

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

- A. $u_n = 1$. B. $u_n = -1$. C. $u_n = (-1)^n$. D. $u_n = (-1)^{n+1}$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$. B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$. D. $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$.

Câu 3: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = (-3)^{n+1}$. C. $u_n = 3n+1$. D. $u_n = 2^{n+1}$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4. B. -4. C. 8. D. 3.

Hướng dẫn giải

Ta có $u_2 = 6 \Leftrightarrow 6 = u_1 + d \Leftrightarrow d = 4$.

Câu 6: Biết rằng $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 11.3^{10} = a + \frac{21.3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.

- A. $P = 1$. B. $P = 2$. C. $P = 3$. D. $P = 4$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{\cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- A. $f(x) = \sin x$. B. $f(x) = \sin 2x$. C. $f(x) = |\sin x|$. D. $f(x) = x \sin x^2$.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sqrt{\sin x + 1} - 3$ là

- A. $2\sqrt{3} + 2$. B. $2\sqrt{3} - 2$. C. $2\sqrt{3} - 3$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\sin x = \sin(-2)$ là:

- A. $\begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = 2 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = \pi - 2 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\begin{cases} x = -2 + k\pi \\ x = \pi - 2 + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. D. $\begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = \pi + 2 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11: Phòng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở bên.

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4; 5)	6	4
[5; 6)	10	8
[6; 7)	13	10
[7; 8)	9	11
[8; 9)	7	8

Thời gian ngủ trung bình của các bạn nam là:

- A. 6.52
- B. 6.34
- C. 7.89
- D. 7.67

Câu 12: Một mẫu số liệu được cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Tần số	11	31	45	21	12

Nhóm [0;5) có tần số bằng:

- A. 11
- B. 31
- C. 45
- D. 21

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\sin x = -\frac{3}{5}$ với $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

(I) $\cos x > 0$

(II) $\cos x = -\frac{4}{5}$

(III) $\tan x = \frac{3}{4}$

(IV) $\cot x = \frac{4}{3}$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$. Khi đó:

(I) Số hạng thứ 2021 là $\frac{2021}{4040}$

(II) Số hạng thứ 2022 là $\frac{2022}{4043}$

(III) Số hạng thứ 2023 là $\frac{2023}{4047}$

(IV) Số hạng thứ 2024 là $\frac{2024}{4049}$

Câu 3: Một mẫu số liệu được cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Tần số	11	31	45	21	12

(I) Mẫu trên có: 110 số liệu

(II) Mẫu trên chia thành 5 nhóm.

(III) Tần số của nhóm [0;5) bằng 11

(IV) Tần số của nhóm [20;25) là cao nhất

Câu 4: Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2 . Khi đó:

- (I) Số đo góc nhỏ nhất bằng 24°
- (II) Số đo góc lớn nhất bằng 196°
- (III) Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 220°
- (IV) Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168°

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và một trục (i) đi qua O . Xác định số đo góc giữa tia OA với trục (i) biết trục (i) đi qua trung điểm I của cạnh AB là bao nhiêu độ?

$$B = \frac{2\sin(x - 4\pi) + \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = k \tan x$$

Câu 2: Biểu thức _____, khi đó: $k = ?$

Câu 3: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 4 . Với mọi số nguyên dương $n \geq 2$, gọi A_n, B_n, C_n, D_n lần lượt là trung điểm của các cạnh $A_{n-1}B_{n-1}, B_{n-1}C_{n-1}, C_{n-1}D_{n-1}, D_{n-1}A_{n-1}$. Gọi S_n là diện tích của tứ giác $A_nB_nC_nD_n$. Tính S_{12} .

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu bằng 1 và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950 . Tính tổng $\frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}u_{50}}$.

Câu 5: Tìm số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) , biết: $\begin{cases} u_5 + u_2 = 36 \\ u_6 - u_4 = 48 \end{cases}$

Câu 6: Kết quả thu thập điểm số môn Toán của 25 học sinh khi tham gia kì thi học sinh giỏi toán 11.(thang điểm 20) cho ta bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	1	7	12	3	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

-----**Hết**-----
-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

- A. $u_n = 1$. B. $u_n = -1$. *C. $u_n = (-1)^n$. D. $u_n = (-1)^{n+1}$.

Hướng dẫn giải

Ta có:

Các số hạng đầu của dãy là $(-1)^1; (-1)^2; (-1)^3; (-1)^4; (-1)^5; \dots \Rightarrow u_n = (-1)^n$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- *A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$. B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$. D. $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{3}, u_3 = \frac{1}{4}$

Câu 3: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = (-3)^{n+1}$. *C. $u_n = 3n+1$. D. $u_n = 2^{n+1}$.

