

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π . Tính bán kính mặt cầu (S) .

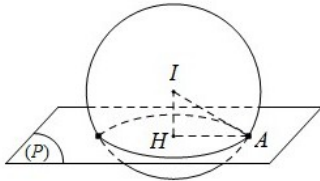
*A. 5.

B. 6.

C. 3.

D. 4.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của I trên (P) .

$$\Rightarrow HI = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + (-2) + 5|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3$$

Gọi A là một điểm thuộc đường tròn giao tuyến, suy ra

+) HA là bán kính đường tròn giao tuyến.

+) IA là bán kính mặt cầu (S) và $IA = \sqrt{IH^2 + HA^2}$.

Theo đề bài có $\pi \cdot HA^2 = 16\pi \Rightarrow HA = 4 \Rightarrow IA = 5$.

Câu 2. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ và mặt phẳng (P) không qua O , song song mặt phẳng (Q) và $d((P), (Q)) = 1$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $M(1;2;3)$

*B. $N(2;2;0)$

C. $K(0;1;3)$

D. $P(3;1;1)$

Lời giải

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) nên mặt phẳng (P) có dạng $x+2y+2z+D=0 (D \neq 0, D \neq -3)$

Theo giả thiết, $d((P), (Q)) = 1 \Rightarrow \frac{|D+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} D=0 \\ D=-6 \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện ta có $D=-6$ nên phương trình của mặt phẳng (P) là $x+2y+2z-6=0$. Điểm thuộc mặt phẳng (P) là $N(2;2;0)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$,

$d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$.

Xét sự tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau.

B. Trùng nhau.

*C. Song song.

D. Cắt nhau.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \vec{u_1} = (2; 1; -2) \\ \vec{u_2} = (-2; -1; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{u_1} = -\vec{u_2}.$$

Do đó d_1 song song hoặc trùng với d_2 .

Gọi điểm $M(1; 0; -2) \in d_1$. Thay M vào d_2 ta được: $\frac{1+2}{-2} = \frac{0-1}{-1} = \frac{-2}{2}$ (vô lý).
 Vậy $d_1 \parallel d_2$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oxy) , K là điểm đối xứng với M qua trục Oz . Tính HK .

- A. 8. B. 5. *C. $\sqrt{65}$. D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} H(1; -3; 0) \in (Oxy) \\ K(-1; 3; -5) \end{cases} \Rightarrow HK = \sqrt{(-1-1)^2 + (3+3)^2 + (-5-0)^2} = \sqrt{65}.$$

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{-2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{1}$. Gọi đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) . Trong các điểm sau đây, điểm nào không thuộc d' .

- A. $H(-5; 9; 3)$ B. $K(-10; 16; 5)$ *C. $M(0; 2; 1)$ D. $N(1; 2; 0)$.

Lời giải

Gọi $\{M\} = d \cap (P)$. Khi đó $M \in d \Rightarrow M(4-2t; -2+2t; -1+t)$.

Mặt khác $M \in (P) \Rightarrow (4-2t) + (-2+2t) - (-1+t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(0; 2; 1)$.

Đường thẳng d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) nên d' sẽ đi qua điểm $M(0; 2; 1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - z + 2 = 0$.

Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

- *A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $(\alpha): x + 3y - z + 2 = 0 \Rightarrow$ VTPT của mặt phẳng (α) là $n_\alpha = (1; 3; -1)$.

Do d vuông góc với mặt phẳng (α) nên d nhận $n_\alpha = (1; 3; -1)$ làm VTCP

hay d nhận $u = (-1; -3; 1)$ làm VTCP.

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Mặt khác d đi qua điểm M nên d có phương trình là

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$ B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$

*D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Lời giải

Ta có:

$$R = IA = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$$

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$ là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 1; 0)$ và $B(2; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x + y - z - 4 = 0$

B. $3x + z - 4 = 0$

C. $3x + z - 2 = 0$

*D. $x + y - z - 2 = 0$

Lời giải

Gọi M là trung điểm của AB , ta có $M(3; 0; 1)$

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB : $\begin{cases} \text{đi qua } M \\ \text{vtp } AB = (-2; -2; 2) = -2(1, 1, -1) \end{cases}$

Phương trình $(x-3) + (y-0) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 2 = 0$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 1; 1)$ và $C(1; 2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $x - y - 2z - 3 = 0$

B. $x + y - 2z - 3 = 0$

C. $x + y - 2z + 1 = 0$

*D. $x - y - 2z + 1 = 0$

Lời giải

• Ta có: $\overrightarrow{BC} = (-1; 1; 2)$

• phẳng (P) qua A vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC}$ là một VTPT, khi đó phương trình (P) là: $-(x-1) + (y-2) + 2z = 0 \Leftrightarrow x - y - 2z + 1 = 0$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$ và $C(0; 0; -6)$. Tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có tọa độ là

A. $(-2; -4; 6)$

*B. $(1; 2; -3)$

C. $(2; 4; -6)$

D. $(-1; -2; 3)$

Lời giải

• Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$, khi đó phương trình mặt cầu ngoại tiếp có dạng: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

• Mặt cầu (S) đi qua 4 điểm O, A, B, C nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4 - 4a + d = 0 \\ 16 - 8b + d = 0 \\ 36 + 12c + d = 0 \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -3 \\ d = 0 \end{cases}$$

• Vậy tâm $I(1; 2; -3)$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d là

A. $(-2; 0; 1)$

B. $(-4; -1; 0)$

*C. $(0; 1; 2)$

D. $(-1; -1; 3)$

Lời giải

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d , ta có $H(-2+2t; t; 1+t)$.
- Có: $\overrightarrow{AH} = (-3+2t; -2+t; 2+t)$, vector chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_d} = (2; 1; 1)$.
- Vì $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(-3+2t) + (-2+t) + (2+t) = 0 \Leftrightarrow -6+6t = 0 \Leftrightarrow t = 1$.
- Vậy: $H(0; 1; 2)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba $A(1; 1; -2), B(3; 1; 0), C(2; 2; 1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng

- *A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

- Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 0; 2), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2; -4; 2)$
- Vậy tam giác ABC có diện tích: $S = \frac{1}{2} \cdot \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + (2)^2} = \sqrt{6}$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 0)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + z = 0$; $(Q): 2x - z + 1 = 0$. Đường thẳng qua $A(1; -2; 0)$, song song với (P) và (Q) có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$. *C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

- Gọi Δ là đường thẳng cần lập.
- Mặt phẳng (P) và (Q) có VTPT lần lượt là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; -1; 1)$, $\overrightarrow{n_{(Q)}} = (2; 0; -1)$.
- Do đường thẳng Δ song song với (P) và (Q) nên đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (1; 3; 2)$
- Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; -2; 0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = (1; 3; 2)$ có phương trình là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; -2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 4 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) .

