $3x + 4 \mid x - 1$

b) $3x - 4 \mid x + 1$

c) $3x + 8 \mid x + 1$

Bài 3: Tìm các số nguyên x , biết

a) $5x - 1 \mid x + 2$

b) $4x - 7 \mid x - 1$

c) $4x + 7 \mid x + 1$

Bài 4: Tìm các số nguyên x , biết

a) $2x + 7 \mid x + 2$

b) $2x + 7 \mid x - 3$

c) $3x + 4 \mid x - 3$

Bài 5: Tìm các số nguyên x , biết

a) $4x + 3 \mid x - 2$

b) $2x + 7 \mid x - 3$

c) $3x + 16 \mid x + 1$

Bài 6: Tìm các số nguyên x , biết

a) $3x - 13 \mid x + 3$

b) $2x + 24 \mid x - 4$

c) $2x + 7 \mid x + 1$

Bài 1: Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a, $3x \mid x - 1$

b, $2x + 5 \mid x + 1$

c, $3x + 4 \mid x - 1$

Bài 2: Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a, $3x + 2 \mid x - 1$

b, $5x - 1 \mid x + 2$

c, $3x + 2 \mid x - 5$

Bài 3: Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a, $2x + 3 \mid x - 2$

b, $2x + 3 \mid x - 4$

c, $3x + 9 \mid x + 2$

Bài 4: Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a, $4x + 3 \mid x - 2$

b, $3x + 16 \mid x + 1$

c, $3x + 24 \mid x - 4$

Bài 5: Tìm các số tự nhiên x sao cho:

a, $2x + 5 \mid x + 1$

b, $4x + 69 \mid x + 5$

Bài 1: Tìm các số nguyên x , biết

a) $2x + 5 \mid 2x - 1$

b) $4x - 5 \mid 2x - 1$

c) $10 - 2x \mid x - 2$

Bài làm:

a) $2x + 5 \mid 2x - 1$

$$\Rightarrow 2x - 1 + 6 \mid 2x - 1$$

Vì $2x - 1 \mid 2x - 1$ với mọi x nguyên

Nên $6 \mid 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 \in U(6) = \{1; 2; 3; 6; -1; -2; -3; -6\}$

$$\Rightarrow 2x \in \{2; 3; 4; 7; 0; -1; -2; -5\} \Rightarrow x \in \left\{1; \frac{3}{2}; 2; \frac{7}{2}; 0; \frac{-1}{2}; -1; \frac{-5}{2}\right\}$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{1; 2; 0; -1\}$.

$$\begin{aligned} \text{b) } & 4x - 5 : 2x - 1 \\ & \Rightarrow 4x - 2 - 3 : 2x - 1 \\ & \Rightarrow 2(2x - 1) - 3 : 2x - 1 \end{aligned}$$

Vì $2(2x - 1) : 2x - 1$ với mọi x nguyên

$$\begin{aligned} \text{Nên } & 3 : 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 \in U(3) = \{1; 3; -1; -3\} \\ & \Rightarrow 2x \in \{2; 4; 0; -2\} \Rightarrow x \in \{1; 2; 0; -1\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 10 - 2x : x - 2 \\ & \Rightarrow 2x - 10 : x - 2 \\ & \Rightarrow 2x - 4 - 6 : x - 2 \\ & \Rightarrow 2(x - 2) - 6 : x - 2 \end{aligned}$$

Vì $2(x - 2) : x - 2$ với mọi x nguyên khác 2.

$$\begin{aligned} \text{Nên } & 6 : x - 2 \Rightarrow x - 2 \in U(6) = \{1; 2; 3; 6; -1; -2; -3; -6\} \\ & \Rightarrow x \in \{3; 4; 5; 8; 1; 0; -1; -4\} \end{aligned}$$

