|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **NAM ĐỊNH** | **ĐỀ THI VÀO 10 CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2018-2019**  **Môn: TOÁN CHUYÊN** |

**Câu 1 (2 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức 
2. Chứng minh rằng 

**Câu 2 (2 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 3 (3 điểm)**

Cho đoạn thẳng AB và C là điểm nằm giữa A và B. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB, vẽ nửa đường tròn đường kính AB và nửa đường tròn đường kính BC. Lấy điểm M thuộc nửa đường tròn đường kính BC (M khác B, C). Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC); đường thẳng MH cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K. Hai đường thẳng AK, CM cắt nhau tại E

1. Chứng minh 
2. Từ C kẻ CN vuông góc với AB (N thuộc nửa đường tròn đường kính AB). Gọi P là giao điểm của NK và CE. Chứng minh rằng tâm đường tròn nội tiếp của các tam giác BNE và PNE cùng nằm trên đường BP
3. Cho . Gọi lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác và . Xác định vị trí điểm M để chu vi tam giác lớn nhất

**Câu 4 (1,5 điểm)**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn 
2. Có bao nhiêu số tự nhiên không vượt quá 2019 thỏa mãn  chia hết cho 6

**Câu 5 (1,5 điểm)**

1. Cho các số thực dương thỏa mãn 

Chứng minh rằng: 

1. Cho 100 điểm trên mặt phẳng sao cho trong bất kỳ 4 điểm nào cũng có ít nhất 3 điểm thẳng hàng. Chứng minh rằng ta có thể bỏ đi một điểm trong 100 điểm đó để 99 điểm còn lại cùng thuộc 1 đường thẳng.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1:**



Điều kiện : 



1. **Chứng minh rằng…….**

Ta có: 

ta có: 

Ta có: nên 

Tương tự ta có:





**Câu 2.**

1. Điều kiện: 



Vậy phương trình có nghiệm duy nhất 

1. Điều kiện: 



Ta có: 



Đặt 





+)TH1: 

Khi đó 

(vô lý)

+)TH2: Chia cả 2 vế của phương trình (\*\*) cho ta được:



Khi đó ta có:



Đặt 

Ta có: 

có ít nhất một nghiệm trong đoạn 

Lại có: là nghiệm của (3) 

Vậy hệ phương trình có nghiệm 

**Câu 3:**

****

1. Ta có (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Hai điểm M và K cùng nhìn BE dưới một góc Tứ giác BMKE là tứ giác nội tiếp

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung BM)

Mà (cùng phụ với 

Xét tam giác và tam giác có:

chung; 

(g.g)

1. Ta có: vuông tại N

Từ (1) và (2)cân tại B và B thuộc trung trực của NE

Ta có: (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung BK)

Mà 

Từ (3) và (4) cân tại PP thuộc đường trung trực của NE

là trung trực của NE

Do tam giác cân tại B và tam giác cân tại P nên trung trực BP đồng thời là đường phân giác . Do đó tâm đường tròn nội tiếp các tam giác BNE và cùng nằm trên BP

1. Gọi G, F lần lượt là giao điểm của với MC và MB

Ta có: và 



Ta có: 

Vì là phân giác của hai góc kề bù 

Xét tam giác và có 



(hai góc tương ứng). Mà 

Tứ giác là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối là 

(cùng bù với vuông cân tại M

Xét tam giác và tam giáccó:



chung



Chứng minh tương tự ta có và 

Chu vi tam giác là:

Để chu vi tam giác lớn nhất 

Xét tam giác vuông cân có 

là điểm chính giữa cung BC

**Câu 4.**





 hoặc 

**** hoặc 

Vậy các cặp nguyên thỏa mãn là 

1. **Có bao nhiêu số tự nhiên n…..**



Ta có : là tích 3 số tự nhiên liên tiếp nên 

Để chia hết cho 6 thì phải chia hết cho 6

Ta có: 

Đặt ta có: 

Vậy có số tự nhiên n thỏa mãn chia hết cho 6

**Câu 5**

1. Ta có: 

Từ giả thiết ta có: 





Vậy đẳng thức được chứng minh.



Xét tam giác ABC với A, B, C là 3 điểm trong 100 điểm đã cho

Lấy D là điểm thứ tưAB, hoặc AC, hoặc BC

Không mất tính tổng quát ta giả sử BC

Lấy E là điểm thứ 5

Nếu AB thì trong 4 điểm A, D, C, E không có 3 điểm nào thẳng hàng

Nếu AD thì trong 4 điểm A, B, C,E không có 3 điểm nào thẳng hàng

Nếu AC thì trong 4 điểm A, D, B, E không có 3 điểm nào thẳng hàng

Do đó BC

Tương tự ta chứng minh được 95 điểm còn lại đều thuộc BC. Cho nên nếu bỏ đi điểm A thì 99 điểm còn lại đều thuộc BC.

