

**DẠNG 7****Phương trình Mũ – Logarit chứa tham số 02**

- Câu 1:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $9^x - 8 \cdot 3^x + m - 4 = 0$  có 2 nghiệm phân biệt?  
**A.** 17. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 14.
- Câu 2:** Gọi  $m_0$  là giá trị thực nhỏ nhất của tham số  $m$  sao cho phương trình  $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2) - (m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + m - 1 = 0$  có nghiệm thuộc khoảng  $(2;4)$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?  
**A.**  $m_0 \in \left(-5; -\frac{5}{2}\right)$ . **B.**  $m_0 \in \left(-1; \frac{4}{3}\right)$ . **C.**  $m_0 \in \left(2; \frac{10}{3}\right)$ . **D.**  $m_0 \in (4;6)$ .
- Câu 3:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $9^x + (1-3m) \cdot 3^x - 2 - 6m > 0$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .  
**A.**  $m < \frac{1}{3}$ . **B.** Không tồn tại  $m$ . **C.**  $m \neq 2$ . **D.**  $m \leq -\frac{1}{3}$ .
- Câu 4:** Cho phương trình  $\log_5^3 x - (3m-3)\log_5^2 x + (9m-16)\log_5 x - 6m + 12 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Giá trị  $m = \frac{a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{151}{5}$ . Khi đó  $a+b$  thuộc khoảng nào sau đây?  
**A.**  $(3;5)$ . **B.**  $(2;3)$ . **C.**  $(7;10)$ . **D.**  $(5;7)$ .
- Câu 5:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để tồn tại duy nhất cặp  $(x;y)$  thỏa mãn các điều kiện  $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) = 1$  và  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$ . Tổng các giá trị của  $S$  bằng  
**A.** 33. **B.** 24. **C.** 15. **D.** 5.
- Câu 6:** Biết  $m_0$  là giá trị duy nhất của tham số  $m$  để phương trình  $2^{x^2} \cdot 3^{mx-1} = 6$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 = \log_2 81$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?  
**A.**  $m_0 \in (-7;-2)$ . **B.**  $m_0 \in (-2;5)$ . **C.**  $m_0 \in (6;7)$ . **D.**  $m_0 \in (5;6)$ .
- Câu 7:** Phương trình  $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 3$  khi:  
**A.**  $m = 4$ . **B.**  $m = 2$ . **C.**  $m = 1$ . **D.**  $m = 3$ .
- Câu 8:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0$  có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(0;1)$ .  
**A.**  $m > \frac{9}{4}$ . **B.**  $0 < m < \frac{1}{4}$ . **C.**  $0 < m < \frac{9}{4}$ . **D.**  $m > -\frac{9}{4}$ .
- Câu 9:** Cho phương trình  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 3 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn  $\left[1; 3^{\sqrt{3}}\right]$  là

- A.  $(-1;1)$ .      B.  $[-1;1]$ .      C.  $[-1;1)$ .      D.  $(1;+\infty)$ .
- Câu 10:** Cho phương trình  $4\log_2^2 \sqrt{x} + (m-3)\log_2 x + 2 - m = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn  $[1;8]$ ?
- A. 0.      B. 1.      C. 3.      D. 2.
- Câu 11:** Tìm các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình  $\log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$  có nghiệm với mọi  $x \in (-\infty; 0)$ .
- A.  $m > 9$ .      B.  $m < 2$ .      C.  $0 < m < 1$ .      D.  $m \geq 1$ .
- Câu 12:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + m = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 < 2$ .
- A.  $m < 9$ .      B.  $0 < m < 4$ .      C.  $0 < m < 2$ .      D.  $m > 0$ .
- Câu 13:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $x$  trong đoạn  $[-2020; 2020]$  thỏa mãn bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 3 > 3^x \cdot \sqrt{3}$ .
- A. 2019.      B. 2020.      C. 2021.      D. 2022.
- Câu 14:** Cho phương trình  $m16^{\log_2 x} - 2(m-1)x^{\log_2 4} - 2 = 0$  (1). Tập hợp các giá trị của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-1; 2]$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- A.  $(-1; 2)$ .      B.  $[-1; 0)$ .      C.  $[1; 2)$ .      D.  $[-1; 0]$ .
- Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\log_{2+\sqrt{3}}(x^2 + mx + m - 1) + \log_{2-\sqrt{3}} x = 0$  có nghiệm duy nhất.
- A.  $m > -5$ .      B.  $m < -2$ .      C.  $m > -3$ .      D.  $m < 1$ .
- Câu 16:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2^{2x-1} - m \cdot 2^x + 2m - 2 = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt trong đoạn  $[1; 2]$ .
- A.  $m \in (2; 3]$ .      B.  $m \in (2; 3)$ .      C.  $m \in [2; 4]$ .      D.  $m \in [2; 3)$ .
- Câu 17:** Với giá trị nào của tham số  $m$  để phương trình  $9^x - 2m \cdot 3^x + 2m + 3 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 - 3 = 0$
- A.  $m = \frac{3}{2}$ .      B.  $m = 12$ .      C.  $m = 0$ .      D.  $m = \frac{13}{2}$ .
- Câu 18:** Biết phương trình  $\ln^2 x - (m+2)\ln x + 2m = 0$  có hai nghiệm phân biệt, với  $m$  là tham số. Khi đó tổng các nghiệm của phương trình bằng:
- A.  $e^2 + m$ .      B.  $2 + m$ .      C.  $e + e^m$ .      D.  $e^2 + e^m$ .
- Câu 19:** Tìm  $m$  để phương trình  $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 - 2m = 0$  có nghiệm  $x \in [1; 8]$
- A.  $2 \leq m \leq 3$ .      B.  $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$ .      C.  $2 \leq m \leq 6$ .      D.  $1 \leq m \leq 3$ .

- Câu 20:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in [-10; 10]$  để bất phương trình  $4^x + 2^x - m \geq 0$  nghiệm đúng với mọi  $x \in [1; 2]$
- A. 17.                      B. 0.                      C. 21.                      D. 5.
- Câu 21:** Giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $9^x - 2(2m+1).3^x + 3(4m-1) = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1+2)(x_2+2) = 12$  thuộc khoảng nào sau đây?
- A.  $(3; 9)$ .                      B.  $(9; +\infty)$ .                      C.  $\left(\frac{1}{4}; 3\right)$ .                      D.  $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$
- Câu 22:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để tồn tại duy nhất cặp  $(x; y)$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện  $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) = 1$  và  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$ . Tổng các phần tử của  $S$  bằng
- A. 33.                      B. 24.                      C. 15.                      D. 5.
- Câu 23:** Cho phương trình  $m.2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2.2^{6-5x} + m$  với  $m$  là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị của  $m$  để phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt.
- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.
- Câu 24:** Cho phương trình  $e^{m.\sin x - \cos x} - e^{2(1-\cos x)} = 2 - \cos x - m.\sin x$  với  $m$  là tham số thực. Tìm số giá trị nguyên của  $m \in [-2019; 2020]$  để phương trình có nghiệm.
- A. 0.                      B. 3.                      C. 2019.                      D. 4037.
- Câu 25:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x^2-4x+3|} = m^4 - m^2 + 1$  có 4 nghiệm phân biệt?
- A.  $0 < |m| < 1$ .                      B.  $|m| < 1$ .                      C.  $m > -1$ .                      D.  $m < 0$ .
- Câu 26:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-10; 10)$  để phương trình  $\frac{1}{2}x^2 - \ln x - m = 0$  có nghiệm?
- A. 18.                      B. 9.                      C. 10.                      D. 12.
- Câu 27:** Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $4^x - 2^{x+2} + 5 + m = 0$  có nghiệm duy nhất thuộc khoảng  $(0; 2]$ .
- A. -13.                      B. -15.                      C. -12.                      D. -14.
- Câu 28:** Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\log_{\sqrt{3}}^2(x-1) - m.\log_3(x-1)^2 + 1 = 0$  luôn có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(2; +\infty)$ .
- A.  $(-\infty; -2)$ .                      B.  $(0; 2)$ .                      C.  $(2; +\infty)$ .                      D.  $(0; +\infty)$ .
- Câu 29:** Cho phương trình  $\log_3^2 x + (3m-1)\log_{\frac{1}{3}} x - 6m - 2 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $\left[\frac{1}{9}; 3\right]$  là
- A.  $(-1; 0)$ .                      B.  $[-1; 0]$ .                      C.  $(-1; 0]$ .                      D.  $(0; +\infty)$ .