Bài 2: Tìm các số nguyên x , biết

$$\text{a) } x - 1 : 2x + 1$$

$$\text{b) } x + 5 : 2x + 1$$

$$\text{c) } x - 3 : 3x + 2$$

Bài làm:

$$\begin{aligned} \text{a) } & x - 1 : 2x + 1 \\ & \Rightarrow 2(x - 1) : 2x + 1 \\ & \Rightarrow 2x - 2 : 2x + 1 \\ & \Rightarrow 2x + 1 - 3 : 2x + 1 \end{aligned}$$

Vì $2x + 1 : 2x + 1$ với mọi x nguyên

$$\begin{aligned} \text{Nên } & 3 : 2x + 1 \Rightarrow 2x + 1 \in U(3) = \{1; 3; -1; -3\} \\ & \Rightarrow 2x \in \{0; 2; -2; -4\} \Rightarrow x \in \{0; 1; -1; -2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & x + 5 : 2x + 1 \\ & \Rightarrow 2(x + 5) : 2x + 1 \\ & \Rightarrow 2x + 10 : 2x + 1 \\ & \Rightarrow 2x + 1 + 9 : 2x + 1 \end{aligned}$$

Vì $2x + 1 : 2x + 1$ với mọi x nguyên

$$\begin{aligned} \text{Nên } 9; 2x+1 &\Rightarrow 2x+1 \in U(9) = \{1; 3; 9; -1; -3; -9\} \\ &\Rightarrow 2x \in \{0; 2; 8; -2; -4; -10\} \Rightarrow x \in \{0; 1; 4; -1; -2; -5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x-3; 3x+2 \\ &\Rightarrow 3(x-3); 3x+2 \\ &\Rightarrow 3x-9; 3x+2 \\ &\Rightarrow 3x+2-11; 3x+2 \end{aligned}$$

Vì $3x+2; 3x+2$ với mọi x nguyên

$$\text{Nên } 11; 3x+2 \Rightarrow 3x+2 \in U(11) = \{1; 11; -1; -11\}$$

$$\Rightarrow 3x \in \{-1; 9; -3; -13\} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{-1}{3}; 3; -1; \frac{-13}{3} \right\}$$

$$\text{Vì } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } x \in \{3; -1\}.$$

Bài tập tương tự.

Bài 3: Tìm các số nguyên x , biết

a) $2x+1; 7-3x$

b) $3x+1; 11-2x$

c) $2x+1; 16-3x$

Bài 4: Tìm các số nguyên x , biết

a) $3x+17; 2x+3$

b) $6x+1; 4x+3$

c) $x+7; 2x+3$

Bài 5: Tìm các số nguyên x , biết

a) $18-3x; 6-2x$

b) $2x+3; 10x+5$

Bài 1: Tìm các số nguyên x , biết

a) $x^2 + 2x + 7 : x + 2$

b) $2x^2 + x + 4 : 2x + 1$.

Bài làm:

a) $x^2 + 2x + 7 : x + 2$

$$\Rightarrow x(x+2) + 7 : x + 2$$

Vì $x(x+2) : x + 2$ với mọi x khác -2 .

Nên $7 : x + 2 \Rightarrow x + 2 \in U(7) = \{1; 7; -1; -7\}$

$$\Rightarrow x \in \{-1; 5; -3; -9\}$$

b) $2x^2 + x + 4 : 2x + 1$

$$\Rightarrow x(2x+1) + 4 : 2x + 1$$

Vì $x(2x+1) : 2x + 1$ với mọi x nguyên

Nên $4 : 2x + 1 \Rightarrow 2x + 1 \in U(4) = \{1; 2; 4; -1; -2; -4\}$

$$\Rightarrow 2x \in \{0; 1; 3; -2; -3; -5\} \Rightarrow x \in \left\{0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -1; \frac{-3}{2}; \frac{-5}{2}\right\}$$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0; -1\}$.

Bài tập tương tự.

Bài 2: Tìm các số nguyên x , biết

a) $x^2 + 3x - 13 : x + 3$

b) $3x^2 - x + 1 : 3x - 1$

Bài 3: Tìm các số nguyên n , biết

a) $n^2 + 3n + 6 : n + 3$

DẠNG 3.

