

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I- LỚP 11
NĂM HỌC 2022 - 2023**

Môn: TOÁN - Lớp 11- Chương trình chuẩn

Thời gian 90 phút

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 2}{\cos x}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 2: Hàm số $y = f(x) = \sin x \cdot \cos x$ là

A. Hàm không có tính chẵn lẻ.

C. Hàm có giá trị lớn nhất bằng 1.

B. Hàm chẵn.

D. Hàm lẻ.

Câu 3: Chu kì của hàm số $y = \cos x$ là

A. π .

B. 2π .

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. 3π .

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{x^2 + 1}$

A. $[-1; 1]$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 5: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 5 \cos 2x + 1$ lần lượt là

A. 6 và -4.

B. 11 và -9.

C. 5 và 1.

D. 10 và 1.

Câu 6: Phương trình lượng giác: $2 \sin x + \sqrt{2} = 0$ có tất cả họ nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 7: Phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

Câu 8: Phương trình $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ D. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin x = 2022 - m$ có nghiệm?

A. 2022. B. 2. C. 2023. D. 3.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 11: Có 3 cây bút đỏ, 5 cây bút đen trong một hộp bút. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra một cây bút từ hộp bút đó?

A. 12. B. 3. C. 8. D. 15.

Câu 12: Một lớp học có 15 bạn nam và 10 bạn nữ. Số cách chọn hai bạn trực nhật sao cho có cả nam và nữ là

A. 300. B. 25. C. 150. D. 50.

Câu 13: Một tổ công nhân có 12 người. Cần chọn 3 người để đi làm cùng một nhiệm vụ, hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. A_{12}^3 . B. $12!$. C. C_{12}^3 . D. 12^3 .

Câu 14: Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A. $5!$ B. A_{11}^5 C. $11!$ D. C_{11}^5

Câu 15: Hỏi có tất cả bao nhiêu tập con gồm hai phần tử khác nhau của một tập gồm 7 phần tử khác nhau?

A. A_7^2 . B. 14. C. 2^7 . D. C_7^2 .

Câu 16: Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến điểm A thành điểm A' , khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AA'} = k\vec{v} (k \in \mathbb{R})$ B. $\overrightarrow{AA'} = -\vec{v}$ C. $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$ D. $\overrightarrow{A'A} = k\vec{v} (k \in \mathbb{R})$

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;3)$. Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của A qua phép đối xứng trục Ox ?

- A. $A_1(3;1)$ B. $A_2(1;-3)$ C. $A_3(3;-1)$ D. $A_4(-1;3)$

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(-4;3)$. Ảnh của điểm A qua phép đối xứng tâm O là

- A. $A'(4;-3)$ B. $A'(-4;-3)$ C. $A'(4;3)$ D. $A'(3;-4)$

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(1;2)$. Ảnh của điểm A qua phép quay tâm O , góc quay 90° là

- A. $A'(-2;1)$ B. $A'(1;-2)$ C. $A'(2;-1)$ D. $A'(-2;-1)$

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy , phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ biến điểm $A(3;2)$ thành điểm $B(9;8)$. Tìm tọa độ tâm vị tự I .

- A. $I(4;5)$ B. $I(-21;-20)$ C. $I(7;4)$ D. $I(5;4)$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 22: Tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0^\circ; 360^\circ)$ của phương trình $\sin(x + 45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ bằng

- A. 180° B. 540° C. 450° D. 90°

Câu 23: Nghiệm của phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ là

- A. $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{3\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
C. $x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 24: Số nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = -2$ là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 25: Các nghiệm của phương trình $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = 2\sin x$ là

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 26: Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3 \sin 2x + 2 = 0$.

A. $\frac{3\pi}{2}$.

B. $\frac{5\pi}{2}$.

C. $\frac{5\pi}{4}$.

D. $\frac{3\pi}{4}$.

Câu 27: Một người có 5 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 12.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

Câu 28: Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau?