- Câu 30:** Cho phương trình  $e^{3x} - (m-3)e^{2x} - 2e^x + 2m - 6 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[0; \ln 3]$  là
- A.  $(4; 6) \setminus \{3 + \sqrt{2}\}$ .      B.  $[4; 6] \setminus \{3 + \sqrt{2}\}$ .      C.  $[4; 6]$ .      D.  $(6; +\infty)$ .
- Câu 31:** Cho phương trình  $\log_3^2 x - (m+5)\log_3 x + 2m + 6 = 0$  (với  $m$  là tham số). Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 81]$ :
- A. 81.      B. 80.      C. 5.      D. 4.
- Câu 32:** Cho phương trình  $4^x - (2m-5).2^x + m^2 - 5m = 0$  (1) (với  $m$  là tham số). Tổng tất cả các giá trị nguyên của  $m$  thuộc  $[-19; 19]$  để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc  $(-2; 4]$  là
- A. 121.      B. 9.      C. 175.      D. 4.
- Câu 33:** Tổng tất cả các giá trị của tham số  $m$  để  $25^x - (m+1).5^x + m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 4$  bằng
- A.  $\frac{626}{25}$ .      B. 0.      C.  $\frac{26}{25}$ .      D.  $\frac{26}{5}$ .
- Câu 34:** Với giá trị nào của  $m$  thì phương trình:  $\log_3^2 x - (m+2).\log_3 x + 3m - 1 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1.x_2 = 27$ ?
- A.  $m = 1$ .      B.  $m = \frac{28}{3}$ .      C.  $m = \frac{4}{3}$ .      D.  $m = 25$ .
- Câu 35:** Số các giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$  có nghiệm trên đoạn  $[0; 1]$  là
- A. 5.      B. 4.      C. 2.      D. vô số.
- Câu 36:** Cho phương trình  $(m-1)\log_{\frac{1}{3}}^2(x+1)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{x+1} + 4m - 4 = 0$  (1). Hỏi có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên âm để phương trình (1) có nghiệm thực trong đoạn  $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$ ?
- A. 6.      B. 5.      C. 2.      D. 3.
- Câu 37:** Cho phương trình  $9^x - (m+2)3^x + 2m + 9 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 2]$  là
- A.  $\left[\frac{72}{7}; 12\right]$ .      B.  $\left(8; \frac{72}{7}\right]$ .      C.  $(8; +\infty)$ .      D.  $(8; 12]$ .
- Câu 38:** Cho phương trình  $3\log_{\frac{1}{2}}^2(2x) - (4+m)\log_2 x + 4 + m = 0$  ( $m$  là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $\left[\frac{1}{32}; 1\right]$  là
- A.  $[-7; -4)$ .      B.  $(-7; -4]$ .      C.  $(-\infty; -4)$ .      D.  $[-12; -4]$ .

- Câu 39:** Cho phương trình  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$  (\*), ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình (\*) có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn  $[1; 3^{\sqrt{15}}]$ .
- A. 7.                                      B. 8.                                      C. 9.                                      D. 10.
- Câu 40:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $3^{2x} + (-2m-1) \cdot 3^x + 6m-6 = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt trong đoạn  $[1; 3]$ .
- A. 12.                                      B. 13.                                      C. 14.                                      D. 15.
- Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1 - 3)(x_2 - 3) = -9$ .
- A. 3.                                      B. 0.                                      C. 2.                                      D. 1.
- Câu 42:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-20; 20)$  để phương trình  $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$  có nghiệm?
- A. 19.                                      B. 18.                                      C. 20.                                      D. 17.
- Câu 43:** Cho phương trình  $\log_2^2 x - (m+1)\log_2 x + m = 0$  ( $m$  là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 8]$  là
- A.  $(0; 3)$ .                                      B.  $[0; 3]$ .                                      C.  $[0; 3] \setminus \{1\}$ .                                      D.  $[0; 3] \setminus \{2\}$ .
- Câu 44:** Cho phương trình  $\log_3^2 x - (2m+3)\log_3 x + m^2 + 3m + 2 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 9]$  là
- A.  $(-1; 1)$ .                                      B.  $[-1; 1]$ .                                      C.  $[-2; 2]$ .                                      D.  $(-2; 2)$ .
- Câu 45:** Cho bất phương trình  $25^x + 15^x - 2 \cdot 9^x \leq m \cdot 3^x (5^x - 3^x)$  ( $m$  là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x$  thuộc đoạn  $[0; 1]$  là
- A.  $m \leq \frac{11}{2}$ .                                      B.  $m > \frac{11}{2}$ .                                      C.  $m < \frac{11}{3}$ .                                      D.  $m \geq \frac{11}{3}$ .
- Câu 46:** Tìm  $m$  để phương trình:  $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-4) - (2m+1)\log_{\frac{1}{2}}(x-4) + m + 2 = 0$  (1) có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thuộc khoảng  $(4; 6)$
- A.  $m \leq \frac{1}{2}$ .                                      B.  $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$ .                                      C.  $m < \frac{1}{3}$ .                                      D.  $m \geq \frac{11}{3}$ .
- Câu 47:** Cho phương trình  $4\log_9^2(3x) + (m-1)\log_3(9x) - m + 2 = 0$  ( $m$  tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc  $\left[\frac{1}{3}; 9\right]$ .
- A. 2                                      B. 3                                      C. 4                                      D. 5
- Câu 48:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_3^2 x - \log_3 x^2 - m + 2 = 0$  có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 27]$ .

- A.  $m \in (1; 2]$ .      B.  $m \in [1; 2]$ .      C.  $m \in (1; 2)$ .      D.  $m \in (1; +\infty)$ .

**Câu 49:** Tìm  $m$  để phương trình  $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$  có nghiệm  $x \in [1; 8]$ .

- A.  $2 \leq m \leq 6$ .      B.  $2 \leq m \leq 3$ .      C.  $3 \leq m \leq 6$ .      D.  $6 \leq m \leq 9$ .

**Câu 50:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$  có nghiệm.

- A.  $m \leq 0$ .      B.  $m \geq 0$ .      C.  $m \leq 1$ .      D.  $m \geq 1$ .

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1C  | 2A  | 3D  | 4C  | 5B  | 6A  | 7A  | 8C  | 9B  | 10C |
| 11D | 12B | 13C | 14B | 15D | 16A | 17B | 18D | 19D | 20A |
| 21C | 22B | 23C | 24D | 25A | 26B | 27B | 28C | 29C | 30B |
| 31D | 32A | 33A | 34A | 35C | 36D | 37B | 38A | 39C | 40A |
| 41D | 42A | 43C | 44B | 45D | 46B | 47B | 48A | 49A | 50C |

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT****Câu 1: Chọn C**

Xét phương trình  $9^x - 8 \cdot 3^x + m - 4 = 0$  (1)

Đặt  $t = 3^x$  ( $t > 0$ ), phương trình (1) trở thành:  $t^2 - 8t + m - 4 = 0 \Leftrightarrow -m = t^2 - 8t - 4$  (2)

Ứng với mỗi  $t > 0$  sẽ có 1 giá trị  $x$ .