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{3}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.
*C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{-3}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải

- $\overrightarrow{n} = (1; -2; -3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P)
- Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P)
- Vì $d \perp (P)$ nên $\overrightarrow{n} = (1; -2; -3)$ là một vector chỉ phương của d
- Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{-3}$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:

- A. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{17}}{16}$. C. 16 . *D. $\frac{16}{\sqrt{17}}$.

Lời giải

- Đường thẳng d_1 đi qua $A(0;1;-1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2;1;-2)$.
- Đường thẳng d_2 đi qua $B(1;2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (1;2;-2)$.
- Ta có: $\vec{AB} = (1;1;4)$; $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (2;2;3)$; $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} = 2.1 + 2.1 + 3.4 = 16$

$$d = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} = \frac{16}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{16}{\sqrt{17}}$$

- Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng này là:

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1;2;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{17}}{9}$. *B. $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{17}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{17}}{3}$.

Lời giải

Gọi $\begin{cases} \vec{M}(1;2;3) \in \Delta \\ \vec{u} = (2;-2;1) \end{cases}$
 $\vec{AM} = (2;0;3)$

$[\vec{AM}, \vec{u}] = (6;4;-4)$

$$\Rightarrow d(A, \Delta) = \frac{|[\vec{AM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{6^2 + 4^2 + (-4)^2}}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1}} = \frac{2\sqrt{17}}{3}$$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{9}$. *B. $\sin \alpha = \frac{4}{9}$. C. $\cos \alpha = \frac{4}{9}$. D. $\sin \alpha = -\frac{4}{9}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u} = (1;2;-2)$

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2;-1;2)$

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|1.2 + 2.(-1) + (-2).2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{4}{9}$$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

- A. $x + y - 1 = 0$ B. $-5x + 3y + 3 = 0$ *C. $x + y + 1 = 0$ D. $-5x + 3y - 2 = 0$

Lời giải

$$\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1} \Rightarrow \Delta \text{ có VTCP } a = (2; -2; 1)$$

$$(Q): x - y + 2z = 0 \Rightarrow (Q) \text{ có VTPT } n_Q = (1; -1; 2)$$

mặt phẳng (P) song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên (P) có VTPT $n = [a, n_Q] = (-3; -3; 0) = -3(1; 1; 0)$

(P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$ và có VTPT $(1; 1; 0)$ nên có phương trình:

$$1(x - 0) + 1(y + 1) + 0(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x + y + 1 = 0$$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 0; -1)$ và song song với mặt phẳng $x - y + z + 2 = 0$ là?

- A. $x - y + z + 1 = 0$ B. $x - y + z + 2 = 0$ C. $x - y + z - 1 = 0$ *D. $x - y + z = 0$

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -1)$ và song song với mặt phẳng $x - y + z + 2 = 0$ nhận $n = (1; -1; 1)$ là một VTPT có phương trình là: $x - y + z = 0$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) lần lượt là.

- A. $I(4; -1; 0), R = 2$ B. $I(-4; 1; 0), R = 4$ C. $I(-4; 1; 0), R = 2$ *D. $I(4; -1; 0), R = 4$

Lời giải

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 16$$

Suy ra (S) có tâm và bán kính lần lượt là $I(4; -1; 0), R = 4$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1; 1; -1)$ và $Q(2; 3; 2)$ là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$
 *C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$ D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$

Lời giải

• Ta có $\overrightarrow{PQ} = (1; 2; 3)$

• Khi đó đường thẳng đi qua hai điểm $P(1; 1; -1)$ và $Q(2; 3; 2)$ nhận véc tơ $\overrightarrow{PQ} = (1; 2; 3)$ làm véc tơ chỉ phương

có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 8 = 0$ có phương trình là

A. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$

B. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$

*C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

Lời giải

$$d_{(I;(P))} = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 - (-1) - 8|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 3$$

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $d_{(I;(P))} = R = 3$

Vậy phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$; bán kính 3 là $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng cắt tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C và nhận $G(673;674;675)$ làm trọng tâm của tam giác ABC là

*A. $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 1$

B. $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 0$

C. $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 1$

D. $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 0$

Lời giải

• Phương trình mặt phẳng cắt tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$ có dạng:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

• Do $G(673;674;675)$ là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có hệ:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2019 \\ b = 2022 \\ c = 2025 \end{cases}$$

• Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 1$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ là:

*A. $(-2;-1;0)$

B. $(0;-1;-2)$

C. $(0;1;-2)$

D. $(2;-1;0)$

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+z=0$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm I của đường thẳng d và mặt phẳng $x+y+z=0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2+t \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=-1 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;0;1)$$

Gọi M' đối xứng với $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ nên I là trung điểm MM'

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{M'}=2x_I-x_M=-2 \\ y_{M'}=2y_I-y_M=-1 \\ z_{M'}=2z_I-z_M=0 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;-1;0)$$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2=25$ cắt mặt phẳng $(P): x+y+z=3\sqrt{3}$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r . Khi đó giá trị của r là:

- *A. 4. B. $\frac{5}{3}$. C. 5. D. 3.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=5$

Ta có:
$$d(O;(P)) = \frac{|-3\sqrt{3}|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 3 \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - [d(O;(P))]^2} = 4$$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-1)$ và $B(-2;0;-3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

- *A. $x^2+y^2+z^2-2y+4z-1=0$ B. $x^2+y^2+z^2+2y-4z-1=0$
C. $x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0$ D. $x^2+y^2+z^2-4y+2z-1=0$

Lời giải

Gọi I là tâm của mặt cầu $\Rightarrow I$ là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0;1;-2)$

$$AB = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{6}$$

Vậy mặt cầu có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$

$$\Rightarrow \text{Phương trình mặt cầu: } x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 1 = 0$$

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): 3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) ?

