**BÀI 5. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI**

**VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN.**

**I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

1. Đê’ rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai, ta cần biết vận dụng linh hoạt và phù họp các phép biên đổi đơn giản như:

* Đưa thừa sô' ra ngoài dâu căn;
* Đưa thừa sô' vào trong dâu căn;
* Trực căn thức ở mẫu;
* Quy đồng mẫu thức...

2. Các bài toán liên quan đến bài toán rút gọn biêu thức chứa căn bậc hai thường là:

* Tìm giá trị của biểu thức khi biết giá trị của biến;
* Tìm giá trị của biến khi biết giá trị của biểu thức;
* Tìm giá trị nguyên của biến đê’ biểu thức nhận giá trị nguyên;
* Tìm giá trị thực của biến đế biểu thức nhận giá trị nguyên;
* So sánh biểu thức với một sô' hoặc một biếu thức khác;
* Tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhò nhất cua biêu thức...

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Rút gọn biểu thức chúa căn bậc hai và tìm giá trị của biểu thúc khi biết giá trị của biến *Phương pháp giải:* Thực hiện theo hai bước:

Bước 1. Để rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai đã cho, ta sử dụng các phép biên đổi như đưa thừa sô' ra ngoài hoặc vào trong dâu căn, trục căn thúc ờ mẫu, quy đồng mẫu thức... một cách linh hoạt.

Bước 2. Đê’ tìm giá trị của biểu thức khi biết giá trị cùa biên ta rút gọn giá trị của biên (nêu cần) sau đó thay vào biểu thức đã dược rút gọn ở trên và tính kết quả.

* 1. **CÁC BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 1: Rút gọn biểu thúc chứa căn bậc hai và tìm giá trị của biểu thức khi biết giá trị của biến.**

**1A. Cho biểu thức**

1. **Rút gọn P**
2. **Tính giá trị của P trong các trường hợp:**

**i)**

 **ii)**

**1B. Cho biểu thức**

1. **Rút gọn Q**
2. **Tính giá trị của Q trong các trường hợp:**

**Dạng 2: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và tìm giá trị của biến khi biết giá trị của biểu thức.**

**2A. Cho biểu thức**

1. **Rút gọn M**
2. **Tìm x để**

**2B. Cho biểu thức**

1. **Rút gọn N**
2. **Tìm x để**

**Dạng 3: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và tìm giá trị của biến để biểu thức đạt giá trị nguyên.**

**3A. Cho biểu thức**

1. **Rút gọn A**
2. **Tìm x nguyên để có giá trị nguyên**

**3B. Cho biểu thức**

1. **Rút gọn B**
2. **Tìm x nguyên để C = A ( B – 2 ) có giá trị nguyên**

**4A. Cho biểu thức**

1. **Rút gọn P**
2. **Tìm x thực để có giá trị nguyên**

**4B. Cho hai biểu thức**

1. Rút gọn A
2. Tìm x thực để M= A - B có giá trị nguyên

**Dạng 4: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và so sánh biểu thức với một số (hoặc một biểu thức khác).**

**Phương pháp giải: Để so sánh một biểu thức M với một số a, ta xét hiệu M-a và xét dấu của hiệu này, từ đó đi đến kết quả của phép so sánh.**

**5A. Cho hai biểu thức**

1. **Rút gọn B**
2. **So sánh**

**5B. Cho các biểu thức:**

1. Rút gọn các biểu thức A và B
2. Đặt . hãy so sánh P với 1

**Dạng 5: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai và tìm giá trị lớn nhất( hoặc giá trị nhỏ nhất) của biểu thức.**

**Phương pháp giải: Chú ý rằng**

* Biểu thức P có giá trị lớn nhất là a, kí hiệu với mọi giá trị của biến và tồn tại ít nhất một giá trị của biến để dấu “=” xảy ra.

* Biểu thức P có giá trị nhỏ nhất là b, kí hiệu với mọi giá trị của biến và tồn tại ít nhất một giá trị của biến để dấu “=” xảy ra.

**6A. Cho hai biểu thức**

1. Rút gọn B
2. Đặt . Tìm giá trị nhỏ nhất của P

6B. Cho biểu thức

1. Rút gọn *P.*
2. Tìm giá trị lớn nhâ't của *P.*

II. BÀI TẬP VỂ NHÀ

7. Cho biêu thức:

1. Rút gọn M.
2. Tính giá trị của *M* khi X = 11 - 6.

1. Tìm các giá trị thực của x để *M* = 2.
2. Tìm các giá trị thực của x đê’ *M* < 1.
3. Tìm các giá trị X nguyên để *M* nguyên.