Phương trình (1) có 2 nghiệm  $x$  phân biệt  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt.

Xét hàm số  $f(t) = t^2 - 8t - 4$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

Ta có:  $f'(t) = 2t - 8$ . Cho  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$

Bảng biến thiên:

|         |    |     |           |
|---------|----|-----|-----------|
| $t$     | 0  | 4   | $+\infty$ |
| $f'(t)$ |    | 0   |           |
| $f(t)$  | -4 | -20 | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có: Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow -20 < -m < -4 \Leftrightarrow 4 < m < 20, \text{ mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{5; 6; 7; \dots; 19\}$$

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 2: Chọn A**

Xét phương trình  $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) - (m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + m - 1 = 0$  (1)

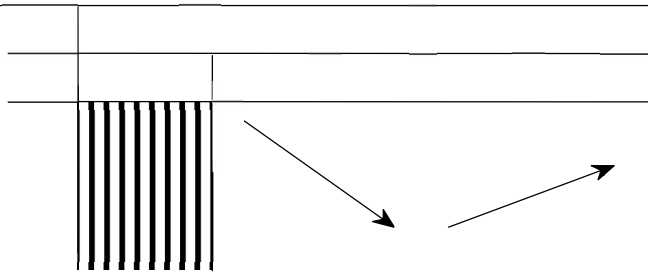
Đặt  $t = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)$ , do  $2 < x < 4 \Rightarrow 0 < x-2 < 2 \Rightarrow t > -1$ .

Phương trình trở thành  $(m-1)t^2 - (m-5)t + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$  (2)

Phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng  $(2; 4) \Leftrightarrow$  Phương trình (2) có nghiệm thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ .

Xét hàm số  $f(t) = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$  với  $t > -1$ . Ta có:  $f'(t) = \frac{4t^2 - 4}{(t^2 - t + 1)^2}$ . Cho  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng  $(2;4)$

$$\Leftrightarrow -3 \leq m < \frac{7}{3}. \text{ Suy ra } m_0 = -3 \in \left(-5; -\frac{5}{2}\right).$$

**Câu 3: Chọn C**

$$\text{Ta có } 9^x + (1-3m).3^x - 2 - 6m > 0 \Leftrightarrow (3^x + 2)(3^x - 3m - 1) > 0 \Leftrightarrow 3^x - 3m - 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3^x - 1}{3},$$

vì  $3^x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Xét hàm số  $g(x) = \frac{3^x - 1}{3}$  trên  $\mathbb{R}$ .

$$g'(x) = \frac{3^x \ln 3}{3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Suy ra hàm số } g(x) \text{ luôn đồng biến trên } \mathbb{R}; \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\frac{1}{3}$$

Do đó  $9^x + (1-3m).3^x - 2 - 6m > 0$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R} \Leftrightarrow m < \frac{3^x - 1}{3}$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .

$$\Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{3}$$

**Câu 4: Chọn C**

Ta có:  $\log_5^3 x - (3m-3)\log_5^2 x + (9m-16)\log_5 x - 6m + 12 = 0$  (\*). Điều kiện  $x > 0$ .

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow (\log_5 x - 1)(\log_5 x - 2)(\log_5 x - 3m + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 1 \\ \log_5 x = 2 \\ \log_5 x = 3m - 6 \end{cases}.$$

Ta có  $\log_5 x = 1 \Leftrightarrow x = 5$ ;  $\log_5 x = 2 \Leftrightarrow x = 25$ .

Do đó (\*) có ba nghiệm phân biệt  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{151}{5}$ .

$$\Leftrightarrow \log_5 x = 3m - 6 \text{ có nghiệm } x = \frac{151}{5} - 5 - 25 = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5^{3m-6} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 3m - 6 = -1 \Leftrightarrow m = \frac{5}{3}.$$

Suy ra  $a = 5$ ;  $b = 3 \Rightarrow a + b = 8 \in (7; 10)$ .

**Câu 5: Chọn B**

Điều kiện:  $4x + 4y - 4 > 0$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) = 1 \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0 \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất } (x; y)$$

.

Với  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0$  là phương trình đường tròn tâm  $A(2;2)$ , bán kính  $R_1 = \sqrt{2}$ .

Với  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$  là phương trình đường tròn tâm  $B(-1;1)$ , bán kính  $R_2 = \sqrt{m}$  với  $m > 0$ .

Hai đường tròn có điểm chung duy nhất khi xảy ra các trường hợp sau:

Hai đường tròn tiếp xúc ngoài  $AB = R_1 + R_2 \Leftrightarrow \sqrt{m} + \sqrt{2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ .

Hai đường tròn tiếp xúc trong  $AB = |R_1 - R_2| \Leftrightarrow \sqrt{m} - \sqrt{2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$ .

Vậy tổng các giá trị của tham số  $m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2 = 24$ .

**Câu 6: Chọn A**

Ta có  $2^{x^2} \cdot 3^{mx-1} = 6 \Leftrightarrow 2^{x^2-1} \cdot 3^{mx-2} = 1$

Lấy logarit cơ số 2 của hai vế của phương trình ta có:

$$x^2 - 1 + (mx - 2)\log_2 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + m\log_2 3 \cdot x - 2\log_2 3 - 1 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 = \log_2 81$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 = \log_2 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 \cdot \log_2^2 3 + 8\log_2 3 + 4 > 0 \\ -m\log_2 3 = \log_2 81 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4. \text{ Vậy } m_0 \in (-7; -2).$$

**Câu 7: Chọn A**

Đặt  $t = 2^x, t > 0$ , phương trình đã cho trở thành  $t^2 - 2mt + 2m = 0$  (1)

Để phương trình  $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thì phương trình (1) phải có hai

$$\text{nghiệm dương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-m)^2 - 2m > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$$

Ta có:  $x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow \log_2 t_1 + \log_2 t_2 = 3 \Leftrightarrow \log_2 t_1 \cdot t_2 = 3 \Leftrightarrow t_1 \cdot t_2 = 8 \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4$ .

**Câu 8: Chọn C**

Ta có:  $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x + 1)^2 + \log_3 x + m - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x + 2\log_3 x + 1 + \log_3 x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x + 3\log_3 x + m = 0 \quad (1)$$

Đặt  $t = \log_3 x$  với  $x \in (0; 1)$  thì  $t < 0$

Phương trình (1) trở thành  $t^2 + 3t + m = 0$  (2). Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(0; 1)$  thì phương trình (2) có hai nghiệm âm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ -\frac{3}{2} < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{4} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}.$$

**Câu 9: Chọn B**

Ta có:  $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 3 = 0$  (1). Điều kiện  $x > 0$ . Đặt  $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1} (t \geq 1)$

Ta có  $t^2 - 1 + t - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 2m - 4 = 0$  (2)

Với  $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Leftrightarrow 0 \leq \log_3 x \leq \sqrt{3} \Leftrightarrow 1 \leq t = \sqrt{\log_3^2 x + 1} \leq 2$ .

Để (1) có nghiệm thuộc đoạn  $[1; 3^{\sqrt{3}}]$  khi và chỉ khi  $t^2 + t - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t = 2m + 4$  (2) có nghiệm thuộc đoạn  $[1; 2]$ .

Xét  $f(t) = t^2 + t$  với  $\forall t \in [1; 2]$ . Hàm số  $f(t)$  đồng biến trên đoạn  $[1; 2]$

Ta có  $f(1) = 2, f(2) = 6$ . Phương trình (2) có nghiệm thuộc đoạn  $[1; 2]$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f(1) \leq 2m+4 \\ f(2) \geq 2m+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq 2m+4 \\ 6 \geq 2m+4 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$$

Vậy với  $-1 \leq m \leq 1$  thì phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn  $[1; 3^{\sqrt{3}}]$ .