Hướng dẫn giải

Ta có:

Xét đáp án A: $u_{n+1} - u_n = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ nên $u_n = 3^n$ không phải là cấp số cộng.

Xét đáp án B: $u_{n+1} - u_n = (-3)^{n+1} - (-3)^n = -4 \cdot (-3)^n (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ nên $u_n = (-3)^{n+1}$ không phải là cấp số cộng.

Xét đáp án C: $u_{n+1} - u_n = [3(n+1)+1] - (3n+1) = 3 (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ không đổi, nên $u_n = 3n+1$ là cấp số cộng.

Xét đáp án D: $u_{n+1} - u_n = 2^{n+2} - 2^{n+1} = 2^{n+1} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ nên $u_n = 2^{n+1}$ không phải là cấp số cộng.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. *C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- *A. 4. B. -4. C. 8. D. 3.

Hướng dẫn giải

Ta có $u_2 = 6 \Leftrightarrow 6 = u_1 + d \Leftrightarrow d = 4$.

$$S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 11.3^{10} = a + \frac{21.3^b}{4}. \quad \text{Tính } P = a + \frac{b}{4}.$$

Câu 6: Biết rằng

A. $P = 1.$

B. $P = 2.$

*C. $P = 3.$

D. $P = 4.$

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết suy ra $3S = 3 + 2.3^2 + 3.3^3 + \dots + 11.3^{11}$. Do đó

$$-2S = S - 3S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{10} - 10.3^{11} = \frac{1 - 3^{11}}{1 - 3} - 10.3^{11} = -\frac{1}{2} - \frac{21.3^{11}}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{4} + \frac{21}{4}.3^{11}.$$

Vì $S = \frac{1}{4} + \frac{21.3^{11}}{4} = a + \frac{21.3^b}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = 11 \Rightarrow P = \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = 3.$

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{\cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R}$

*B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải

$$\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Điều kiện:

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vậy tập xác định của hàm số là

Câu 8: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn ?

A. $f(x) = \sin x$

B. $f(x) = \sin 2x$

*C. $f(x) = |\sin x|$

D. $f(x) = x \sin x^2$

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $f(x) = \sin x$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$$f(-x) = \sin(-x) = -\sin x \neq f(x). \text{ Hàm số đã cho không phải hàm chẵn.}$$

Xét hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$$f(-x) = \sin(-2x) = -\sin 2x \neq f(x). \text{ Hàm số đã cho không phải hàm chẵn.}$$

Xét hàm số $f(x) = |\sin x|$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$$f(-x) = |\sin(-x)| = |-\sin x| = |\sin x| = f(x), \forall x \in D. \text{ Hàm số đã cho là hàm chẵn.}$$

Xét hàm số $f(x) = x \sin x^2$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$$f(-x) = (-x) \sin(-x)^2 = -x \sin x^2 \neq f(x). \text{ Hàm số đã cho không phải hàm chẵn.}$$

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sqrt{\sin x + 1} - 3$ là

A. $2\sqrt{3} + 2$

B. $2\sqrt{3} - 2$

*C. $2\sqrt{3} - 3$

D. $3\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Vì } -1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \sin x + 1 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{\sin x + 1} \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow 0 \leq 2\sqrt{\sin x + 1} \leq 2\sqrt{2} \Leftrightarrow -3 \leq y \leq 2\sqrt{2} - 3$$

Vậy $\max y = 2\sqrt{2} - 3$ khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\sin x = \sin(-2)$ là:

A. $\begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = 2 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + k\pi \\ x = \pi - 2 + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = \pi - 2 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

*D. $\begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = \pi + 2 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải

$$\sin x = \sin(-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + k2\pi \\ x = \pi + 2 + k2\pi \end{cases} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 11: Phòng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu ở bên.

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4; 5)	6	4
[5; 6)	10	8
[6; 7)	13	10
[7; 8)	9	11
[8; 9)	7	8

Thời gian ngủ trung bình của các bạn nam là:

A. 6.52 B. 6.34 D. 7.89 D. 7.67

a)

Thời gian	Giá trị đại diện	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
[4;5)	4.5	6	4
[5;6)	5.5	10	8
[6;7)	6.5	13	10
[7;8)	7.5	9	11
[8;9)	8.5	7	8

$$\bar{x}_{nam} = \frac{4.5 \times 6 + 5.5 \times 10 + 6.5 \times 13 + 7.5 \times 9 + 8.5 \times 7}{6 + 10 + 13 + 9 + 7} = 6.52$$

Thời gian ngủ trung bình của các bạn nam

Câu 12: Một mẫu số liệu được cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Tần số	11	31	45	21	12

Nhóm [0;5) có tần số bằng:

A. 11 B. 31 C. 45 D. 21

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\sin x = -\frac{3}{5}$ với $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

(I) $\cos x > 0$

(II) $\cos x = -\frac{4}{5}$

(III) $\tan x = \frac{3}{4}$

(IV) $\cot x = \frac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Đúng	(III) Đúng	(IV) Đúng
---------	-----------	------------	-----------

Do $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ nên $\cos x < 0$.