A. 12.

B. 24.

C. 60.

D. 120.

Câu 29: Một cuộc thi có 15 người tham dự, giả thiết rằng không có hai người nào có điểm bằng nhau. Nếu kết quả của cuộc thi là việc chọn ra các giải nhất, nhì, ba, tư thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

A. $4!$.

B. C_{15}^4 .

C. A_{15}^4 .

D. $4! \times A_{12}^4$.

Câu 30: Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

A. C_{35}^3 .

B. A_{35}^3 .

C. $C_{20}^3 \cdot C_{15}^2$.

D. $A_{20}^3 \cdot A_{15}^2$.

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$. Phép tịnh tiến theo vector $v = (2; 3)$ biến (C) thành đường tròn (C') có phương trình

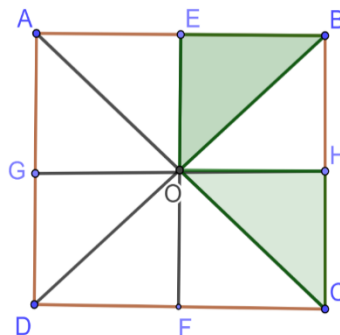
A. $(x-3)^2 + y^2 = 25$.

B. $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 25$.

D. $(x+1)^2 + (y+6)^2 = 25$.

Câu 32: Trong mặt phẳng cho hình vuông $ABCD$ như hình vẽ



Phép biến hình nào sau đây biến tam giác OEB thành tam giác OHC

A. $Q_{(O, 90^\circ)}$.

B. $\tilde{N}_{OB} + \tilde{N}_{OH}$.

C. $Q_{(O, -180^\circ)}$.

D. $\tilde{N}_{OH} + \tilde{N}_{OD}$.

Câu 33: Ảnh của điểm $A(2; -3)$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 1)$ là điểm nào sau đây?

- A. $A'(5;0)$ B. $A'(0;5)$ C. $A'(-2;3)$ D. $A'(2;3)$

Câu 34: Ảnh của điểm $M(3;1)$ qua phép quay tâm O , góc 90° là điểm nào sau đây?

- A. $M'(1;-3)$ B. $M'(-1;3)$ C. $M'(-3;-1)$ D. $M'(-1;-3)$

Câu 35: Ảnh của điểm $A(2;3)$ qua phép vị tự tâm $I(1;-1)$, tỉ số $k=-2$ là điểm nào sau đây?

- A. $A'(3;7)$ B. $A'(-1;-9)$ C. $A'(9;1)$ D. $A'(-4;-6)$

PHẦN II: TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải phương trình: $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C_1) là ảnh của đường tròn (C) qua thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $v = (3;2)$ và đối xứng tâm $P(-2;1)$.

Câu 3: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị.

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có tâm E di động trên đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-5)^2 = 16$. Gọi N là trung điểm của cạnh BC , biết $A(-6;1); B(2;-3)$. Tìm độ dài lớn nhất của đoạn AN ?

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

1.B	2.D	3.B	4.D	5.A	6.C	7.B	8.B	9.D	10.A
11.C	12.C	13.C	14.B	15.D	16.C	17.B	18.A	19.A	20.D
21.D	22.C	23.A	24.B	25.B	26.B	27.C	28.B	29.C	30.C
31.A	32.B	33.B	34.B	35.B					

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 2}{\cos x}$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Hoàng Anh

$$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Điều kiện xác định:

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vậy tập xác định là

- Câu 2:** Hàm số $y = f(x) = \sin x \cdot \cos x$ là
- A. Hàm không có tính chẵn lẻ. B. Hàm chẵn.
 C. Hàm có giá trị lớn nhất bằng 1. D. Hàm lẻ.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Hoàng Anh

$$D = \mathbb{R}$$

□ Tập xác định

$$\forall x \in D \quad -x \in D \quad f(-x) = \sin(-x) \cdot \cos(-x) = -\sin x \cdot \cos x = -f(x)$$

□ thì và

$$y = \sin x \cdot \cos x$$

□ Vậy hàm số là hàm số lẻ.