**Câu 10: Chọn C**

Điều kiện:  $x > 0$ .

$$\text{Ta có } 4\log_2^2 \sqrt{x} + (m-3)\log_2 x + 2 - m = 0 \Leftrightarrow 4\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right)^2 + (m-3)\log_2 x + 2 - m = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x + (m-3)\log_2 x + 2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \log_2 x = 2 - m \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn  $[1; 8]$  khi và chỉ khi (1) có một nghiệm thuộc đoạn  $[1; 8] \setminus \{2\}$  tức  $\begin{cases} 0 \leq 2 - m \leq 3 \\ 2 - m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$ .

Vậy có 3 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn bài toán.

**Câu 11: Chọn D**

$$\text{Ta có: } \log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m$$

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ . Điều kiện tham số  $m$ :  $m > 0$

$$\text{Ta có: } \log_{0,02}(\log_2(3^x + 1)) > \log_{0,02} m \Leftrightarrow \log_2(3^x + 1) < m$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \log_2(3^x + 1), \forall x \in (-\infty; 0) \text{ có } f'(x) = \frac{3^x \cdot \ln 3}{(3^x + 1)\ln 2} > 0, \forall x \in (-\infty; 0)$$

Bảng biến thiên  $f(x)$

|      |           |     |
|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ |
| $f'$ |           | +   |
| $f$  | $0$       | $1$ |

Khi đó với yêu cầu bài toán thì  $m \geq 1$ .

**Câu 12: Chọn B**

Đặt  $t = 2^x$ , ( $t > 0$ ). Phương trình trở thành  $t^2 - 6t + m = 0$  (1).

Yêu cầu bài toán trở thành: Tìm  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $t_1, t_2$  dương thỏa mãn

$$\log_2 t_1 + \log_2 t_2 < 2 \Leftrightarrow t_1 t_2 < 4. \text{ Ta được } \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ P < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - m \geq 0 \\ 6 > 0 \\ m > 0 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 4.$$

**Câu 13: Chọn C**

$$\text{Bất phương trình } \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 3 > 3^x \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^x}{3^x} > \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 2x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow x < \frac{1}{4}$$

Vì  $x$  nguyên và thuộc đoạn  $[-2020; 2020]$  nên  $x \in \{-2020; -2019; \dots; -1; 0\}$ .

Vậy có tất cả 2021 giá trị thỏa mãn.

**Câu 14: Chọn B**

Điều kiện:  $x > 0$

Với  $x > 0$  ta có  $x^{\log_2 4} = 4^{\log_2 x}$  do đó phương trình đã cho tương đương với phương trình  $m \cdot 16^{\log_2 x} - 2(m-1)4^{\log_2 x} - 2 = 0$ .

Đặt  $t = 4^{\log_2 x}$  ( $t > 0$ )

Khi đó phương trình (1) trở thành  $mt^2 - 2(m-1)t - 2 = 0$  (\*).

Phương trình (1) có 2 nghiệm  $x$  phân biệt  $\Leftrightarrow$  phương trình (\*) có 2 nghiệm  $t > 0$  phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 + 1 > 0, \forall m \\ \frac{2(m-1)}{m} > 0 \\ \frac{-2}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 0 \\ m > 1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

Mà  $m$  thuộc  $[-1; 2]$  do đó các giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán thuộc  $[-1; 0)$ .

**Câu 15: Chọn D**

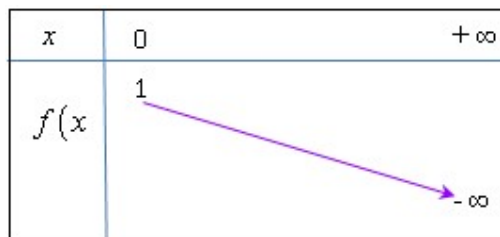
$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ x^2 + mx + m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (x+m-1)(x+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m \geq 1 \\ x > 1-m \\ m < 1 \end{cases}$$

$$\text{Có: } \log_{2+\sqrt{3}}(x^2 + mx + m - 1) + \log_{2-\sqrt{3}} x = 0 \Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}}(x^2 + mx + m - 1) + \log_{2+\sqrt{3}} \frac{1}{x} = 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + mx + m - 1}{x} = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1+x-x^2}{x+1}. \text{ Đặt } f(x) = \frac{1+x-x^2}{x+1}.$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{x(x+2)}{(x+1)^2} < 0 \text{ với } x > 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty.$$

**Trường hợp 1:**  $x > 0$  ( $m \geq 1$ )



Để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì:  $\begin{cases} m \geq 1 \\ m < f(0) = 1 \end{cases}$  (Vô nghiệm).

**Trường hợp 2:**  $x > 1-m$  ( $m < 1$ )

|        |          |           |
|--------|----------|-----------|
| $x$    | $1 - m$  | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $f(1-m)$ | $-\infty$ |

Để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì:

$$\begin{cases} m < 1 \\ m < f(1-m) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m < \frac{m^2 - m - 1}{m - 2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ \frac{1-m}{m-2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$$

Vậy tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  cần tìm là:  $m < 1$ .

**Câu 16: Chọn A**

$$2^{2x-1} - m \cdot 2^x + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 2m \cdot 2^x + 4m - 4 = 0.$$

Đặt  $t = 2^x$ ,  $t > 0$ . Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$$t^2 - 2mt + 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t-2m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2m-2 \end{cases} \quad (**).$$

Yêu cầu bài toán tương đương với  $(**)$  phải có một nghiệm thuộc  $(2; 4]$

$$\Leftrightarrow 2 < 2m-2 \leq 4 \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

**Câu 17: Chọn B**

$$\text{Ta có: } 9^x - 2m \cdot 3^x + 2m + 3 = 0 \quad (1).$$

Đặt  $t = 3^x$  ( $t > 0$ ), khi đó phương trình (1) trở thành:  $t^2 - 2m \cdot t + 2m + 3 = 0$  (2) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm  $t_1; t_2$  dương

$$\text{phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

$$\text{Theo định lý Viet ta có } \begin{cases} t_1 + t_2 = 2m \\ t_1 \cdot t_2 = 2m + 3 \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 3^x \text{ ta có: } \begin{cases} t_1 = 3^{x_1} \\ t_2 = 3^{x_2} \end{cases} \Rightarrow t_1 \cdot t_2 = 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} \Leftrightarrow 2m + 3 = 3^{x_1+x_2} \Leftrightarrow 27 = 2m + 3 \Leftrightarrow m = 12 \text{ (thỏa mãn)}.$$

**Câu 18: Chọn D**

Điều kiện:  $x > 0$ .

$$\text{Đặt } t = \ln x, \text{ phương trình đã cho trở thành: } t^2 - (m+2)t + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = m, (m \neq 2) \end{cases}.$$

$$\text{Với } t = 2 \Rightarrow \ln x = 2 \Rightarrow x = e^2.$$

Với  $t = m \Rightarrow \ln x = m \Rightarrow x = e^m$ .

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng  $e^2 + e^m$ .

**Câu 19: Chọn D**

Điều kiện:  $x > 0$

$$\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 - 2m = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 - 2\log_2 x + 3 = 2m \quad (1)$$

Đặt  $\log_2 x = t, x \in [1; 8] \Rightarrow t \in [0; 3]$ . Khi đó phương trình (1) trở thành:

$$t^2 - 2t + 3 = 2m \text{ với } t \in [0; 3]. \text{ Xét } f(t) = t^2 - 2t + 3 \text{ có } f'(t) = 2t - 2; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Bảng biến thiên

|         |   |   |   |
|---------|---|---|---|
| $t$     | 0 | 1 | 3 |
| $f'(t)$ | — | 0 | + |
| $f(t)$  | 3 | 2 | 6 |

Để phương trình có nghiệm  $x \in [1; 8]$  thì  $2 \leq 2m \leq 6 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3$ .