- A. $3x-y-2z-6=0$ *B. $3x-y+2z-6=0$ C. $3x-y+2z+6=0$ D. $3x+y-2z-14=0$

Lời giải

• Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $n=(3;-1;2)$

• Mặt phẳng (Q) đi qua M và song song với (P) nên (Q) sẽ nhận véc tơ n làm véc tơ pháp tuyến. Vậy phương trình $(Q): 3(x-3)-1.(y+1)+2(z+2)=0 \Leftrightarrow 3x-y+2z-6=0$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0), B(2;0;2), C(2;-1;3), D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$

*D. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3+t \end{cases}$

Lời giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Ta có $\vec{n}_{(ABD)} = \vec{AB} \wedge \vec{AD} = (-4; -3; -1)$. Vì $d \perp (ABD)$ nên chọn $u = (4; 3; 1)$ làm véc tơ chỉ phương của d .

Vậy phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;0), B(0;1;0), C(-1;0;2)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

*A. $u = (0; 2; 1)$

B. $u = (0; -2; 1)$

C. $u = (-2; 1; 0)$

D. $u = (1; -2; 0)$

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (-1; 0; 0)$ và $\vec{AC} = (-2; -1; 2)$ là hai vector có giá chứa trong mặt phẳng (ABC) nên mặt phẳng (ABC) có một vector pháp tuyến là: $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (0; 2; 1)$

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có vector chỉ phương là $u = \vec{n} = (0; 2; 1)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x + 2y - z - 14 = 0$

B. $2x - y - z + 5 = 0$

*C. $2x - y - z - 5 = 0$

D.

Lời giải

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là: $I(3; 2; -1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua I và có vector pháp tuyến $\frac{1}{2}\vec{AB} = (2; -1; -1)$ là:
 $2(x-3) - (y-2) - (z+1) \Leftrightarrow 2x - y - z - 5 = 0$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;1;3), B(2;1;5)$ và $C(4;3;-3)$ không thẳng hàng. Mặt phẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x - y - z - 1 = 0$.

B. $2x - 2z - 1 = 0$.

*C. $x - z + 1 = 0$.

D. $x + y - z + 3 = 0$.

Lời giải

Gọi $I(3; 1; 4)$

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với AB

Nên (α) là mặt phẳng trung trực của AB

(α) qua $I(3; 1; 4)$ và nhận $\vec{AB}(-2; 0; 2)$ là VTPT

$$(\alpha): x - z + 1 = 0$$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -5; 1)$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

- A. $x + y + 3 = 0$. B. $x + z - 3 = 0$. *C. $y + 5 = 0$. D. $x - 2 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; -5; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Oxz): y = 0$ có phương trình là:
 $y - (-5) = 0 \Leftrightarrow y + 5 = 0$

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $2x - 2y - z + 7 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) . Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -3 . *B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Lời giải

• Do H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) nên $AH \perp (P)$. Khi đó đường thẳng AH đi qua điểm $A(1; 1; -2)$ và nhận véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -2; -1)$ của (P) làm véc tơ chỉ phương. Suy ra

$$AH: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$$

• Ta có $H \in AH \Rightarrow H(1 + 2t; 1 - 2t; -2 - t)$

$H \in (P)$ nên ta có phương trình sau: $2(1 + 2t) - 2(1 - 2t) - (-2 - t) + 7 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Vậy $H(-1; 3; -1) \Rightarrow a = -1, b = 3, c = -1 \Rightarrow a + b + c = 1$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1), B(3; -1; 1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

- A. $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$. *B. $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.
 C. $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 2$. D. $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 4$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó $I(2; 0; 1)$.

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(3-1)^2 + (-1-1)^2 + (1-1)^2}}{2} = \sqrt{2}.$$

Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và điểm $C(1; -1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$. B. $x - 3y + z - 1 = 0$. *C. $x - 3y + z + 1 = 0$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua A và có vector pháp tuyến là $\vec{BC} = (1; -3; 1)$ có phương trình là

$$(x-1)-3(y-1)+(z-1)=0 \Leftrightarrow x-3y+z+1=0$$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+y+z+1=0$ và $(\beta): x+2y+3z+4=0$. Một véc tơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

- *A. $(1; -2; 1)$ B. $(1; 1; -1)$ C. $(1; -1; 0)$ D. $(2; -1; -1)$

Lời giải

Mặt phẳng (α) và (β) lần lượt có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 1; 1), \vec{n}_2 = (1; 2; 3)$

Vì Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) nên đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (1; -2; 1)$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(P): x+y-z=0$ B. $(\alpha): x-y+1=0$
C. $(\beta): x+z=0$ *D. $(Q): x+y+2z=0$

Lời giải

Xét mặt phẳng $(Q): x+y+2z=0$ có VTPT $\vec{n} = (1; 1; 2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ có VTCP $\vec{u} = (1; 1; -1)$ có $\vec{n} \cdot \vec{u} = 1.1 + 1.1 - 1.2 = 0$ (1)

Xét $M(0; 1; 0) \in \Delta$ mà $M(0; 1; 0) \notin (Q)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra đường thẳng $\Delta \parallel (Q)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z+m=0$ (m là tham số). Tìm giá trị m dương để khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (α) bằng 1.

- A. -3. *B. 3. C. 6. D. -6.

Lời giải

$d(O, (\alpha)) = \frac{|m|}{3} = 1 \Leftrightarrow |m| = 3 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Ta có

Vì $m > 0 \Rightarrow m = 3$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): -2x+y-3z+2=0$ có phương trình là:

- A. $(P): 2x-y+3z-9=0$ B. $(P): x-y-3z+11=0$
C. $(P): 2x-y+3z-11=0$ *D. $(P): 2x-y+3z+11=0$

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng song song với (α)

Nên (P) có dạng $-2x+y-3z+m=0 (m \neq 2)$

Vì $A(0; -2; 3) \in (P) \Rightarrow m = 11 \Rightarrow (P): 2x-y+3z+11=0$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ với điểm $M(-3; 1; 4)$ và gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) ?