- Câu 3:** Chu kì của hàm số $y = \cos x$ là
- A. π . B. 2π . C. $\frac{\pi}{3}$. D. 3π .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Diệu Linh

Chu kì của hàm số $y = \cos x$ là 2π .

- Câu 4:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{x^2 + 1}$
- A. $[-1; 1]$. B. $\mathbb{R}$.
 C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Diệu Linh

Hàm số xác định khi $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ x^2 + 1 \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 5 \cos 2x + 1$ lần lượt là

A. 6 và -4

B. 11 và -9.

C. 5 và 1.

D. 10 và 1.

Lời giải

FB tác giả: TVN

$$-1 \leq \cos 2x \leq 1$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow -5 \leq 5 \cos 2x \leq 5 \Leftrightarrow -4 \leq 5 \cos 2x + 1 \leq 6 \Leftrightarrow -4 \leq y \leq 6$$

$$-4$$

Vậy giá trị lớn nhất: 6, giá trị nhỏ nhất:

Câu 6: Phương trình lượng giác: $2 \sin x + \sqrt{2} = 0$ có tất cả họ nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải

FB tác giả: Catus Smile

$$2 \sin x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 7: Phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ có nghiệm là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$

Lời giải

FB: An Thúy

$$2 \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

Câu 8: Phương trình $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

D. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

FB tác giả: Nhã Nam

Ta có: $2\cos x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin x = 2022 - m$ có nghiệm?

A. 2022.

B. 2.

C. 2023.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Giang Thanh Nguyen

Điều kiện để phương trình có nghiệm là $-1 \leq 2022 - m \leq 1 \Leftrightarrow 2021 \leq m \leq 2023$. Vậy có 3 số nguyên m thỏa mãn đề bài là 2021, 2022, 2023.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

FB tác giả: Chia sẻ

Ta có:

$$\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 11: Có 3 cây bút đỏ, 5 cây bút đen trong một hộp bút. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra một cây bút từ hộp bút đó?

A. 12.

B. 3.

C. 8.

D. 15.

Lời giải

FB tác giả: Hung Tran

Áp dụng quy tắc cộng: Số cách lấy 1 chiếc bút là: $3 + 5 = 8$ (cách).

Câu 12: Một lớp học có 15 bạn nam và 10 bạn nữ. Số cách chọn hai bạn trực nhật sao cho có cả nam và nữ là

A. 300 .

B. 25 .

C. 150 .

D. 50 .

Lời giải

FB tác giả: Trần Lê Thuần

Số cách chọn một bạn nam là 15 cách.

Số cách chọn một bạn nữ là 10 cách.

Theo quy tắc nhân ta có số cách chọn hai bạn trực nhật sao cho có cả nam và nữ là $15 \cdot 10 = 150$ cách.

Câu 13: Một tổ công nhân có 12 người. Cần chọn 3 người để đi làm cùng một nhiệm vụ, hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. A_{12}^3 .

B. $12!$.

C. C_{12}^3 .

D. 12^3 .

Lời giải

FB tác giả: Thanhhh thanhhh

Số cách chọn 3 người từ 12 người là C_{12}^3 .

Câu 14: Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A. $5!$.

B. A_{11}^5 .

C. $11!$.

D. C_{11}^5 .

Lời giải

FB tác giả: Ngô Thị Lý

Huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có số cách chọn là A_{11}^5 .

Câu 15: Hỏi có tất cả bao nhiêu tập con gồm hai phần tử khác nhau của một tập gồm 7 phần tử khác nhau?