**Câu 20: Chọn A**

Đặt  $2^x = t, t > 0$ . Bất phương trình trở thành:  $t^2 + t - m \geq 0 \Leftrightarrow t^2 + t \geq m$  ( $1 \leq x \leq 2 \Rightarrow t \in [2; 4]$ )

. Xét  $f(t) = t^2 + t$  với  $t \in [2; 4]$ .

$$f'(t) = 2t + 1; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \notin [2; 4].$$

$$f(2) = 6; f(4) = 20 \Rightarrow \min_{[2; 4]}(f) = 6.$$

$$(1) \Leftrightarrow m \leq f(t), \text{ với } t \in [2; 4].$$

$$\text{Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi } x \in [1; 2] \Leftrightarrow m \leq \min_{[2; 4]} f(t) \Leftrightarrow m \leq 6.$$

Vì  $m \in [-10; 10] \Rightarrow$  có 17 giá trị cần tìm.

**Câu 21: Chọn C**

$$\text{Xét phương trình } 9^x - 2(2m+1) \cdot 3^x + 3(4m-1) = 0 \quad (1)$$

Đặt  $t = 3^x, t > 0$ , khi đó phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 2(2m+1)t + 3(4m-1) = 0 \quad (2)$$

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thực thì phương trình (2) có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (2m+1)^2 - 3(4m-1) > 0 \\ t_1 + t_2 = \frac{2(2m+1)}{2} > 0 \\ t_1 t_2 = \frac{3(4m-1)}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ m > -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4} (*) \\ m > \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Phương trình có 2 nghiệm } \begin{cases} t_1 = 2m+1+2(m-1) = 4m-1 \\ t_2 = 2m+1-2(m-1) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \log_3(4m-1) \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } (x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12 \Leftrightarrow [\log_3(4m-1) + 2] \cdot 3 = 12 \Leftrightarrow \log_3(4m-1) + 2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_3(4m-1) = 2 \Leftrightarrow 4m-1 = 9 \Leftrightarrow 4m = 10 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2} (tm). \text{ Vậy } m = \frac{5}{2}$$

**Câu 22: Chọn B**

Điều kiện:  $x + y - 1 > 0$ .

Ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 2 \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = m \end{cases} (*)$$

**Trường hợp 1:**  $m \leq 0$ . Khi đó (\*) vô nghiệm.

**Trường hợp 2:**  $m > 0$

Trong mặt phẳng  $Oxy$ , xét hai đường tròn có phương trình:

$$(C_1): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 2, (C_2): (x+1)^2 + (y-1)^2 = m (m > 0)$$

$$(C_1) \text{ có tâm } I_1(2;2), \text{ bán kính } R = \sqrt{2}, (C_2) \text{ có tâm } I_2(-1;1) \text{ có bán kính } R = \sqrt{m}$$

(\*) có nghiệm duy nhất khi  $(C_1)$  tiếp xúc với  $(C_2)$ , xảy ra khi

$$\begin{cases} I_1I_2 = R_1 + R_2 \\ I_1I_2 = |R_1 - R_2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{10} = \sqrt{2} + \sqrt{m} \\ \sqrt{10} = \sqrt{2} - \sqrt{m} \\ \sqrt{10} = \sqrt{m} - \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m} = \sqrt{10} - \sqrt{2} \\ \sqrt{m} = \sqrt{10} + \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 12 - 4\sqrt{5} \\ m = 12 + 4\sqrt{5} \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng  $I_1I_2$  là:  $x - 3y + 4 = 0$ .

Tọa độ giao điểm của  $I_1I_2$  và đường tròn  $(C_1)$  là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 3y + 4 = 0 \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10+3\sqrt{5}}{5} \\ y = \frac{10+\sqrt{5}}{5} \\ x = \frac{10-3\sqrt{5}}{5} \\ y = \frac{10-\sqrt{5}}{5} \end{cases} \Rightarrow M_1\left(\frac{10+3\sqrt{5}}{5}; \frac{10+\sqrt{5}}{5}\right); M_2\left(\frac{10-3\sqrt{5}}{5}; \frac{10-\sqrt{5}}{5}\right)$$

Với  $m = 12 + 4\sqrt{5}$ , ta có  $M_1 = (C_1) \cap (C_2)$ . Tọa độ của  $M_1$  thỏa mãn điều kiện  $x + y - 1 > 0$

Với  $m = 12 - 4\sqrt{5}$ , ta có  $M_2 = (C_1) \cap (C_2)$ . Tọa độ của  $M_2$  thỏa mãn điều kiện  $x + y - 1 > 0$

Vậy  $m = 12 + 4\sqrt{5}$  hoặc  $m = 12 - 4\sqrt{5}$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 23: Chọn C**

$$\text{Ta có } m \cdot 2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2 \cdot 2^{6-5x} + m \Leftrightarrow m \cdot 2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2^{7-5x} + m$$

$$\Leftrightarrow m(2^{x^2-5x+6} - 1) + 2^{1-x^2}(1 - 2^{x^2-5x+6}) = 0 \Leftrightarrow (2^{x^2-5x+6} - 1)(m - 2^{1-x^2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-5x+6} - 1 = 0 \\ 2^{1-x^2} = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \\ 2^{1-x^2} = m \end{cases} (*)$$

Yêu cầu bài toán tương đương với

**Trường hợp 1:** Phương trình (\*) có nghiệm duy nhất ( $x = 0$ ), suy ra  $m = 2$ .

**Trường hợp 2:** Phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm là 2 và nghiệm còn lại khác 3, khi đó  $m = 2^{-3}$ .

**Trường hợp 3:** Phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm là 3 và nghiệm còn lại khác 2, khi đó  $m = 2^{-8}$ . Vậy có tất cả ba giá trị  $m$  thỏa mãn.

**Câu 24: Chọn D**

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow e^{m \sin x - \cos x} + m \sin x - \cos x = e^{2-2 \cos x} + 2 - 2 \cos x. (*)$$

Xét hàm số  $f(t) = e^t + t$  trên  $\mathbb{R}$ . Ta có  $f'(t) = e^t + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ .

Suy ra hàm số  $f(t)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Do đó: } f(m \sin x - \cos x) = f(2 - 2 \cos x)$$

$$\Leftrightarrow m \sin x - \cos x = 2 - 2 \cos x \Leftrightarrow m \sin x + \cos x = 2$$

$$\text{Suy ra phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi } m^2 + 1 \geq 4 \Leftrightarrow m^2 \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \sqrt{3} \\ m \leq -\sqrt{3} \end{cases}.$$

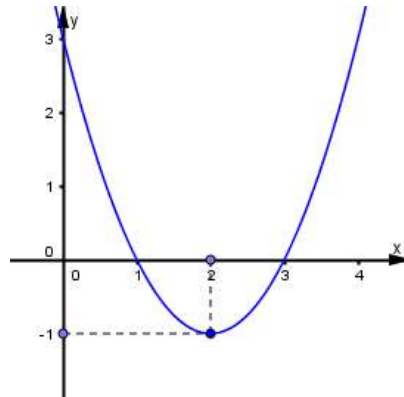
Vậy có 4037 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn.