\_ 3x + V9x-3 Vx+1 Vx-2 ,

8. Cho biêu thức:

1. Rút gọn Q.
2. Tính giá trị của Q khi x = 4 + 2.

1. Tìm các giá trị của x đê’ *Q* = 3.
2. Tìm các giá trị của x để *Q >*

1. Tìm .

9. Với cho biểu thức:



1. Rút gọn P.
2. Tìm giá trị của x đê’ P < .

1. Tìm giá trị của x để P **=**

1. Tìm x nguyên đế Pnguyên.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

10. Cho biểu thức:

1. Rút gọn P.
2. Tìm các giá trị của x thỏa mãn P < .

1. Tìm giá trị nhỏ nhâ't của P.

11\* Cho biêu thức

1. Rút gọn N.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của N.
3. Tìm x đê’ biểu thức *M = * nhận giá trị nguyên.

12. Chứng minh các đẳng thức sau:

 a) 

 b) .

BÀI 5. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

1A. a) Rút gọn ta được

 

Thay x=4 vào P tính được P=

ii) Tìm được x=2 

Thay x=2 vào P tính được P=

1B. a) Rút gọn ta được 



Thay x=1 vào Q tính được Q= 2

ii) Tìm được x=2 

Thay x=2 vào Q tính được Q=

2A. a) Rút gọn ta được 

b) Ta có 

Giải ra ta được x=

2B. a) Rút gọn ta được 

b) Ta có 

Giải ra ta được 

3A.a) Rútgọn ta được 

b) Rút gọn ta được 

Để M nguyên, ta cần có 

Từ đó tìm được x=6

3B. a) Rútgọn ta được 

b) Rút gọn ta được 

ta có C nguyên,  Giải ra ta được 

Ta có c nguyên <=> (yfx —2) e ư(2).

4A. a) Rút gọn ta được  

Đặt  . Ta có 

Cách 1. Tìm *được 0 <* M * Mà*  

*Từ đó tìm được* x =** ; *x = *

4B. a) Rút gọn ta được  

b) Ta có  

*Cách* 1. Tìm được 0  < 1. Mà  *M* = 0.

Từ đó tìm được x = 0 (TMĐK).

*Cách 2.* Đặt  với *n* nguyên.

Ta có 

Từ đó tìm được x = 0 (TMĐK ).

5A. a) Rút gọn ta được 

b) Rút gọn ta được 

Xét hiệu C-3 = 

Từ đó ta có C> 3.

5B. a) Rút gọn ta được  và 

b) Ta có và *P*-1 = < 0 nên *P*< 1.

6A. a) Rút gọn ta được 

b) Tìm được 

Ta có 

Dấu"=" xảy ra (TMĐK  ).

Vậy tìm được 

6B.

1. Rút gọn ta được 
2. Tìm được 

7.

1. Rút gọn ta được 
2. Từ  (TMĐK ).

Thay  vào M tính được M = 1 - 2.

1. Tìm được x = 49.
2. Ta có *M <* 1  < 0. Từ đó tìm được 
3. Ta có 

Từ điều kiện x và *M* nguyên ta tìm được x = {l; 16; 25; 49}.

8. a) Gợi ý: 

Rút gọn ta được  

b) Ta có  (TMĐK).

Thay  vào *Q* tìm được 

c) Ta có Q = 3 <=> x= 4 (TMĐK).

d) Ta có 

e) Tương tự 3A. Ta có *Q* = 1 +

Từ đó tìm được x {0;4;9}.

9. a) Rút gọn ta được  

b) Ta có  . Từ đó tìm được 

c) Giải  tìm được x = 4 (TMĐK).

 d) Ta có • Từ điều kiện *P* nguyên, tìm được x = 0

 e) Từ  tìm được Pmin = -1 <=> x = 0.

10. a) Rút gọn thu được  

Ta có 

Giải ra và kết hợp điều kiện ta được 

c) Tương tự 6A. Ta có 

Từ đó tìm được 

11. a) Rút gọn ta được  với x > 0 và  .

 b) Ta có  . Dâù ”=” xảy ra 

Vậy 

c) *Trường hợp* 1. Xét x = O => M = O Z.

*Trường hợp 2.* Xét 



Khả *năng* 1. Với M = 1, tìm được x = 7 ± *3*  (TM).

 *Khả năng* 2. Với *M* = 2, tìm được x = 1 (KTM).

Vậy các giá trị tìm được là x = 0 hoặc x = 7 ± 3**.

12. a) Sử dụng công thức: 

Ta có VT = 

b) 