A. $4x - 12y + 3z - 12 = 0$

B. $4x + 12y - 3z - 12 = 0$

C. $4x - 12y - 3z + 12 = 0$

*D. $4x - 12y - 3z - 12 = 0$

Lời giải

Vì A, B, C lần lượt là hình chiếu của $M(-3; 1; 4)$ các trục Ox, Oy, Oz nên $A(-3; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 4)$

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{-3} + y + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 12y - 3z + 12 = 0$

Vậy mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABC): 4x - 12y - 3z - 12 = 0$

Câu 41. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; -1; 0), B(-1; 0; 1), C(2; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x + 3y + z + 2 = 0$

*B. $3x + y + 5z - 2 = 0$

C. $3x + y + 5z + 2 = 0$

D. $3x - y + 5z - 2 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(1; -1; 0)$ và nhận $\vec{n} = [\vec{BA}, \vec{AC}] = (3; 1; 5)$ làm vector pháp tuyến có phương trình:
 $3(x - 1) + 1(y + 1) + 5(z - 0) = 0$

$\Rightarrow (ABC): 3x + y + 5z - 2 = 0$

Câu 42. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; -1; 1), B(-1; 1; 0)$ và $C(0; -1; 2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với BC .

*A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{2}$

Lời giải

Ta có $\vec{BC} = (1; -2; 2)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d .

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2; -1; 1)$ có vector chỉ phương $\vec{BC} = (1; -2; 2)$ là

$\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$

Câu 43. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và điểm $I(1; -1; 1)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

*A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$

Lời giải

Mặt cầu (S) cần tìm có tâm $I(1; -1; 1)$ và bán kính $R = d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2$

$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 44. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 5 = 0$. Gọi M là giao điểm của Δ và (P) . Tính độ dài OM .

*A. $3\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1} \\ x - y + 2z + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ y + 2z = 2 \\ x - y + 2z = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow M(1; 4; -1)$$

Vậy $OM = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Câu 45. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

*A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1$.

B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 0$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$.

Lời giải

Tọa độ các điểm A, B, C là: $A(2; 0; 0), B(0; -3; 0), C(0; 0; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 1$.

Câu 46. Trong không gian cho ba điểm $A(5; -2; 0), B(-2; 3; 0)$ và $C(0; 2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

*A. $(1; 1; 1)$.

B. $(1; 1; -2)$.

C. $(2; 0; -1)$.

D. $(1; 2; 1)$.

Lời giải

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong của góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC là

A. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $(-2; 11; 1)$.

*C. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

D. $\left(\frac{11}{2}; -2; 1\right)$.

Lời giải

$AB = \sqrt{26}; BC = 2\sqrt{26}$

Gọi D là chân đường phân giác trong của góc B

Ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y + 3z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $x - 2y + 3z + 6 = 0$.

B. $x - 2y + 3z + 16 = 0$.

*C. $x - 2y + 3z - 6 = 0$.

D. $x - 2y + 3z - 16 = 0$.

Lời giải

Vì $(P) // (Q)$ suy ra mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $n = (1; -2; 3)$ và đi qua $M(1; 2; 3)$ nên có phương trình là $1(x-1) - 2(y-2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z - 6 = 0$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 5 = 0$.
Tọa độ giao điểm của d và (P) là

- A. $(2; 1; -1)$ B. $(3; -1; -2)$ C. $(1; 3; -2)$ *D. $(1; 3; 2)$

Lời giải

Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y - z - 5 = 0 \\ \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x + y = 5 \\ 2x + z = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$
. Vậy tọa độ giao điểm của d và (P) là $(1; 3; 2)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; x; 1)$, $C(9; 2; y)$. Để A, B, C thẳng hàng, khi đó giá trị $x + y$ bằng

- *A. 5 B. 6 C. 4 D. 7

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; x-5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (6; -3; y+1)$

Để ba điểm A, B, C thẳng hàng $\hat{U} \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC}$
$$\hat{U} \begin{cases} 4 = k \cdot 6 \\ x - 5 = k(-3) \\ 2 = k(y+1) \end{cases} \hat{U} \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $x + y = 5$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z = 0$. Đường thẳng D qua $A(1; 2; -3)$ vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -3+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ *D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -3 \end{cases}$

Lời giải

Ta có mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến: $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 2; 0)$

Đường thẳng D vuông góc với mặt phẳng (P) $\Rightarrow$ vectơ chỉ phương của đường thẳng D : $\overrightarrow{u_D} = (1; 2; 0)$

Phương trình đường thẳng D đi qua $A(1; 2; -3)$ và nhận $\overrightarrow{u_D}$ làm vectơ chỉ phương là

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -3 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ và đi qua điểm $A(3; -4; 5)$ là

A. $3x - 4y + 5z - 26 = 0$

*B. $-x + 2y - 3z + 26 = 0$

C. $-3x + 4y - 5z - 26 = 0$

D. $x - 2y + 3z + 26 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng cần tìm vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ nên nó có vector pháp tuyến $n = (1; -2; 3)$. Mặt khác, mặt phẳng đó đi qua điểm $A(3; -4; 5)$ nên nó có phương trình là $1(x-3) - 2(y+4) + 3(z-5) = 0 \Leftrightarrow -x + 2y - 3z + 26 = 0$.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(1; -2; 0)$

B. $(-1; 2; 3)$

C. $(0; 0; 3)$

*D. $(1; -2; -3)$

Lời giải

Hình chiếu H của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là $H(1; -2; 0)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là $B(1; -2; -3)$.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -1; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Ox là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6$

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2$

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$

*D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$

Lời giải

Gọi A là hình chiếu vuông góc của I lên trục Ox , suy ra $A(1; 0; 0)$.

Khi đó bán kính mặt cầu $R = IA = \sqrt{5}$.

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 0), B(1; 1; 2), C(1; 0; 2)$. Diện tích tam giác ABC bằng

A. 2.

B. 4.

*C. 1.

D. 3.

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (0; 0; 2), \vec{AC} = (0; -1; 2) \Rightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] = (2; 0; 0)$

Diện tích tam giác ABC bằng $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = 1$

Câu 56. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$ và $B(5; 4; 7)$. Phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 17$

*B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 17$

C. $(x-5)^2 + (y-4)^2 + (z-7)^2 = 17$

D. $(x-6)^2 + (y-2)^2 + (z-10)^2 = 17$

Lời giải

Gọi I là tâm của mặt cầu suy ra I là trung điểm của AB

Suy ra $I(3;1;5)$

Ta có bán kính của mặt cầu $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(5-1)^2 + (4+2)^2 + (7-3)^2}}{2} = \sqrt{17}$

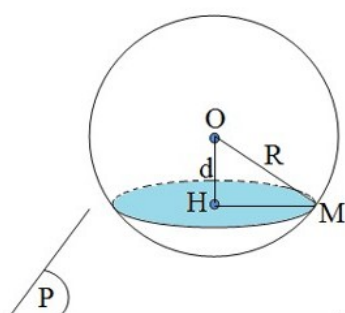
Vậy phương trình mặt cầu nhận AB làm đường kính là

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 17$$

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

- *A. 1. B. 3. C. $\sqrt{7}$. D. $\sqrt{10}$.