**Câu 25: Chọn A**

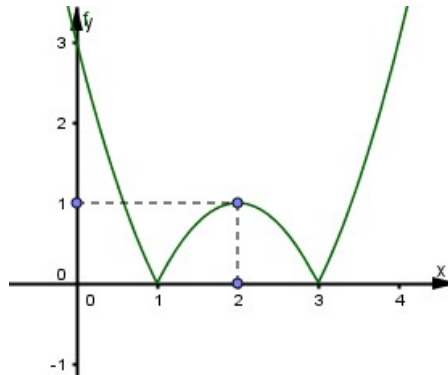
Vì  $m^4 - m^2 + 1 > 0, \forall m$  nên phương trình tương đương với

$$|x^2 - 4x + 3| = \log_{\frac{1}{5}}(m^4 - m^2 + 1) \quad (1)$$

Vẽ đồ thị hàm số bậc hai  $y = x^2 - 4x + 3$



Từ đó suy ra đồ thị hàm số  $y = |x^2 - 4x + 3|$



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$0 < \log_{\frac{1}{5}}(m^4 - m^2 + 1) < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{5} < m^4 - m^2 + 1 < 1 \Leftrightarrow 0 < |m| < 1.$$

**Câu 26: Chọn B**

Điều kiện xác định  $x > 0$

Ta có:  $\frac{1}{2}x^2 - \ln x - m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - \ln x = m$

Xét hàm số  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x, x > 0$  có  $f'(x) = x - \frac{1}{x}$

Giải phương trình  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$  ( $x > 0$ )

Bảng biến thiên

|      |           |               |           |
|------|-----------|---------------|-----------|
| $x$  | 0         | 1             | $+\infty$ |
| $y'$ |           | 0             | +         |
| $y$  | $+\infty$ | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có nghiệm khi  $m \geq \frac{1}{2}$ .

Mà  $m \in \mathbb{Z}, m \in (-10; 10) \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 9\}$ . Có 9 giá trị của  $m$

**Câu 27: Chọn B**

Xét phương trình  $4^x - 2^{x+2} + 5 + m = 0, x \in (0; 2]$ . Đặt  $t = 2^x > 0$ .

Phương trình trở thành:  $t^2 - 4t + 5 + m = 0, t \in (1; 4] \Leftrightarrow -t^2 + 4t - 5 = m, t \in (1; 4] (*)$

Xét hàm số  $f(t) = -t^2 + 4t - 5$  với  $t \in (1; 4] \Rightarrow f'(t) = -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$ .

Ta có bảng biến thiên:

|         |    |    |    |
|---------|----|----|----|
| $t$     | 1  | 2  | 4  |
| $f'(t)$ | +  | 0  | -  |
| $f(t)$  | -2 | -1 | -5 |

Dựa vào bảng biến thiên và (\*), yêu cầu đề bài  $\Leftrightarrow m \in [-5; -2] \cup \{-1\}$ .

Do  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$ . Vậy tổng:  $S = -15$ .

**Câu 28: Chọn C**

Xét trên khoảng  $(2; +\infty)$  có:

$\log_{\sqrt{3}}^2(x-1) - m \cdot \log_3(x-1)^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 4\log_3^2(x-1) - 2m \cdot \log_3(x-1) + 1 = 0 (*)$

Với  $x \in (2; +\infty) \Rightarrow \log_3(x-1) \in (0; +\infty)$ .

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow$  PT(\*) có hai nghiệm  $\log_3(x-1)$  dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 4 > 0 \\ S = \frac{m}{2} > 0 \\ P = \frac{1}{4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2. \text{ Vậy } m \in (2; +\infty).$$

**Câu 29: Chọn C**

Điều kiện:  $x > 0$ .

$$\log_3^2 x + (3m-1)\log_{\frac{1}{3}} x - 6m - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - (3m-1)\log_3 x - 6m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - (3m+1)\log_3 x + 2\log_3 x - 6m - 2 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x + 2)(\log_3 x - 3m - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = -2 \\ \log_3 x = 3m + 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x \in \left[\frac{1}{9}; 3\right] \Leftrightarrow \log_3 x \in [-2; 1].$$

Vậy để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $\left[\frac{1}{9}; 3\right]$  khi và chỉ khi

$$-2 < 3m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -1 < m \leq 0.$$

**Câu 30: Chọn B**

$$\text{Ta có } e^{3x} - (m-3)e^{2x} - 2e^x + 2m - 6 = 0 \Leftrightarrow (e^{3x} - 2e^x) - [(m-3)e^{2x} - 2(m-3)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^{2x} - 2)(e^x - m + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^{2x} = 2 \\ e^x - m + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}\ln 2 \\ e^x = m - 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x \in [0; \ln 3] \Leftrightarrow e^x \in [1; 3].$$

Vậy để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[0; \ln 3]$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 1 \leq m - 3 \leq 3 \\ m - 3 \neq \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m \leq 6 \\ m \neq 3 + \sqrt{2} \end{cases}.$$

**Câu 31: Chọn D**

Đặt  $\log_3 x = t$ , phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - (m+5)t + 2m + 6 = 0 \Leftrightarrow t^2 - (2 + (m+3))t + 2(m+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = m + 3 \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 2 \Rightarrow \log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 9 \in [1; 81].$$

Nhận thấy  $x \in [1; 81] \setminus \{9\} \Leftrightarrow \log_3 x \in [0; 4] \setminus \{2\}$ , nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[1; 81]$  khi và chỉ khi

$$m + 3 \in [0; 4] \setminus \{2\} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m + 3 \leq 4 \\ m + 3 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq m \leq 1 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Z}, \text{ suy ra } m \in \{-3; -2; 0; 1\}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc  $[1; 81]$ .

**Câu 32: Chọn A**

Đặt  $2^x = t, t > 0$ . Phương trình (1) trở thành

$$t^2 - (2m-5)t + m^2 - 5m = 0 \Leftrightarrow t^2 - [m + (m-5)]t + m(m-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = m \\ t = m - 5 \end{cases} \quad (2)$$

Nhận xét, với mỗi  $t > 0$  sẽ cho 1 giá trị  $x$  và ngược lại mỗi giá trị  $x$  cho 1 giá trị  $t > 0$ .

Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt thuộc  $(-2; 4] \Leftrightarrow$  Phương trình (2) có 2 nghiệm

$$t \in (2^{-2}; 2^4] \Leftrightarrow \begin{cases} m-5 > \frac{1}{4} \\ m \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow 5,25 < m \leq 16; \text{ mà } m \in \mathbb{Z} \cap [-19; 19] \text{ nên suy ra}$$

$$m \in \{6; 7; 8; 9; 11; 12; 13; 14; 15; 16\}. \text{ Tổng các giá trị là } \sum_{x=6}^{16} X = 121.$$

**Câu 33: Chọn A**

$$\text{Ta có } 25^x - (m+1).5^x + m = 0 \text{ (1). } \Leftrightarrow (5^x - 1).(5^x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = m \end{cases}.$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì  $m > 0$  và  $m \neq 1$ .

$$\text{Khi đó hai nghiệm } x_1, x_2 \text{ của (1) là: } \begin{cases} 5^{x_1} = 1 \\ 5^{x_2} = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \log_5 m \end{cases}.$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow 0^2 + (\log_5 m)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 m = 2 \\ \log_5 m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 25 \\ m = \frac{1}{25} \end{cases}.$$

$$\text{Tổng tất cả các giá trị của tham số } m \text{ là: } 25 + \frac{1}{25} = \frac{626}{25}.$$

**Câu 34: Chọn A**

Điều kiện:  $x > 0$ . Giả sử phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$ .

$$\text{Theo Viet, ta có: } \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = m + 2 \Leftrightarrow \log_3 (x_1 \cdot x_2) = m + 2 \Leftrightarrow \log_3 27 = m + 2 \\ \Leftrightarrow 3 = m + 2 \Leftrightarrow m = 1.$$

$$\text{Thử lại với } m = 1 \text{ ta có: } \log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 9 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

**Câu 35: Chọn C**

$$\text{Ta có } 4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$$

$$\Leftrightarrow 4^x + \frac{1}{4^x} = (m+1)\left(2^x - \frac{1}{2^x}\right) + 4 - 2m.$$

$$\text{Đặt } t = 2^x - \frac{1}{2^x}, t \in \left[0; \frac{3}{2}\right], t^2 = 4^x + \frac{1}{4^x} - 2.$$

Phương trình viết lại:

$$t^2 + 2 = (m+1)t + 4 - 2m \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = mt - 2m \Leftrightarrow (t-2)(t+1-m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \notin \left[0; \frac{3}{2}\right] \\ t = m-1 \end{cases}.$$

Do đó để phương trình có nghiệm  $x \in [0; 1]$  thì  $m-1 \in \left[0; \frac{3}{2}\right] \Leftrightarrow m \in \left[1; \frac{5}{2}\right]$ , có 2 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn.