A. A_7^2 .

B. 14 .

C. 2^7 .

D. C_7^2 .

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Thị Đào

Vì mỗi tập con 2 phần tử khác nhau của một tập hợp gồm 7 phần tử khác nhau là một tổ hợp chập 2 của 7 nên số tập con gồm hai phần tử khác nhau của một tập gồm 7 phần tử khác nhau bằng C_7^2 .

Câu 16: Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến điểm A thành điểm A' , khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{AA'} = k\vec{v} (k \in \mathbb{R})$. B. $\vec{AA'}} = -\vec{v}$. C. $\vec{AA'} = \vec{v}$ D. $\vec{A'A} = k\vec{v} (k \in \mathbb{R})$

Lời giải

Tác giả: Mỹ Đình

Theo định nghĩa phép tịnh tiến. $T_{\vec{v}}(A) = A' \Leftrightarrow \vec{AA'} = \vec{v}$.

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1;3)$. Hỏi trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của A qua phép đối xứng trục Ox ?

- A. $A_1(3;1)$. B. $A_2(1;-3)$. C. $A_3(3;-1)$. D. $A_4(-1;3)$.

Lời giải

Tác giả: Mỹ Đình

Biểu thức tọa độ qua phép đối xứng trục Ox :

Gọi $A'(x'; y') = d_{Ox}[A(x; y)]$ thì $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 1 \\ y' = -3 \end{cases}$

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(-4;3)$. Ảnh của điểm A qua phép đối xứng tâm O là

A. $A'(4;-3)$ B. $A'(-4;-3)$ C. $A'(4;3)$ D. $A'(3;-4)$

Lời giải

Fb tác giả: Ánh Trang

Gọi $A'(x'; y')$ của điểm $A(-4;3)$ qua phép đối xứng tâm O là $\begin{cases} x' = -(-4) = 4 \\ y' = -3 \end{cases}$. Vậy $A'(4;-3)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(1;2)$. Ảnh của điểm A qua phép quay tâm O , góc quay 90° là

- A. $A'(-2;1)$ B. $A'(1;-2)$ C. $A'(2;-1)$ D. $A'(-2;-1)$

Lời giải

Fb tác giả: Ánh Trang

Gọi $A'(x'; y')$ của điểm $A(1;2)$ qua phép quay tâm O , góc quay 90° là $\begin{cases} x' = -2 \\ y' = 1 \end{cases}$.

Vậy $A'(-2;1)$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy , phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ biến điểm $A(3;2)$ thành điểm $B(9;8)$. Tìm tọa độ tâm vị tự I .

- A. $I(4;5)$ B. $I(-21;-20)$ C. $I(7;4)$ D. $I(5;4)$

Lời giải

FB tác giả: Thuy Dung Pham

Ta có: $\vec{IB} = -2\vec{IA} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - x_I = -2(3 - x_I) \\ 8 - y_I = -2(2 - y_I) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 5 \\ y_I = 4 \end{cases}$. Vậy $I(5; 4)$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \sin x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 22: Tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0^\circ; 360^\circ)$ của phương trình $\sin(x + 45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ bằng

A. 180°

B. 540°

C. 450°

D. 90°

Lời giải

Ta có $\sin(x + 45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin(x + 45^\circ) = \sin(-45^\circ) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 45^\circ = -45^\circ + k360^\circ \\ x + 45^\circ = 180^\circ + 45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -90^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$x \in (0^\circ; 360^\circ) \Leftrightarrow \begin{cases} 0^\circ < -90^\circ + k360^\circ < 360^\circ \\ 0^\circ < 180^\circ + k360^\circ < 360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} < k < \frac{5}{4} \\ -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2} \end{cases}$

Theo bài ra ta có

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $\begin{cases} k=1 \Rightarrow x=270^\circ \\ k=0 \Rightarrow x=180^\circ \end{cases}$

Vậy tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0^\circ; 360^\circ)$ của phương trình đã cho 450° .