Lời giải



Xét mặt cầu (S) có: $\begin{cases} O = (2;1;1) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$, nên $d(O, (P)) = OH = \frac{|2 \cdot 2 + 1 + 2 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3 < R = \sqrt{10}$.

Khi đó:

Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính: $r = HM = \sqrt{R^2 - d^2} = 1$.

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;3;4)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- *A. $6x + 4y + 3z - 1 = 0$ B. $6x + 4y + 3z - 36 = 0$
C. $6x + 4y + 3z - 12 = 0$ D. $6x + 4y + 3z + 12 = 0$

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của $M(2;3;4)$ trên trục Ox là điểm $A(2;0;0)$.

Hình chiếu vuông góc của $M(2;3;4)$ trên trục Oy là điểm $B(0;3;0)$.

Hình chiếu vuông góc của $M(2;3;4)$ trên trục Oz là điểm $C(0;0;4)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

Câu 59. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;2)$ và bán kính $R = 3$.

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$ B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$
C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$ *D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;2)$ và bán kính $R=3$ thì phương trình chính tắc của (S) là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z+5=0$. Bán kính của mặt cầu (S) là

- A. $R=\sqrt{14}$. B. $R=14$. C. $R=4$. *D. $R=2$.

Lời giải

Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z+5=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$.

Vậy mặt cầu (S) có bán kính $R=2$.

Câu 61. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;2;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $x+y-2z+6=0$. *B. $x+2y-3z-11=0$.
C. $x+2y-3z-6=0$. D. $x+2y-3z+9=0$.

Lời giải

d có vector chỉ phương là $u=(1;2;-3)$.

Mặt phẳng đi qua $M(1;2;-2)$ và vuông góc với d nên nhận $u=(1;2;-3)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng là: $1(x-1)+2(y-2)-3(z+2)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z-11=0$.

Câu 62. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4;2;-1)$ và $B(2;1;0)$ là

- A. $M(-4;0;0)$. B. $M(5;0;0)$. *C. $M(4;0;0)$. D. $M(-5;0;0)$.

Lời giải

Gọi $M \in Ox \Rightarrow M(m;0;0)$

M cách đều A và B

$$\Leftrightarrow MA=MB \Leftrightarrow MA^2=MB^2 \Leftrightarrow (m-4)^2+(-2)^2+(1)^2=(m-2)^2+(-1)^2 \Leftrightarrow 4m=16 \Leftrightarrow m=4$$

Vậy $M(4;0;0)$.

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;2)$, $B(2;5;4)$. Viết phương trình của mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB .

- A. $(P): y-z+7=0$. *B. $(P): y+z-7=0$. C. $(P): y+z+7=0$. D. $y-z-7=0$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB}=(0;2;2)$$

Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB là mặt phẳng vuông góc với AB tại trung điểm $I(2;4;3)$ của nó.

Vậy mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(2;4;3)$ và nhận $n(0;1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$$0(x-2)+1(y-4)+1(z-3)=0 \Leftrightarrow y+z-7=0$$

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -3), B(2; -2; 1), C(-1; 3; 4)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $2x - y - 7z + 3 = 0$. B. $x - 4y + 4z - 3 = 0$. C. $3x - 5y - 3z + 2 = 0$. *D. $3x - 5y - 3z - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có vector pháp tuyến của mặt phẳng là: $\vec{n} = \vec{CB} = (3; -5; -3)$.

Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với BC là: $3x - 5y - 3z - 2 = 0$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $P(0; -1; 0)$. B. $Q(0; 0; 1)$. C. $M(3; 0; 0)$. *D. $N(0; -1; 1)$.

Lời giải

Ta có: Mặt phẳng (Oyz) có phương trình: $x = 0$

Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Giao của d và (Oyz) có tọa độ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = t + 3 \\ y = -1 \\ z = 1 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Vậy hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oyz) là: $N(0; -1; 1)$

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$. *B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t \end{cases}$.

Lời giải

Δ có VTCP là $\vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{(P)} = (4; 3; -7)$ và đi qua A nên có PTTS: $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$

Câu 67. Bán kính mặt cầu tâm $I(4; 2; -2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 12x - 5z - 19 = 0$.

A. $\frac{39}{\sqrt{13}}$. B. 13 . C. 39 . *D. 3 .

Lời giải

$$R = d(I, (\alpha)) = \frac{|12 \cdot 4 - 5 \cdot (-2) - 19|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{39}{13} = 3$$

Bán kính mặt cầu cần tìm là

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1), B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) .

A. $(Q): -x+y+z=0$ B. $(Q): 2x-y+3=0$ C. $(Q): 3x-y+z=0$ *D. $(Q): x+z=0$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;2), \overrightarrow{n_P}=(1;2;-1)$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}] = (-2;0;-2)$$

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) nhận vector $\overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_P}]$ là vector pháp tuyến có phương trình là:

$$-2(x-1)+0(x-2)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow -2x-2z=0 \Leftrightarrow x+z=0$$

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z=0$. Khoảng cách giữa đường thẳng d và $mp(\alpha)$ bằng

*A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. 0 D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Lời giải

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $u(1;2;2)$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $n(2;-2;1)$.

Ta có: $n \cdot u = 2 - 4 + 2 = 0$

Suy ra: d song song hoặc chứa trong mặt phẳng (α) .

Lấy $M(0;0;1) \in d$

$$d(d;(\alpha)) = d(M;(\alpha)) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{1}{3}$$

Ta có:

$$d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-2+2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d và điểm $M(1;2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để điểm M thuộc đường thẳng d .

A. $m=1$ B. $m=2$ C. $m=0$ *D. $m=-2$

Lời giải

$$\begin{cases} 1=1+2t \\ 2=2-t \\ m=-2+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ m=-2 \end{cases}$$

M thuộc đường thẳng d khi:

Vậy $m=-2$.