Bài 1: Tìm số nguyên n với $n \neq 2$ để phân số $A = \frac{n+1}{n-2}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

Để phân số A có giá trị là một số nguyên thì $n+1 : n-2$
 $\Rightarrow n-2+3 : n-2$

Vì $n-2 : n-2$ với mọi số nguyên n khác 2.

Nên $3 : n-2 \Rightarrow n-2 \in U(3) = \{1; 3; -1; -3\}$

$\Rightarrow n \in \{3; 5; 1; -1\}$

Bài 2: Tìm số nguyên n với $n \neq 1$ để phân số $A = \frac{n+2}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

Để phân số A có giá trị là một số nguyên thì $n+2 : n-1$
 $\Rightarrow n-1+3 : n-1$

Vì $n-1 : n-1$ với mọi số nguyên n khác 1

Nên $3 : n-1 \Rightarrow n-1 \in U(3) = \{1; 3; -1; -3\}$

$\Rightarrow n \in \{2; 4; 0; -2\}$

Bài 3: Tìm số nguyên n với $n \neq 10$ để phân số $A = \frac{17-n}{10-n}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

Để A có giá trị là số nguyên thì $17-n : 10-n$
 $\Rightarrow n-17 : n-10$

$\Rightarrow n-10-7 : n-10$

Vì $n-10 : n-10$ với mọi n nguyên khác 10

Nên $7 : n-10 \Rightarrow n-10 \in U(7) = \{1; 7; -1; -7\}$

$\Rightarrow n \in \{11; 17; 9; 3\}$

Bài 4: Tìm số nguyên n với $n \neq 6$ để phân số $A = \frac{n+9}{n-6}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

Để A có giá trị là số nguyên thì $n+9 : n-6$

$$\Rightarrow n - 6 + 15 \vdots n - 6$$

Vì $n - 6 \vdots n - 6$ với mọi số nguyên n khác 6

Nên $15 \vdots n - 6 \Rightarrow n - 6 \in U(15) = \{1; 3; 5; 15; -1; -3; -5; -15\}$

Bài 5: Tìm số nguyên n với $n \neq 2$ để phân số $A = \frac{5 - n}{n - 2}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 1: Tìm số nguyên n với $n \neq -3$ để phân số $A = \frac{5n+9}{n+3}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

Để A có giá trị là số nguyên thì $5n+9 \vdots n+3$

$$\Rightarrow 5n+15-6 \vdots n+3$$

$$\Rightarrow 5(n+3)-6 \vdots n+3$$

Vì $5(n+3) \vdots n+3$ với mọi số nguyên n khác -3 .

Nên $6 \vdots n+3 \Rightarrow n+3 \in U(6) = \{1; 2; 3; 6; -1; -2; -3; -6\}$

$$\Rightarrow n \in \{-2; -1; 0; 3; -4; -5; -6; -9\}$$

Bài 2: Tìm số nguyên n với $n \neq 1$ để phân số $A = \frac{3n-1}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

Để A có giá trị là số nguyên thì $3n-1 \vdots n-1$

$$\Rightarrow 3n-3+2 \vdots n-1$$

$$\Rightarrow 3(n-1)+2 \vdots n-1$$

Vì $3(n-1) \vdots n-1$ với mọi số nguyên n khác 1 .

Nên $2 \vdots n-1 \Rightarrow n-1 \in U(2) = \{1; 2; -1; -2\}$

$$\Rightarrow x \in \{2; 3; 0; -1\}$$

Bài tập tương tự.

Bài 3: Tìm số nguyên n với $n \neq -3$ để phân số $A = \frac{2n+7}{n+3}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 4: Tìm số nguyên n với $n \neq -1$ để phân số $A = \frac{2n+7}{n+1}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 5: Tìm số nguyên n để phân số $A = \frac{6n-3}{3n+1}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 6: Tìm số nguyên n với $n \neq 1$ để phân số $A = \frac{3n+4}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 7: Tìm số nguyên n để phân số $A = \frac{6n-4}{2n+3}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 8: Tìm số nguyên n với $n \neq 1$ để phân số $A = \frac{3n+2}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 9: Tìm số nguyên n để phân số $A = \frac{8n + 193}{4n + 3}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 10: Tìm số nguyên n với $n \neq -3$ để phân số $A = \frac{1 - 2n}{n + 3}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 1: Tìm số nguyên n với $n \neq 4$ để phân số $A = \frac{n + 10}{2n - 8}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

Ta có $A = \frac{n + 10}{2(n - 4)}$. Để A có giá trị là số nguyên thì $n + 10 : 2$ và $n + 10 : n - 4$.