Câu 23: Nghiệm của phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ là

A. $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{3\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

FB tác giả: Linh Nguyễn Ngọc

Ta có: $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 24: Số nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = -2$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Linh Nguyễn Ngọc

Ta có
$$\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = -2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = -1$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{6} \sin 2x - \sin \frac{\pi}{6} \cos 2x = -1 \Leftrightarrow \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = -1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Ta có
$$x \in (0; 2\pi) \Leftrightarrow 0 < -\frac{\pi}{6} + k\pi < 2\pi \Leftrightarrow \frac{\pi}{6} < k\pi < \frac{13\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6} < k < \frac{13}{6}$$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2\}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

Câu 25: Các nghiệm của phương trình $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2 \sin x$ là

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải

FB tác giả: Tim Banglang

$$\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2 \sin x \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x = \sin x \Leftrightarrow \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = x + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 26: Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $\sin^2 2x + 3 \sin 2x + 2 = 0$.

A. $\frac{3\pi}{2}$. **B.** $\frac{5\pi}{2}$. **C.** $\frac{5\pi}{4}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 2x + 3\sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = -2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$0 \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{9}{4} \Rightarrow k \in \{1; 2\}$$

Theo đề bài:

$$S = \frac{3\pi}{4} + \left(\frac{3\pi}{4} + \pi \right) = \frac{5\pi}{2}$$

Vậy tổng các nghiệm là:

Câu 27: Một người có 5 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

- A. 12. B. 13. **C. 14.** D. 15.

Lời giải

FB tác giả: Lâm Tài

Vì chỉ chọn một cái bất kì trong những cái quần, áo, cà vạt khác nhau nên theo quy tắc cộng ta có:

Số cách chọn là: $5 + 6 + 3 = 14$.

Câu 28: Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau?

- A. 12. **B. 24.** C. 60. D. 120.

Lời giải

FB tác giả: Lâm Tài

Số cách lập các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau chính là số hoán vị bốn phần tử 1, 5, 6, 7 vào bốn vị trí khác nhau.

Vậy các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $P_4 = 24$.

Câu 29: Một cuộc thi có 15 người tham dự, giả thiết rằng không có hai người nào có điểm bằng nhau. Nếu kết quả của cuộc thi là việc chọn ra các giải nhất, nhì, ba, tư thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

- A. $4!$. B. C_{15}^4 . **C. A_{15}^4 .** D. $4! \times A_{12}^4$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Hùng

Nếu kết quả của cuộc thi là việc chọn ra các giải nhất, nhì, ba, tư thì mỗi kết quả ứng với một chỉnh hợp chập 4 của 15 phần tử. Do đó ta có A_{15}^4 kết quả.

Câu 30: Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

- A. C_{35}^3 . B. A_{35}^3 . **C. $C_{20}^3 \cdot C_{15}^2$.** D. $A_{20}^3 \cdot A_{15}^2$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Hùng

Số cách chọn 3 học sinh nữ từ 20 học sinh nữ có C_{20}^3 cách.

Số cách chọn 2 học sinh nam từ 15 học sinh nam có C_{15}^2 cách.

Vậy số cách chọn 5 học sinh thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_{20}^3 \cdot C_{15}^2$.

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$. Phép tịnh tiến theo vector $v = (2; 3)$ biến (C) thành đường tròn (C') có phương trình

A. $(x-3)^2 + y^2 = 25$

B. $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 25$

C. $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 25$

D. $(x+1)^2 + (y+6)^2 = 25$

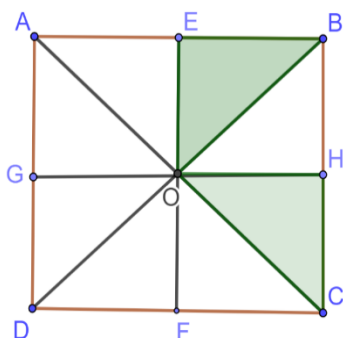
Lời giải

FB tác giả: Bạch Hưng Tình

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -3)$. Phép tịnh tiến theo $v = (2; 3)$ biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') có tâm $I'(3; 0)$ và bán kính không đổi.