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có tâm $I(-1;2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) . Tính bán kính R của mặt cầu đó.

*A. $R=1$ B. $R=2$ C. $R=3$ D. $R=\sqrt{13}$

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (Oyz) , suy ra $H(0; 2; -3)$.
Ta có $R = IH = 1$.

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $a(2; 1; -2), b(1; 2; -4), c(-1; -3; 3)$. Gọi $u = 2a - 3b + 5c$. Tìm tọa độ của u

- A. $(-4; 19; -23)$ B. $(-4; -19; -23)$ C. $(-4; 19; 23)$ *D. $(-4; -19; 23)$

Lời giải

Ta có $2a = (4; 2; -4), -3b = (-3; -6; 12), 5c = (-5; -15; 15)$

Vậy $u = 2a - 3b + 5c = (-4; -19; 23)$

Câu 73. Trong không gian , cho mặt phẳng và mặt phẳng . Gọi đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng và . Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp chỉ phương của ?

- A. *B. C. D.

Lời giải

• Ta có

• Gọi là một vectơ chỉ phương của . Khi đó

Vậy một vectơ chỉ phương của là

Câu 74. Trong không gian , cho mặt phẳng và điểm . Gọi là hình chiếu vuông góc của trên mặt phẳng . Giá trị biểu thức bằng

- *A. B. C. D.

Lời giải

• Gọi là đường thẳng qua và vuông góc với mặt phẳng

• Khi đó ta có: VTCP

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng là:

• Do nên giá trị tham số ứng với tọa độ là nghiệm phương trình

Vậy tọa độ là . Suy ra

Câu 75. Trong không gian cho điểm và đường thẳng Mặt phẳng đi qua và vuông góc với đường thẳng có phương trình là

- A. B. C. *D.

Lời giải

• Có đi qua và có VTPT

Suy ra hay

Câu 76. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$ và $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x - 3y - 4z + 1 = 0$

B. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$

*C. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$

D. $4x + 6y - 8z + 2 = 0$

Lời giải

• Ta có $\vec{AB} = (3; -2; 0)$, $\vec{AC} = (1; -2; -1)$

• Mặt phẳng (ABC) có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (2; 3; -4)$

• Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) cần tìm là:

$$2(x - 0) + 3(y - 2) - 4(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z - 2 = 0$$

$$d_1: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 4 \\ z = -3 + 6t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$$

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Khẳng định nào sau đây là đúng?

*A. d_1, d_2 chéo nhau.

B. $d_1 \equiv d_2$.

C. $d_1 \perp d_2$.

D. $d_1 \not\subset d_2$.

Lời giải

Ta có $\vec{u}_1 = (-2; 0; 6)$, $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$ nên hai véc tơ chỉ phương không cùng phương.

$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 + 18 = 20 \neq 0$ nên hai đường thẳng không vuông góc.

$$\begin{cases} x = 2 - 2t = 1 - s \\ y = 4 = 2 + 2s \\ z = -3 + 6t = 3s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ s = 1 \end{cases} \text{ vô lý.}$$

Giải hệ tọa độ giao điểm

Kết luận 2 đường thẳng chéo nhau.

Câu 78. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$. Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0$ và $(\beta): x - 2z - 3 = 0$. Góc φ là góc giữa d và (P) , tính φ .

A. $\varphi = 45^\circ$.

B. $\varphi = 30^\circ$.

C. $\varphi = 90^\circ$.

*D. $\varphi = 60^\circ$.

Lời giải

Ta có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (3; 4; 5)$.

Khi đó $\vec{u}_d = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2; 1; 1)$.

$$\sin((P), d) = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{u}_d|}{|\vec{n}_P| |\vec{u}_d|} = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Áp dụng công thức ta có

Khi đó $\varphi = 60^\circ$.

Câu 79. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 6 = 0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là điểm nào sau đây?

A. $(2; 8; 2)$

B. $\left(3; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$

*C. $\left(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$

D. $(1; 3; 5)$

Lời giải

Gọi $H(x; y; z)$ là hình chiếu của M trên mp (P) , khi đó $MH \perp (P)$, suy ra $H \in MH$ với

$$MH: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - t \end{cases}, \text{ do đó } H(2 + 2t; 3 - t; 4 - t) \in (P) \text{ hay } 2(2 + 2t) - (3 - t) - (4 - t) + 6 = 0$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{2} \Rightarrow H\left(1; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$$

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(-1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; -2)$.

Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (-1; 2; -2)$

B. $\vec{n}_2 = (-2; 1; 1)$

C. $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$

*D. $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 2x - y + z + 2 = 0$

Một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $x - y + 2z + 9 = 0$

*B. $x - y + 2z - 9 = 0$

C. $x - 2y + 3z - 9 = 0$

D.

$x - 2y + 3z - 14 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$. Khi đó phương trình của mặt phẳng này là: $1(x-1) - 1(y+2) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 9 = 0$

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 5)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng qua A vuông góc với (P) là:

*A. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng d nhận $\vec{n}_P = (1; -2; 1)$ là véc-tơ chỉ phương nên loại 2 đáp án B và D.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 5)$ nên đáp án A là đáp án cần tìm.

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z+1$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $(2; 3; 0)$

B. $(2; 3; 1)$

*C. $(1; -2; -1)$

D. $(-1; 2; 1)$

Lời giải

Từ phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z+1$ ta thấy đường thẳng d đi qua điểm $(1; -2; -1)$ và có vector chỉ phương $a = (2; 3; 1)$ nên đáp án C thỏa mãn.

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Tọa độ điểm M là điểm đối xứng với điểm A qua d là

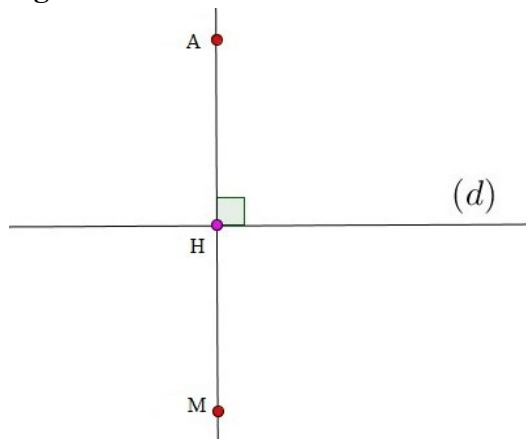
A. $M(0; -1; 2)$

B. $M(2; -5; 3)$

C. $M(-1; 0; 2)$

*D. $M(2; -3; 5)$

Lời giải



Đường thẳng d có vector chỉ phương $a = (2; -1; 1)$ và phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Gọi H là trung điểm của AM , khi đó H nằm trên đường thẳng d nên $H(1+2t; -1-t; 3+t)$

$$\overrightarrow{AH} = (2t-3; -t; t)$$

$$AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot a = 0 \Leftrightarrow 2(2t-3) - t + t = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Do đó tọa độ điểm $H(3; -2; 4)$.