Ta có: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

$$\Rightarrow \cos x = -\frac{4}{5}; \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{3}{4}; \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{4}{3}.$$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$. Khi đó:

(I) Số hạng thứ 2021 là $\frac{2021}{4040}$

(II) Số hạng thứ 2022 là $\frac{2022}{4043}$

(III) Số hạng thứ 2023 là $\frac{2023}{4047}$

(II) Số hạng thứ 2024 là $\frac{2024}{4049}$

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Sai	(III) Đúng	(IV) Đúng
---------	----------	------------	-----------

Với k là số nguyên dương, ta có:

$$\frac{1}{(2k-1) \cdot (2k+1)} = \frac{1}{2} \left[\frac{(2k+1) - (2k-1)}{(2k-1) \cdot (2k+1)} \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(2k-1)} - \frac{1}{(2k+1)} \right).$$

Khi đó:
$$u_n = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{(2n-1)} - \frac{1}{(2n+1)} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{(2n+1)} \right] = \frac{n}{2n+1}.$$

Vậy $u_n = \frac{n}{2n+1}$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát ta có:

$$u_{2021} = \frac{2021}{2.2021+1} = \frac{2021}{4043}$$

$$u_{2022} = \frac{2022}{2.2022+1} = \frac{2022}{4045}$$

$$u_{2023} = \frac{2023}{2.2023+1} = \frac{2023}{4047}.$$

$$u_{2024} = \frac{2024}{2.2024+1} = \frac{2024}{4049}.$$

Câu 3: Một mẫu số liệu được cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Tần số	11	31	45	21	12

- (I) Mẫu trên có: 110 số liệu
- (II) Mẫu trên chia thành 5 nhóm.
- (III) Tần số của nhóm [0; 5) bằng 11
- (IV) Tần số của nhóm [20; 25) là cao nhất

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Đúng	(III) Đúng	(IV) Sai
---------	-----------	------------	----------

Mẫu trên có: 11 + 31 + 45 + 21 + 12 = 120 số liệu (cỡ mẫu) được chia thành 5 nhóm.

Tần số nhóm 1, 2, 3, 4, 5, theo thứ tự là 11, 31, 45, 21, 12.

Câu 4: Cho tứ giác ABCD có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Khi đó:

- (I) Số đo góc nhỏ nhất bằng 24°
- (II) Số đo góc lớn nhất bằng 196°
- (III) Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng 220°
- (IV) Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng 168°

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Sai	(III) Sai	(IV) Đúng
----------	----------	-----------	-----------

Đặt $u_1; u_2; u_3; u_4$ theo thứ tự là số đo bốn góc của tứ giác ABCD, gọi q là công bội của cấp số nhân $u_1; u_2; u_3; u_4 \Rightarrow q = 2$.

Ta có:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1 - q^4}{1 - q} = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1 - 2^4}{1 - 2} = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 24^\circ \\ q = 2 \end{cases}.$$

Vậy số đo bốn góc của tứ giác ABCD là: 24°; 48°; 96°; 192°.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình vuông ABCD có tâm O và một trục (i) đi qua O. Xác định số đo góc giữa tia OA với trục (i) biết trục (i) đi qua trung điểm I của cạnh AB là bao nhiêu độ?

Trả lời: $\angle(OA; (i)) = 45^\circ$

Hướng dẫn giải

Ta có:

$\angle AOB = 90^\circ$, tam giác AOB vuông cân tại O.

(i) đi qua trung điểm I của AB nên $(i) \perp AB$, (i) là đường phân giác của $\angle AOB$.

$\angle(OA; (i)) = 45^\circ$.

$$B = \frac{2 \sin(x - 4\pi) + \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = k \tan x$$

Câu 2: Biểu thức

, khi đó: $k = ?$

Trả lời: -3

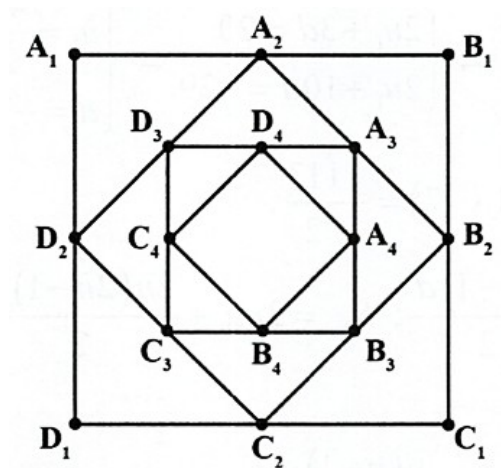
Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} B &= \frac{2 \sin x + \cos\left(x - \frac{\pi}{2} - 2\pi\right)}{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} - x\right)} = \frac{2 \sin x + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{-\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} = \frac{2 \sin x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{-\cos x} \\ &= \frac{2 \sin x + \sin x}{-\cos x} = -3 \tan x \end{aligned}$$