**Câu 36: Chọn D**

Trên đoạn  $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$  thì phương trình luôn xác định.

Với  $m$  nguyên âm ta có  $m \neq 1$ , do đó

$$(1) \Leftrightarrow 4(m-1)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) - 4(m-5)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) + 4m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) - (m-5)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) + m - 1 = 0$$

Đặt  $t = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$ , với  $x \in \left[-\frac{2}{3}; 2\right]$  thì  $-1 \leq t \leq 1$ .

Ta có phương trình:  $(m-1)t^2 - (m-5)t + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m(t^2 - t + 1) = t^2 - 5t + 1$

$$\Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1} \quad (2)$$

Xét hàm số  $f(t) = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$  với  $-1 \leq t \leq 1$ .

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{4t^2 - 4}{(t^2 - t + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

$$f(-1) = \frac{7}{3}, \quad f(1) = -3$$

Do đó  $\min_{[-1;1]} f(t) = -3$  và  $\max_{[-1;1]} f(t) = \frac{7}{3}$ .

Phương trình đã cho có nghiệm thực trong đoạn  $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$  khi và chỉ khi phương trình (2) có

$$\text{nghiệm } t \in [-1; 1] \Leftrightarrow \min_{[-1;1]} f(t) \leq m \leq \max_{[-1;1]} f(t) \Leftrightarrow -3 \leq m \leq \frac{7}{3}.$$

Như vậy, các giá trị nguyên âm  $m$  để phương trình (1) có nghiệm thực trong đoạn  $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$  là  $\{-3; -2; -1\}$ .

### Câu 37: Chọn B

Đặt  $t = 3^x$ . Do  $x \in [1; 2] \Rightarrow t \in [3; 9]$

$$\text{Phương trình trên trở thành } t^2 - (m+2)t + 2m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 2t + 9}{t - 2}$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t^2 - 2t + 9}{t - 2} \text{ có } f'(t) = \frac{t^2 - 4t - 5}{(t - 2)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Rightarrow t^2 - 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

| t     | 3  | 5 | 9              |
|-------|----|---|----------------|
| f'(t) | -  | 0 | +              |
| f(t)  | 12 | 8 | $\frac{72}{7}$ |

Yêu cầu bài toán nghĩa là tìm  $m$  để phương trình  $m = \frac{t^2 - 2t + 9}{t - 2}$  có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[3; 9]$ . Từ bảng biến thiên ta có  $m \in \left(8; \frac{72}{7}\right]$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 38: Chọn A**

$$\text{Phương trình } 3\log_{\frac{1}{2}}^2(2x) - (4+m)\log_2 x + 4 + m = 0 \Leftrightarrow 3\log_2^2 x + (2-m)\log_2 x + 7 + m = 0$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x. \text{ Do } x \in \left[\frac{1}{32}; 1\right] \Rightarrow t \in [-5; 0]$$

$$\text{Phương trình trên trở thành } 3t^2 + (2-m)t + m + 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3t^2 + 2t + 7}{t - 1}$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{3t^2 + 2t + 7}{t - 1} \text{ có } f'(t) = \frac{3t^2 - 6t - 9}{(t-1)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Rightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

|       |     |    |    |
|-------|-----|----|----|
| t     | -5  | -1 | 0  |
| f'(t) | +   | 0  | -  |
| f(t)  | -12 | -4 | -7 |

Yêu cầu bài toán nghĩa là tìm  $m$  để phương trình  $m = \frac{3t^2 + 2t + 7}{t - 1}$  có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[-5; 0]$ . Từ bảng biến thiên ta có  $m \in [-7; 4)$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 39: Chọn C**

$$\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0 (*)$$

$$\text{Điều kiện: } x > 0. \text{ Đặt } t = \sqrt{\log_3^2 x + 1} \geq 1,$$

$$\text{ta có } t^2 + t - 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t = 2m + 2 \quad (1) \text{ với } x \in [1; 3^{\sqrt{15}}] \Rightarrow t \in [1; 4]$$

$$\text{Vậy phương trình } (*) \text{ có nghiệm thuộc } [1; 3^{\sqrt{15}}] \Leftrightarrow (1) \text{ có nghiệm thuộc } [1; 4].$$

$$\text{Đặt } f(t) = t^2 + t.$$

Ta có bảng biến thiên sau

|       |   |    |
|-------|---|----|
| t     | 1 | 4  |
| f'(t) | + |    |
| f(t)  | 2 | 20 |

$$\text{Phương trình } (1) \text{ có nghiệm khi và chỉ khi } 2 \leq 2m + 2 \leq 20 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 9$$

$$\text{Vậy } m \in \{1; 2; \dots; 8; 9\}$$

**Câu 40: Chọn A**

Đặt  $t = 3^x$ ,  $t > 0$ , với  $x \in [1; 3] \Rightarrow t \in [3; 27]$ .

Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$$t^2 + (-2m-1)t + 6m-6 = 0 \Leftrightarrow (t-3)(t-2m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=2m-2 \end{cases}.$$

Yêu cầu bài toán ta có

$$\Leftrightarrow 3 < 2m-2 \leq 27 \Leftrightarrow \frac{5}{2} < m \leq \frac{29}{2}. \text{ Vậy } m \in \{3; 4; \dots; 13; 14\}$$

**Câu 41: Chọn D**

$$\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0 \quad (1). \text{ Điều kiện: } x > 0$$

Đặt  $t = \log_3 x \Leftrightarrow x = 3^t$  thì phương trình tương đương  $t^2 - 3t + 2m - 7 = 0 \quad (2)$

(1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 9 - 4(2m-7) > 0 \Leftrightarrow 8m < 37 \Leftrightarrow m < \frac{37}{8}.$$

Giả sử (2) có 2 nghiệm  $t_1 = \log_3 x_1, t_2 = \log_3 x_2$  khi đó  $x_1 x_2 = 3^{(t_1+t_2)} = 27$ .

$$\text{Suy ra } (x_1 - 3)(x_2 - 3) = -9 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 3(x_1 + x_2) = -9 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 12.$$

Vậy  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm phương trình  $x^2 - 12x + 27 = 0 \Leftrightarrow x = 9 \vee x = 3$

$$\text{Với } x = 9 \text{ suy ra } \log_3^2 9 - 3\log_3 9 + 2m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2} \text{ (thỏa).}$$

$$\text{Với } x = 3 \text{ suy ra } \log_3^2 3 - 3\log_3 3 + 2m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2} \text{ (thỏa).}$$

$$\text{Vậy } m = \frac{9}{2}.$$

**Câu 42: Chọn A**

Điều kiện:  $x + 2m > 0$ . Ta có  $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m \Leftrightarrow 2^x = \log_2(x+2m) + 2m$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x+2m) \text{ ta có } \begin{cases} 2^x = t + 2m \\ 2^t = x + 2m \end{cases} \Rightarrow 2^x + x = 2^t + t \quad (1)$$

Do hàm số  $f(u) = 2^u + u$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  nên ta có (1)  $\Leftrightarrow t = x$ .

Khi đó  $2^x = x + 2m \Leftrightarrow 2m = 2^x - x$  (thỏa điều kiện).

Xét hàm số  $g(x) = 2^x - x \Rightarrow g'(x) = 2^x \ln 2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\log_2(\ln 2)$ .

