|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD & ĐT HÀ TĨNH**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**  **LỚP 9 NĂM HỌC 2021-2022**  **MÔN TOÁN**  *Thời gian làm bài : 120 phút* |

**I.PHẦN GHI KẾT QUẢ (Thí sinh chỉ cần ghi kết quả vào tờ giấy thi)**

**Câu 1.**Cho . Tính giá trị của biểu thức 

**Câu 2.**Tính giá trị của biểu thức khi 

**Câu 3.**Cho các số thỏa mãn và . Tính giá trị của biểu thức 

**Câu 4.** Giải phương trình 

**Câu 5.**Giải hệ phương trình 

**Câu 6.**Tìm bốn chữ số tận cùng của viết trong hệ thập phân  **Câu 7.**Cho hình vuông cạnh và hai nửa đường tròn bán kính cùng bằng a, tiếp xúc nhau như hình vẽ. Một đường tròn tiếp xúc với hai nửa đường tròn đã cho và tiếp xúc với cạnh của hình vuông. Tính diện tích của hình tròn 



**Câu 8.**Cho đường thẳng với Biết rằng đường thẳng luôn cắt trục tọa độ tại hai điểm phân biệt. Tính giá trị nhỏ nhất của 

**Câu 9.**Cho tam giác nhọn cân tại A, đường cao trực tâm H. biết Tính độ dài đoạn AD

**Câu 10.** Trên bảng có 2022 số tự nhiên khác nhau từ 1 đến số 2022. Lần thứ nhất xóa đi 2 số bất kỳ và viết tổng của chúng lên bảng, lúc này trên bảng còn 2021 số. Lần thứ hai xóa đi 2 số bất kỳ và viết tổng của chúng lên bảng và cứ tiếp tục như vậy. Hỏi lần thứ 2021, trên bảng còn lại số nào ?

**II. PHẦN TỰ LUẬN (**Thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)

**Câu 11.**Giải phương trình nghiệm nguyên 

**Câu 12.**Cho đường tròn đường kính và điểm A di động trên đường tròn (A khác và C). Gọi là chân đường vuông góc kẻ từ đến cạnh của tam giác Gọi D là trung điểm của Qua kẻ đường thẳng vuông góc với cắt tại E

1. Chứng minh rằng 
2. Chứng minh rằng là trung điểm của Tìm quỹ tích điểm 

**Câu 13.** Cho là các số thực dương thỏa mãn 

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**I.PHẦN GHI KẾT QUẢ (Thí sinh chỉ cần ghi kết quả vào tờ giấy thi)**

**Câu 1.Cho . Tính giá trị của biểu thức **

Ta có : 

**Câu 2.Tính giá trị của biểu thức khi **

Ta có: 

**Câu 3.Cho các số thỏa mãn và . Tính giá trị của biểu thức **

Ta có : 

**Câu 4. Giải phương trình **

ĐKXĐ: Ta có :



**Câu 5.Giải hệ phương trình **

ĐKXĐ: . Ta có : 



Vì Do đó thay vào phương trình được :



Hệ phương trình có nghiệm 

**Câu 6.Tìm bốn chữ số tận cùng của viết trong hệ thập phân**

Ta có : 

Do đó (mod Mà 

Do đó 4 chữ số tận cùng là 5625 **Câu 7.Cho hình vuông cạnh và hai nửa đường tròn bán kính cùng bằng a, tiếp xúc nhau như hình vẽ. Một đường tròn tiếp xúc với hai nửa đường tròn đã cho và tiếp xúc với cạnh của hình vuông. Tính diện tích của hình tròn **

****

Gọi điểm tiếp xúc của 2 nửa đường tròn là E. Hình vuông đường tròn tiếp xúc với AD tại P cắt PE tại Q và tiếp xúc với nửa đường tròn (O) tại N. Kẻ tiếp tuyến chung của đường tròn (I) với đường tròn (O) cắt AD tại M.

Ta có nên vuông tại N

thẳng hàng. Dễ dàng chứng minh được là hình vuông

Xét và có :



Suy ra diện tích hình tròn là 

**Câu 8.Cho đường thẳng với Biết rằng đường thẳng luôn cắt trục tọa độ tại hai điểm phân biệt. Tính giá trị nhỏ nhất của **

Gọi là điểm cố định mà đường thẳng luôn đi qua với mọi 

Khi đó ta có : với mọi m

Suy ra . Suy ra tọa độ điểm 

Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ đến 

Áp dụng hệ thức lượng ta có : 

Vậy 

**Câu 9.Cho tam giác nhọn cân tại A, đường cao trực tâm H. biết Tính độ dài đoạn AD**

****

Gọi E là giao điểm của BH với AC. Gọi K là điểm đối xứng với H qua BC

Dễ dàng chứng minh được là hình thoi. ta có :



Hay vuông tại B

Ta có . Đặt 

Suy ra 

Do đó 

**Câu 10. Trên bảng có 2022 số tự nhiên khác nhau từ 1 đến số 2022. Lần thứ nhất xóa đi 2 số bất kỳ và viết tổng của chúng lên bảng, lúc này trên bảng còn 2021 số. Lần thứ hai xóa đi 2 số bất kỳ và viết tổng của chúng lên bảng và cứ tiếp tục như vậy. Hỏi lần thứ 2021, trên bảng còn lại số nào ?**

Mỗi lần xóa đi hai số a,b lại viết thêm lên bảng số bằng nên tổng các số trên bảng không thay đổi. Do đó sau 2021 lần thực hiện thì trên bảng còn số



**II. PHẦN TỰ LUẬN (Thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)**

**Câu 11.Giải phương trình nghiệm nguyên **

Ta có :



Suy ra là số chính phương

Đặt .

Do và nên chỉ xảy ra các trường hợp sau :





Vậy phương trình có tập nghiệm 

**Câu 12.Cho đường tròn đường kính và điểm A di động trên đường tròn (A khác và C). Gọi là chân đường vuông góc kẻ từ đến cạnh của tam giác Gọi D là trung điểm của Qua kẻ đường thẳng vuông góc với cắt tại E**

****

1. **Chứng minh rằng **

Ta có và 





1. **Chứng minh rằng là trung điểm của Tìm quỹ tích điểm **

Ta có : . Mặt khác 



Hay B là trung điểm của 

Gọi là điểm đối xứng với O qua B. Ta có :

không đổi

Vì cố định nên I cố định. Do đó điểm E chạy trên đường tròn 

**Câu 13. Cho là các số thực dương thỏa mãn **

**Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức **

Ta có 



Mặt khác . Do đó :



Áp dụng BĐT Cauchy ta có :



Do đó :



Vậy 