Câu 3: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 4. Với mọi số nguyên dương $n \geq 2$, gọi A_n, B_n, C_n, D_n lần lượt là trung điểm của các cạnh $A_{n-1}B_{n-1}, B_{n-1}C_{n-1}, C_{n-1}D_{n-1}, D_{n-1}A_{n-1}$. Gọi S_n là diện tích của tứ giác $A_nB_nC_nD_n$. Tính S_{12} .

Trả lời: $\frac{1}{32768}$

Hướng dẫn giải



Ta thấy mỗi tứ giác $A_nB_nC_nD_n$ là một hình vuông có cạnh là A_nB_n .

Ta có: $A_1B_1 = 4, A_2B_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} A_1B_1 = 2\sqrt{2}, A_3B_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} A_2B_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 A_1B_1 = 2, \dots$

Tổng quát: $A_nB_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} A_1B_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} \cdot 4 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n+3}$

Diện tích hình vuông $A_nB_nC_nD_n$ là $S_n = (A_nB_n)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+3}$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Áp dụng với $n = 12$ có: $S_{12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15} = \frac{1}{32768}$

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu bằng 1 và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950. Tính tổng $\frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}u_{50}}$.

Trả lời: $S = \frac{49}{148}$

Hướng dẫn giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng đã cho.

Ta có: $S_{100} = \frac{100}{2}(2u_1 + 99d) = 50(2.1 + 99d) = 14950 \Rightarrow d = 3$

Đặt $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$

Ta có: $S.d = \frac{d}{u_1 u_2} + \frac{d}{u_2 u_3} + \dots + \frac{d}{u_{49} u_{50}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}}$

$= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_3} - \dots + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = 1 - \frac{1}{1 + 49.3} = \frac{147}{148}$

Suy ra: $S = \frac{147}{148} : 3 = \frac{49}{148}$

Câu 5: Tìm số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) , biết: $\begin{cases} u_5 + u_2 = 36 \\ u_6 - u_4 = 48 \end{cases}$

Trả lời: 2

Hướng dẫn giải

Ta có: $\begin{cases} u_5 + u_2 = 36 \\ u_6 - u_4 = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^4 + u_1 \cdot q = 36 \\ u_1 \cdot q^5 - u_1 \cdot q^3 = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 (q^4 + q) = 36 \\ u_1 (q^5 - q^3) = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{36}{q^4 + q} \\ \frac{q^4 + q}{q^5 - q^3} = \frac{36}{48} \end{cases}$

$\Rightarrow 4 \cdot (q^4 + q) = 3 \cdot (q^5 - q^3)$

$\Leftrightarrow 4q^4 + 4q = 3q^5 - 3q^3 \Leftrightarrow 4q^4 + 4q - 3q^5 + 3q^3 = 0$

$\Leftrightarrow q(-3q^4 + 4q^3 + 3q^2 + 4q) = 0 \Leftrightarrow -q(q+1)(q-2)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} q = 0 \\ q = -1 \\ q = 2 \\ 3q^2 - q + 2 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow q = 2$ (do $q \neq 0; q \neq -1$)

Với $q = 2$ thì $u_1 = \frac{36}{2^4 + 2} = 2$

$\Leftrightarrow q(-3q^4 + 4q^3 + 3q^2 + 4q) = 0 \Leftrightarrow -q(q+1)(q-2)(3q^2 - q + 2) = 0$

Vậy $q = 2; u_1 = 2$

Câu 6: Kết quả thu thập điểm số môn Toán của 25 học sinh khi tham gia kì thi học sinh giỏi toán 11.(thang điểm 20) cho ta bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	1	7	12	3	2

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Trả lời: 9,5.

Hướng dẫn giải

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 25$. Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{25}$ là điểm số của 25 học sinh trong kì thi đó và dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu là $x_{13} \in [8; 12)$.

Ta có: $n = 25, n_m = 12, C = 1 + 7 = 8, u_m = 8, u_{m+1} = 12$.

Trung vị mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} (u_{m+1} - u_m) = 8 + \frac{\frac{25}{2} - 8}{12} (12 - 8) = 9,5.$$

Hết

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.