Bảng biến thiên:

|         |           |                     |           |
|---------|-----------|---------------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-\log_2(\ln 2)$    | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | -         | 0                   | +         |
| $g(x)$  | $+\infty$ | $g(-\log_2(\ln 2))$ | $+\infty$ |

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

$$2m \geq g(-\log_2(\ln 2)) \Leftrightarrow m \geq \frac{g(-\log_2(\ln 2))}{2} \approx 0,457. \text{ Vậy } m \in \{1; 2; \dots; 19\}.$$

**Câu 43: Chọn C**

$$\text{Phương trình: } \log_2^2 x - (m+1)\log_2 x + m = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x - 1)(\log_2 x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = m \end{cases}.$$

Ta có:  $\log_2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2$  (thỏa mãn).

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \in [0; 3] \end{cases} \text{ (do } x \in [1; 8] \Rightarrow m = \log_2 x \in [0; 3])$$

**Câu 44: Chọn B**

Phương trình:

$$\log_3^2 x - (2m+3)\log_3 x + m^2 + 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x - m - 1)(\log_3 x - m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = m + 1 \\ \log_3 x = m + 2 \end{cases}$$

$$\text{Do } x \in [1; 9] \Rightarrow \log_3 x \in [0; 2] \text{ nên yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 \neq m + 2 \\ m + 1 \in [0; 3] \\ m + 2 \in [0; 3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in [-1; 2] \\ m \in [-2; 1] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \in [-1; 1]$$

**Câu 45: Chọn D**

Chia hai vế của bất phương trình cho  $3^{2x} (3^x > 0)$ , ta được  $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x} + (1-m)\left(\frac{5}{3}\right)^x + m - 2 \leq 0$

$$\text{Đặt } \left(\frac{5}{3}\right)^x = t.$$

Với  $x \in [0; 1] \Rightarrow t \in \left[1; \frac{5}{3}\right]$ , ta có bất phương trình bậc hai  $t^2 + (1-m)t + m - 2 \leq 0$

Bài toán trở thành tìm  $m$  để bất phương trình:  $t^2 + (1-m)t + m - 2 \leq 0, \forall t \in \left[1; \frac{5}{3}\right]$

$$t^2 + (1-m)t + m - 2 \leq 0, \forall t \in \left[1; \frac{5}{3}\right] \Leftrightarrow (t-1)(t+2-m) \leq 0, \forall t \in \left[1; \frac{5}{3}\right] (*)$$

$$\text{Vì } t-1 \geq 0, \forall t \in \left[1; \frac{5}{3}\right], \text{ nên } (*) \Leftrightarrow t+2-m \leq 0, \forall t \in \left[1; \frac{5}{3}\right] \Leftrightarrow \frac{5}{3} + 2 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{11}{3}$$

**Câu 46: Chọn B**

$$\text{Đặt: } t = \log_{\frac{1}{2}}(x-4)$$

$$\text{Điều kiện: } 4 < x < 6 \Leftrightarrow 0 < x-4 < 2 \Leftrightarrow t = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) > \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$$

$$(1) \Leftrightarrow f(t) = (m-1).t^2 - (2m+1).t + m + 2 = 0 (2)$$

$$(1) \text{ có 2 nghiệm thỏa mãn: } 4 < x_1 < x_2 < 6 \Leftrightarrow (2) \text{ có 2 nghiệm } t_1, t_2 \text{ thỏa } -1 < t_1 < t_2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(-1) > 0 \\ \frac{S}{2} + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9 > 0 \\ (m-1)(4m+2) > 0 \\ \frac{4m-1}{2m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \vee m > 1 \\ m < \frac{1}{4} \vee m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2} \vee m > 1$$

Vậy:  $m < -\frac{1}{2} \vee m > 1$

**Câu 47: Chọn B**

$$4\log_3^2(3x) + (m-1)\log_3(9x) - m + 2 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x + 1)^2 + (m-1)(\log_3 x + 2) - m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x + 2\log_3 x + 1 + m\log_3 x - \log_3 x + 2m - 2 - m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x + m\log_3 x + \log_3 x + m = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x + 1)(\log_3 x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = -1 \\ \log_3 x = -m \end{cases}$$

Với  $\log_3 x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$  (tm)

Với  $\log_3 x = -m \Leftrightarrow x = 3^{-m}$  (\*)

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc  $\left[\frac{1}{3}; 9\right]$  thì pt (\*) có 1 nghiệm thuộc  $\left[\frac{1}{3}; 9\right]$

và khác  $\frac{1}{3}$  hay  $\frac{1}{3} < 3^{-m} \leq 9 \Leftrightarrow 3^{-1} < 3^{-m} \leq 3^2 \Leftrightarrow -2 \leq m < 1$  do  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-2; -1; 0\}$

**Câu 48: Chọn A**

Điều kiện:  $x > 0$ . Ta có:  $\log_3^2 x - \log_3 x^2 - m + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 2\log_3 x - m + 2 = 0$  (1)

Đặt:  $\log_3 x = t$ .

Phương trình (1) trở thành:  $t^2 - 2t = m - 2$  (2)

Phương trình  $m \in [0; 2018]$  có  $m + e^{\frac{x}{2}} \geq \sqrt[4]{e^{2x} + 1}$  nghiệm phân biệt  $x \in \mathbb{R}$  2016 pt 2017 có

2018 nghiệm phân biệt 2019 đồ thị hàm số  $D = \mathbb{R}$  và  $\Leftrightarrow m \geq \sqrt[4]{e^{2x} + 1} - e^{\frac{x}{2}}$  có  $x \in \mathbb{R}$  giao điểm phân biệt với  $e^{\frac{x}{2}} = t > 0$ .

Xét hàm số  $m \geq \sqrt[4]{t^4 + 1} - t = f(t)$  trên  $t > 0$

Có  $\Leftrightarrow m \geq \max_{[0; +\infty)} f(t); (*)$ .

Bảng biến thiên

| $t$  | 0 | 1 | 3  |   |
|------|---|---|----|---|
| $y'$ |   | - | 0  | + |
| $y$  |   |   |    |   |
|      |   | 0 | -1 | 3 |

Dựa vào BBT, ycbt  $f'(t) = \frac{t^3}{\sqrt[4]{(t^4 + 1)^3}} - 1$ .

**Câu 49: Điều kiện:  $x > 0$ .**

Ta có:  $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x + 3 = m$

Đặt  $\log_2 x = t$  ( $x \in [1; 8] \Rightarrow t \in [0; 3]$ ). Phương trình trở thành:  $t^2 - 2t + 3 = m$

Xét hàm số  $f(t) = t^2 - 2t + 3$ , với  $t \in [0; 3]$ .

$$f'(t) = 2t - 2, \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Bảng biến thiên:

| $t$     | $-\infty$ | 0 | 1 | 3 | $+\infty$ |
|---------|-----------|---|---|---|-----------|
| $f'(t)$ |           | - | 0 | + |           |
| $f(t)$  |           | 3 | 2 | 6 |           |

Để phương trình  $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$  có nghiệm  $x \in [1; 8]$  thì phương trình:  $t^2 - 2t + 3 = m$  có nghiệm  $t \in [0; 3]$ . Do đó đồ thị hàm số  $y = f(t)$  phải cắt đường thẳng  $y = m$ .

Từ bảng biến thiên ta thấy  $2 \leq m \leq 6$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

#### Câu 50: Chọn C

Ta có  $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{x+1})^2 - 2 \cdot 2^{x+1} + m = 0$ . (1)

Đặt  $2^{x+1} = t > 0$ . Phương trình (1) trở thành  $t^2 - 2t + m = 0$ . (2)

Để phương trình (1) có nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có nghiệm  $t > 0$ .

Ycbt  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có hai nghiệm  $t_1, t_2$  thỏa mãn  $\begin{cases} 0 < t_1 \leq t_2 \\ t_1 \leq 0 < t_2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0, P > 0, S > 0 \\ P \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 1.$$