Vậy, (C') có phương trình là: $(x-3)^2 + y^2 = 25$

Câu 32: Trong mặt phẳng cho hình vuông $ABCD$ như hình vẽ



Phép biến hình nào sau đây biến tam giác OEB thành tam giác OHC

A. $Q_{(O, 90^\circ)}$

B. $\tilde{N}_{OB} + \tilde{N}_{OH}$

C. $Q_{(O, -180^\circ)}$

D. $\tilde{N}_{OH} + \tilde{N}_{OD}$

Lời giải

FB tác giả: Bạch Hưng Tình

$$Q_{(O, 90^\circ)}(\triangle OEB) = \triangle OGA; \quad Q_{(O, -180^\circ)}(\triangle OEB) = \triangle OFD$$

$$\tilde{N}_{OH}(\triangle OEB) = \triangle OFC, \quad \tilde{N}_{OD}(\triangle OFC) = \triangle OGA$$

$$\tilde{N}_{OB}(\triangle OEB) = \triangle OHB, \quad \tilde{N}_{OH}(\triangle OHB) = \triangle OHC$$

Vậy, ta có: $\tilde{N}_{OB} + \tilde{N}_{OH}(\triangle OEB) = \triangle OHC$

Câu 33: Ảnh của điểm $A(2; -3)$ qua phép đối xứng tâm $I(1; 1)$ là điểm nào sau đây?

A. $A'(5;0)$

B. $A'(0;5)$

C. $A'(-2;3)$

D. $A'(2;3)$

Lời giải

FB tác giả:

$$I \text{ là trung điểm của } AA' \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_I - x_A = 0 \\ y_{A'} = 2y_I - y_A = 5 \end{cases} \text{ . Vậy } A'(0;5)$$

Câu 34: Ảnh của điểm $M(3;1)$ qua phép quay tâm O , góc 90° là điểm nào sau đây?

A. $M'(1;-3)$

B. $M'(-1;3)$

C. $M'(-3;-1)$

D. $M'(-1;-3)$

Lời giải

FB Tác giả:

$$\begin{cases} x_{M'} = -y_M = -1 \\ y_{M'} = x_M = 3 \end{cases} \text{ . Vậy } M'(-1;3)$$

Câu 35: Ảnh của điểm $A(2;3)$ qua phép vị tự tâm $I(1;-1)$, tỉ số $k = -2$ là điểm nào sau đây?

A. $A'(3;7)$

B. $A'(-1;-9)$

C. $A'(9;1)$

D. $A'(-4;-6)$

Lời giải

FB tác giả:

$$\vec{IA'} = -2\vec{IA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - x_I = -2(x_A - x_I) \\ y_{A'} - y_I = -2(y_A - y_I) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -1 \\ y_{A'} = -9 \end{cases} \text{ . Vậy } A'(-1;-9)$$

PHẦN II: TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải phương trình: $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

Lời giải

Tác giả: Sơn Thạch.

Ta có: $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) - (1 + 2\cos x)(\cos x - \sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x - 1 - 2\cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\sin x - \cos x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - \sin x = 0 & (1) \\ \sin x - \cos x - 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1): \cos x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$(2): \sin x - \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad ; \quad x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad ; \quad x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có 3 họ nghiệm:

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C_1) là ảnh của đường tròn (C) qua thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $v = (3; 2)$ và đối xứng tâm $P(-2; 1)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Le Truc Vy

Đường tròn (C) có tâm $A(-1; 3)$, bán kính $R = 3$.

Gọi đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vector v , có tâm A' và bán kính R' .