Mà H là trung điểm của AM nên $M(2; -3; 5)$.

Câu 85. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$ diện tích của tam giác ABC bằng.

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

*C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$

Lời giải

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1) \\ \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 2; -1)$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Câu 86. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $a(1; 2; 3)$, $b(2; 2; -1)$, $c(4; 0; -4)$. Tọa độ của vector $d = a - b + 2c$ là

A. $(-7; 0; -4)$

B. $(7; 0; 4)$

C. $(-7; 0; 4)$

*D. $(7; 0; -4)$

Lời giải

Gọi $\vec{d} = (x; y; z)$.

$$\vec{d} = a - b + 2c \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - 2 + 2.4 = 7 \\ y = 2 - 2 + 2.0 = 0 \\ z = 3 - (-1) + 2.(-4) = -4 \end{cases}$$

Ta có:

Vậy $\vec{d} = (7; 0; -4)$

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với d có phương trình tham số là

*A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ có VTCP là $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$.

Đường thẳng đi qua A và nhận $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$ là một VTCP có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$.

Câu 88. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(0; -1; 2)$ song song với hai đường $A_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$; $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ có phương trình là

A. $2x + 4y + z + 3 = 0$ *B. $2x + z - 2 = 0$ C. $-2x - z - 2 = 0$ D. $4x + 4y - z + 6 = 0$

Lời giải

Ta có

$$\vec{u}_1 = (-1; 2; 2), \vec{u}_2 = (1; -1; -2) \\ \Rightarrow [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-2; 0; -1) = \vec{n}$$

$$\text{PTMP} \quad -2(x-0) + 0(y+1) - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + z - 2 = 0$$

Câu 89. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 2; -2), B(-3; 5; 1), C(1; -1; -2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

A. $G(0; -2; -1)$ B. $G(2; 5; -2)$ C. $G(0; 2; 3)$ *D. $G(0; 2; -1)$

Lời giải

$$\begin{cases} x_G = \frac{2 + (-3) + 1}{3} = 0 \\ y_G = \frac{2 + 5 + (-1)}{3} = 2 \\ z_G = \frac{(-2) + 1 + (-2)}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G(0; 2; -1)$$

Trọng tâm G của tam giác $ABC \Leftrightarrow$

Câu 90. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC là

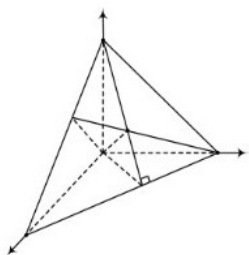
A. $x + y - 3z + 11 = 0$

B. $x + y + 3z - 7 = 0$

*C. $x + y - 3z - 11 = 0$

D. $x + y + 3z + 7 = 0$

Lời giải



Gọi BF, CE là đường cao của tam giác ABC .

Ta có: $\begin{cases} AB \perp CF \\ AB \perp OC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (COF) \Rightarrow AB \perp OH$

Chứng minh tương tự: $AC \perp OH$

Vậy $OH \perp (ABC)$

$\Rightarrow (P)$ qua điểm $H(1;1;-3)$ và nhận $\vec{OH} = (1;1;-3)$ là VTPT

$\Rightarrow (P): x + y - 3z - 11 = 0$

$\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng định nào sau đây đúng?

*A. (Δ_1) cắt và vuông góc với (Δ_2)

B. (Δ_1) và (Δ_2) song song với nhau.

C. (Δ_1) và (Δ_2) chéo nhau và vuông góc với nhau.

D. (Δ_1) cắt và không vuông góc với (Δ_2)

Lời giải

Ta có (Δ_1) có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 4)$ và đi qua điểm $A(-3; 1; -1)$, (Δ_2) có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (3; 2; -1)$ và đi qua điểm $B(-4; -2; 4) \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$

Và $\begin{bmatrix} \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \end{bmatrix} \cdot \vec{AB} = 0$ nên (Δ_1) và (Δ_2) cắt và vuông góc với nhau.

Câu 92. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 0; 0)$, $C(0; -3; 0)$, $D(0; 0; 6)$. Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$?

A. 1.

*B. 3.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (BCD) là $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 2x + 2y - z + 6 = 0$

$d(A, (BCD)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 3 + 6|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 3$

Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$ là

Câu 93. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) .

lần lượt có phương trình $x + y - z + 1 = 0$ và $2x - y + 2z - 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$

*B. $\vec{n}_1 = (1; -4; -3)$

C. $\vec{n}_2 = (1; 4; -3)$

D. $\vec{n}_4 = (1; -2; -2)$

Lời giải

Ta có $n_{(P)} = (1; 1; -1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

$n_{(Q)} = (2; -1; 2)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Gọi u là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Vì d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên
$$\begin{cases} u \perp n_{(P)} \\ u \perp n_{(Q)} \end{cases}$$

Do đó, chọn $u = [n_{(P)}, n_{(Q)}] = (1; -4; -3)$.

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) với tâm $I(1; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Khi đó mặt cầu (S) có phương trình là:

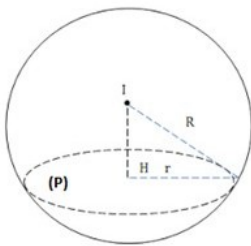
A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$

*B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 1$

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$

Lời giải



Theo giả thiết có $r = 1$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) . Khi đó $IH = d(I, (P)) = \sqrt{3}$.

Do đó bán kính mặt cầu là: $R = \sqrt{IH^2 + r^2} = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$.

