PHÒNG GD VÀ ĐT THỊ XÃ BA ĐỒN **ĐỀ KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI**

MÔN TOÁN 9- NĂM HỌC 2023-2024

*(Thời gian 150 phút không kể thời gian giao đề)*

**Câu 1 (2,0 điểm):**

Cho biểu thức  Với  và 

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tính giá trị của biểu thức  khi 

**Câu 2 (2,0 điểm):**

a) Giải phương trình: .

b) Cho hệ phương trình:  (với  là tham số).

Tìm  để hệ phương trình đã cho có nghiệm  thỏa mãn hệ thức:

.

**Câu 3 (1,5 điểm):** Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý. Chứng minh rằng:



**Câu4 (3,5 điểm):** Cho điểm A cố định nằm ngoài đường tròn (O;R).Qua A vẽ đường thẳng d vuông góc với OA. Gọi M là điểm bất kì trên đường thẳng d. Từ M vẽ hai tiếp tuyến ME, MF với đường tròn (O) ( E, F là tiếp điểm ). N và B là giao điểm của EF với OM và OA.

a) Chứng minh ON.OM = OA.OB

b) Vẽ tiếp tuyến AD, AC đến (O) (C, D là tiếp điểm). Chứng minh rằng ba điểm C, D, B thẳng hàng.

c) Xác định vị trí của M để diện tích tam giác MEF nhỏ nhất.

**Câu 5 (1,0 điểm):**

Tìm nghiệm nguyên của phương trình 

-----------------------------------Hết--------------------------------------

|  |  |
| --- | --- |
| PHÒNG GD VÀ ĐT TX BA ĐỒN | **HƯỚNG DẪN CHẤM**  **MÔN TOÁNLỚP 9 NĂM HỌC 2023 – 2024** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1**  **(2,0đ)** | a) ĐKXĐ:  và  Ta có        Vậy vớí  và  ta có | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
| b)  Ta có      (vì )  Thay  vào biểu thức thu gọn ta được | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
| **2**  **(2,0đ)** | TH1: (không có giá trị nào của  thỏa mãn).  TH2:  Vậy tập nghiệm của phương trình là | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
|  | b)    Do đó hệ phương trình có nghiệm duy nhất là:  Thay  và vào hệ thức:  Ta được:      Vậy để hệ phương trình đã cho có nghiệm  thỏa mãn hệ thức:  thì  hoặc . | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
| **3**  **(1,5đ)** | Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý. Chứng minh rằng:    Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho các số dương ta được    Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được    Bất đẳng thức được chứng minh. Dấu đẳng thức xẩy ra khi | 0,75  0,25  0,25  0,25 |
| **Câu4**  **(3,5 đ)** |  | 0,5 |
|  | a) ME = MF (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)  = >MEF cân tại M  Mà MO là đường phân giác (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)  Nên MO củng là đường cao  = > MO EF tại N  = > ONB = 900  Ta cóMAO = 900 (gt)  Xét ONB và OMA có  NOB chung  ONB =MAO = 900  = > ONB OAM (g.g)  = >  = > ON.OM = OA.OB | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
|  | b) MEOE ( Tính chất của tiếp tuyến)  MEO vuông tại E có ENOM  Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có  OE2 = ON.OM  Mà ON.OM = OA.OB ( chứng minh câu a)  OE = OD ( bán kính)  = > OD2 = OA.OB  = >  Xét OBD và ODA ta có  BOD chung    = > OBD ODA (c.g.c)  = >OBD =ODA  Mà ODA = 900 nên OBD = 900  = > BDOA tại B ( \* )  AC = AD (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)  = > CAD cân tại A  Mà AO là đường phân giác (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)  Nên AO củng là đường cao  = > DCOA (\*\*)  Từ ( \* ) và (\*\*) suy ra BD và DC trùng nhau  = > C,B,D thẳng hàng. | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
|  | c) Xét (O) ta có  ON là khoảng cách từ O đến dây EF  OB là khoảng cách từ O đến dây CD  ON  OB ( Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên)  = >EF  CD  = >  EF  CD (1)  Ta có  OM  OA (Quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc) (2)  OB  ON (Quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc) (3)  Công vế theo vế của (1) và (2) ta có  OM + OB  OA+ON  = > OM - ON  OA- OB = > MN  AB (4)  Từ (1) và (4) ta có  EF.MN  CD.AB  = >  Dấu bằng xảy ra  Vậy diện tích tam giác MEF nhỏ nhất khi M trùng A | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
| **Câu 5**  **(1,0đ)** | Tìm nghiệm nguyên của phương trình  Ta có:  **.** Ta có      Nhận thấy  nên ta phải phân tích số 56 thành tích của ba số nguyên mà tổng hai số đầu bằng số còn lại.  Như vậy ta có        Vậy phương trình có 6 nghiệm nguyên như trên. | 0,25  0,25  0,25  0,25 |