Ta có: $A'(x'; y')$ là ảnh của điểm $A(-1; 3)$ qua phép tịnh tiến theo vector $v(3; 2)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = -1 + 3 \\ y' = 3 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = 5 \end{cases}$$

Áp dụng biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến

Đường tròn (C_1) là ảnh của đường tròn (C') qua phép đối xứng tâm $P(-2; 1)$, có tâm $A_1(x_1; y_1)$ và bán kính R_1 .

Suy ra P là trung điểm của A_1A'

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2x_p - x' \\ y_1 = 2y_p - y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -4 - 2 \\ y_1 = 2 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -6 \\ y_1 = -3 \end{cases} \Rightarrow A_1(-6; -3)$$

Theo tính chất phép tịnh tiến và đối xứng tâm, ta có: $R_1 = R' = R = 3$

Phương trình đường tròn (C_1) có tâm $A_1(-6; -3)$, bán kính $R_1 = 3$ là: $(x+6)^2 + (y+3)^2 = 9$

Câu 3: Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị.

FB tác giả: Kiều Khanh Phạm Thị

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{x = a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$.

$$a_6 \in \{1; 3; 5\} \quad (a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5 + a_6) = 1$$

Ta có và

$$a_6 = 1 \quad (a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 2 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{4, 5\} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 4, 5\} \\ a_4, a_5 \in \{3, 6\} \end{cases}$$

Với thì

$$a_6 = 3 \quad (a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2; 4; 5\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 6\} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 5\} \end{cases}$$

Với thì

$$a_6 = 5 \quad (a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 4\} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 3\} \end{cases}$$

Với thì

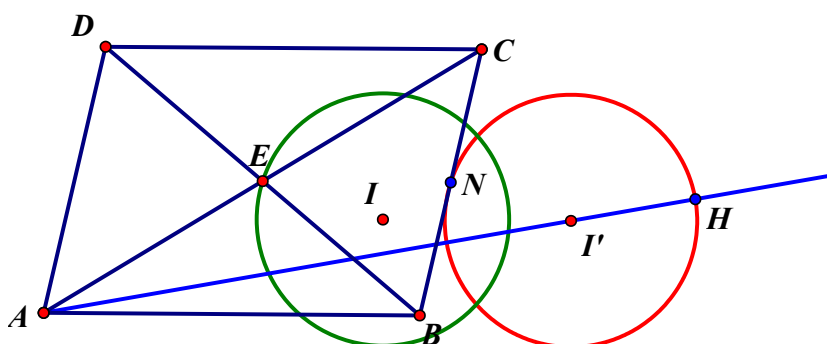
Mỗi trường hợp có 6 cách đổi chỗ cho a_1, a_2, a_3 và 2 cách đổi chỗ cho a_4, a_5 nên có tất cả 12 số thỏa mãn yêu cầu.

Vậy có tất cả $6 \cdot 12 = 72$ số cần tìm.

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có tâm E di động trên đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 16$. Gọi N là trung điểm của cạnh BC , biết $A(-6; 1); B(2; -3)$. Tìm độ dài lớn nhất của đoạn AN ?

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Sương



Để thấy: $T_{\frac{1}{2}\vec{AB}}(E) = N$. Do đó quỹ tích điểm N khi E di động trên đường tròn (C) là đường tròn (C') với (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\frac{1}{2}\vec{AB} = (4; -2)$.

Gọi I và I' lần lượt là tâm của đường tròn (C) và (C') .

Đường tròn (C) có $I(3; 5)$ và $R = 4$.

Khi đó $T_{\frac{1}{2}AB}(I) = I' \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I'} = 3 + 4 = 7 \\ y_{I'} = 5 - 2 = 3 \end{cases}$ hay $I'(7;3)$.

Suy ra quỹ tích điểm N khi E di động đường tròn (C) là đường tròn (C') có tâm $I'(7;3)$ và $R=4$.

Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có: $AN \leq AI' + I'N \Leftrightarrow AN \leq \sqrt{173} + 4 = AH$

Vậy độ dài lớn nhất của AN là $\sqrt{173} + 4$.