Với $n + 10 : 2$

Vì $10 : 2$ nên $n : 2$ hay n là số chẵn (1)

Với $n + 10 : n - 4$

$$\Rightarrow n - 4 + 14 : n - 4$$

Vì $n - 4 : n - 4$ với mọi số nguyên n khác 4.

Nên $14 : n - 4 \Rightarrow n - 4 \in U(14) = \{1; 2; 7; 14; -1; -2; -7; -14\}$

$$\Rightarrow n \in \{5; 6; 11; 18; 3; 2; -3; -10\} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được $n \in \{6; 18; 2; -10\}$.

Bài 2: Tìm số nguyên n với $n \neq 1$ để phân số $A = \frac{n + 3}{2n - 2}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

Ta có $A = \frac{n + 3}{2(n - 1)}$

Để A có giá trị là số nguyên thì $n + 3 : 2$ và $n + 3 : n - 1$

Với $n + 3 : 2$ thì n là số lẻ (1)

Với $n + 3 : n - 1$

$$\Rightarrow n - 1 + 4 : n - 1$$

Vì $n - 1 : n - 1$ với mọi số nguyên n khác 1.

Nên $4 : n - 1 \Rightarrow n - 1 \in U(4) = \{1; 2; 4; -1; -2; -4\}$

$$\Rightarrow n \in \{2; 3; 5; 0; -1; -3\} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được $n \in \{3; 5; -1; -3\}$.

Bài tập bổ sung.

Bài 1: Tìm số nguyên a với $a \neq -3$ để $A = \frac{2a+9}{a+3} + \frac{5a+17}{a+3} - \frac{3a}{a+3}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

$$\text{Ta có } A = \frac{2a+9}{a+3} + \frac{5a+17}{a+3} - \frac{3a}{a+3} = \frac{4a+26}{a+3} \text{ để } A \text{ có giá trị nguyên thì}$$

$$4a+26 : a+3$$

$$\Rightarrow 4a+12+14 : a+3$$

$$\Rightarrow 4(a+3)+14 : a+3$$

$$\text{Vì } 4(a+3) : a+3 \text{ với mọi số nguyên } a \text{ khác } -3$$

$$\text{Nên } 14 : a+3 \Rightarrow a+3 \in U(14) = \{1; 2; 7; 14; -1; -2; -7; -14\}$$

$$\Rightarrow a \in \{-2; -1; 4; 11; -4; -5; -10; -17\}$$

Bài 2: Tìm số nguyên a với $a \neq -3$ để $A = \frac{5a-7}{a+3} - \frac{3a}{a+3} + \frac{2a+27}{a+3}$ có giá trị là số nguyên.

Bài làm:

$$\text{Ta có } A = \frac{5a-7}{a+3} - \frac{3a}{a+3} + \frac{2a+27}{a+3} = \frac{4a+20}{a+3} \text{ để } A \text{ có giá trị nguyên thì}$$

$$4a+20 : a+3$$

$$\Rightarrow 4a+12+8 : a+3$$

$$\Rightarrow 4(a+3)+8 : a+3$$

$$\text{Vì } 4(a+3) : a+3 \text{ với mọi số nguyên } a \text{ khác } -3$$

$$\text{Nên } 8 : a+3 \Rightarrow a+3 \in U(8) = \{1; 2; 4; 8; -1; -2; -4; -8\}$$

$$\Rightarrow a \in \{-2; -1; 1; 5; -4; -5; -7; -11\}$$