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3), B(3; 0; -1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $x - y - 2z + 1 = 0$

B. $x + y - z + 1 = 0$

C. $x + y - 2z + 7 = 0$

*D. $x + y - 2z + 1 = 0$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2; -1; 1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn $AB \Rightarrow (P) \perp AB \Rightarrow \vec{n}_P = \vec{AB} = (2; 2; -4)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x-2) + 2(y+1) - 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 96. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$

*C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$

Lời giải

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|4 - 1 + 2 + 1|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 2$. Do mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính mặt cầu $r = 2$. Vậy phương trình mặt cầu là $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.

Câu 97. Mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = z^2 = 49$ tiếp xúc với mặt phẳng nào sau đây?

*A. $(\beta): 2x - y - 2z + 16 = 0$

B. $(\gamma): 2x + y - 2z - 16 = 0$

C. $(\alpha): 3x - 2y - 6z + 16 = 0$

D. $(\delta): 2x - y - 2z - 16 = 0$

Lời giải

Mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = z^2 = 49$ có tâm $I(2; -1; 0)$ và bán kính $R = 7$.

$$d[I; (\beta)] = \frac{|2 \cdot 2 - (-1) - 2 \cdot 0 + 16|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = 7 = R$$

Ta có

Vậy (S) tiếp xúc với mặt phẳng (β) .

Câu 98. Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ vuông góc với đường thẳng nào sau đây?

A. $d_1: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$

B. $d_2: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $d_4: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 5t \end{cases}$

*D. $d_3: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$

Lời giải

$$\vec{u} = (2; -1; -1)$$

$$\vec{u}_3 = (-3; -1; -5)$$

$$\Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{u}_3 = 2 \cdot (-3) - 1 \cdot (-1) - 1 \cdot (-5) = 0$$

$$\Rightarrow \vec{u} \perp \vec{u}_3 \Rightarrow d \perp d_3$$

Câu 99. Tọa độ hình chiếu của $A(2; -6; 3)$ lên đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{1}$ là

A. $A_4(7; -6; 2)$

B. $A_1(-2; 0; -1)$

C. $A_2(1; -2; 1)$

*D. $A_3(4; -4; 1)$

Lời giải

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

Phương trình tham số của đường thẳng (d) là:

$$\text{Xét điểm } H(1 + 3t; -2 - 2t; t) \in d \Rightarrow \vec{AH} = (3t - 1; -2t + 4; t - 3)$$

Đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (3; -2; 1)$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng (d) khi và chỉ khi $\vec{AH} \cdot \vec{u}_d = 0$

$$\Leftrightarrow (3t - 1) \cdot 3 + (-2t + 4) \cdot (-2) + (t - 3) \cdot 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9t - 3 + 4t - 8 + t - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 14t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng (d) là $H(4; -4; 1)$.

Câu 100. Phương trình mặt phẳng qua $A(0;0;-2)$, $B(2;-1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$ là

A. $(\alpha): 4x + 5y - z - 2 = 0$

*B. $(\delta): -5x - 7y + z + 2 = 0$

C. $(\beta): 9x - 3y - 7z - 14 = 0$

D. $(\gamma): 5x + 7y - 2z - 4 = 0$

Lời giải

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_P = (3; -2; 1)$

Ta có: $\vec{AB} = (2; -1; 3)$

Mặt phẳng cần tìm có VTPT $\vec{n} = [\vec{n}_P; \vec{AB}] = (-5; -7; 1)$ và đi qua $A(0;0;-2)$ nên có phương trình: $-5x - 7y + (z + 2) = 0 \Leftrightarrow -5x - 7y + z + 2 = 0$

Câu 101. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là:

A. $y + 2z - 5 = 0$

B. $2x - y + 1 = 0$

C. $-y + 2z - 3 = 0$

*D. $2x - y - 1 = 0$

Lời giải

• Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC .

(P) có một vector pháp tuyến $\vec{BC} = (-4; 2; 0)$. Suy ra $\vec{n} = (2; -1; 0)$ cũng là một vtpt của (P) .

• $A(1;1;2) \in (P)$. Suy ra: $(P): 2(x-1) - 1(y-1) + 0(z-2) = 0 \Leftrightarrow (P): 2x - y - 1 = 0$

Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;2)$, $B(5;4;0)$. Tìm tọa độ điểm C để tứ giác $OACB$ là hình bình hành?

A. $(-4; -1; 2)$

B. $(4; -1; -2)$

C. $(4; -2; 1)$

*D. $(4; 1; -2)$

Lời giải

$OACB$

• Điều kiện để tứ giác $OACB$ là hình bình hành:

$\vec{OC} = \vec{AB} \Leftrightarrow \vec{OC} = (4; 1; -2)$

Vậy điểm C cần tìm có tọa độ là $(4; 1; -2)$

Câu 103. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và

$\Delta_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$

A. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau

*B. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau

C. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2

D. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2

Lời giải

Ta có $\vec{u}_1 = (2; -1; 4)$, $\vec{u}_2 = (3; 2; -1)$. Ta chọn hai điểm $M(-3; 1; -1) \in \Delta_1$, $N(4; -2; 4) \in \Delta_2$

$\Rightarrow \vec{MN} = (7; -3; 5)$

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$

Mặt khác, ta có $\begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix} \cdot \overrightarrow{MN} = -56 \neq 0$, nên Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -1; 0)$ và $B(2; 0; -1)$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -t \\ z = -1 - t \end{cases}$ *B. $\begin{cases} x = -t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng đi qua hai điểm A, B có một VTCP: $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$ nên loại A, D.

Lấy tọa độ điểm A thay vào phương án C ta có: $\begin{cases} 1 = 2 + t \\ -1 = 1 + t \\ 0 = 1 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$ vô lý.
 Vậy phương án B là đúng.

Câu 105. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và điểm $I(1; 0; 3)$. Mặt cầu có tâm là điểm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- *A. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 4$ B. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 2$
 C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 4$ D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 16$

Lời giải

Mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) khi $R = d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 + 2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 2$.
 Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 0; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:
 $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 4$

Câu 106. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): -x + y - z + 7 = 0$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = -t \end{cases}$ *B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 - t \\ z = -t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 \end{cases}$

Lời giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm.
 Vì $d \perp (P)$ nên $\vec{n}_{(P)} = (-1; 1; -1)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d .

Phương trình đường thẳng d qua $A(1; -3; 0)$ có VTCP $\vec{u}_d = (-1; 1; 1)$ là $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$

----HẾT----