Diện tích hình phẳng giới bạn bởi Parabol và đường thẳng  là

.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng  là



Từ giả thiết suy ra . Vậy .

**Bài 9:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Do tam giác  là tam giác đều có cạnh  nên

 và .

Gắn trục tọa độ  như hình vẽ, ta có , .

Phương trình đường parabol đi qua 3 điểm  có đỉnh  có dạng .

Thay toạ độ điểm  vào  suy ra 

Phương trình đường tròn tâm  bán kính  là .

 Phương trình một phần cung nhỏ  có dạng 

Vậy diện tích phần gạch chéo bằng .

**Bài 10:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Ta xác định hệ tọa độ đặt vào tâm khu đất như hình vẽ. Khi đó phương trình đường tròn khu đát có tâm  và bán kính  là: .

Ta có phần nửa cung tròn phía trên  có phương trình: .

Khi đó diện tích trồng rau bằng hai lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, đồ thị  và hai đường thẳng . Do đó: .

Đặt .

Đổi cận .

.

Vậy diện tích phần đất còn lại là: .

**Bài 11:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Gọi  là diện tích hình vuông,  là diện tích khoét đi.

Ta có  và .

(vì mỗi phần bị khoét đi là nửa elip có ).

Vậy diện tích bề mặt hoa văn là .

**Bài 12:**



Giả sử phương trình elip .

Theo giả thiết ta có

 

.

Diện tích của elip  là .

Ta có:  với d:  và .

Khi đó, diện tích phần không tô màu là .

Diện tích phần tô màu là .

Số tiền để sơn theo yêu cầu bài toán là

 đồng.

**Bài 13:**



Vì elip có độ dài trục lớn , độ dài trục bé  nên elip có diện tích là .

Gắn hệ trục tọa độ  sao cho  trùng  trùng  khi đó elip có
phương trình chính tắc 

 

Vì  nên  có phương trình là  và .

Vì điểm .

Suy ra 

Nên diện tích phần lát gạch trắng là:  gán biến .

Suy ra diện tích phần lát gạch xanh là .

Vậy chi phí cần tìm là:  đồng.

**Bài 14:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Chứng minh: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi elip  là .

Thật vậy, phần đường elip nằm trên trục hoành có phương trình .

Do  là trục đối xứng của elip  nên

diện tích hình phẳng giới hạn bởi elip  là .

Đặt  với  ta được .

Xét mảnh vườn: .

Diện tích trồng cây con là: .

Diện tích trồng rau là: .

Thu nhập từ mảnh vườn là:  (đồng).

**Bài 15:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

Khi đó phương trình đường tròn là:

 

Phương trình elip là:

 

Do tính đối xứng nên diện tích phần trồng cỏ sẽ là:

 

**BÀI 7. THỂ TÍCH VẬT THỂ TRÒN XOAY GIỚI HẠN BỞI CÁC ĐỒ THỊ HÀM XÁC ĐỊNH**

**Bài 1:**

Xét hệ trục tọa độ  như hình vẽ (trục hoành trùng với trục của trống, gốc tọa độ  trùng với tâm trống, đơn vị: m ).

![](data:application/octet-stream;base64...)

Theo giả thiết elip  có phương trình là

.

Thể tích của cái trống là .

Vậy thể tích của cái trống trường là .

**Bài 2:**



Xét hình phẳng  (hình vẽ). Thể tích khối được giới hạn bởi bề mặt của trống là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng  quanh trục hoành.

Gọi phương trình parabol đi qua 3 điểm  là

 

Thay tọa độ các điểm  vào phương trình của  ta được: 

Thể tích cần tìm

 

**Bài 3:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Chọn hệ trục tọa độ  như hình vẽ. Khi đó đường Elip có phương trình: . Thùng rượu là vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đường elip, trục , các đường thẳng  quay xung quanh trục .

Ta có  suy ra thể tích thùng rượu là

 (lít).

**Bài 4:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Vì đáy bình và miệng bình có đường kính lần lượt là 2 và 4 nên bán kính của đáy bình và miệng bình lần lượt là 1 và 2 .

Ta có  và .

Vậy thể tích của bình cắm hoa là

 

**Bài 5:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Từ hình vẽ ta có được 

Ta có  là đường thẳng có hệ số góc bằng 0 nên  là tiếp tuyến tại điểm cực trị  có hoành độ âm của hàm số .

Từ hình vẽ ta thấy được  có một điểm cực trị âm là 

.

Xét phương trình .

Khi đó thể tích vật thể được tạo ra khi xoay hình phẳng  quanh trục  là:

 

**Bài 6:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Cách 1: Ta xây dựng hệ trục tọa độ  như hình vẽ

Ta có .

Ta có .

Đường tròn  có phương trình là: 

.

Đường tròn  có phương trình là: .

Thể tích cần tìm: .

Cách 2: Chọn hệ tọa độ  với .

Cạnh .

Phương trình đường tròn .

Kí hiệu  là hình phẳng giới hạn bởi các đường , trục .

Kí hiệu  là hình phẳng giới hạn bởi các đường , trục .

Khi đó thể tích  cần tính chính bằng thể tích  của khối tròn xoay thu được khi quay hình  xung quanh trục  trừ đi thể tích  của khối tròn xoay thu được khi quay hình  xung quanh trục .

Ta có .

Lại có .

Do đó .

**Bài 7:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Cách 1: Sử dụng ứng dụng của tích phân

Xét đường tròn có tâm , bán kính . Khi đó phương trình của đường tròn là: .

Thể tích lu nước cần tính chính là thể tích của khối tròn xoay khi quay đường tròn  quanh trục  và bỏ đi phần chỏm cầu giới hạn bởi 2 mặt phẳng song song và vuông góc với trục  và cách  một khoảng là 3 .

Thể tích của lu nước là: .

Cách 2: Sử dụng các công thức thể tích thông thường

Gọi  là thể tích khối cầu .

Gọi  là tổng thể tích 2 chỏm cầu bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với đường kính và cách tâm một khoảng .

Khi đó thể tích  của lu nước cần tính là: .

Cách 3:



Đặt hệ trục với tâm  là tâm của mặt cầu, đường thẳng đứng là , đường ngang là . Ta có phương trình của đường tròn lớn là . Thể tích cái lu là thể tích của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình giới hạn bởi các đường cong , trục , đường thẳng  quay quanh .

 

**Bài 8:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Phương trình đường tròn tâm  bán kính 60 cm là: .

Thể tích thùng rượu được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi ;  quanh .

 

**Bài 9:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Với  thay vào phương trình đường tròn ta được .

Hơn nữa .

Thể tích cần tìm chính là thể tích vật thể tròn xoay  quay quanh  bỏ đi phần thể tích  quay quanh .

Do đó .

**Bài 10:**

Chọn hệ trục  như hình vẽ.

![](data:application/octet-stream;base64...)

Giả sử phương trình chính tắc của elip có dạng .

Theo giả thiết ta có

 

.

Đường tròn tâm  bán kính  có phương trình .

Gọi  là thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường ,  quay xung quanh trục .

Gọi  là thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường ,  quay xung quanh trục .

Thể tích khối tròn xoay cần tìm bằng:

 

**Bài 11:**

![](data:application/octet-stream;base64...)

Xét hệ trục tọa độ  như hình vẽ parabol  có đỉnh , đi qua hai điểm  và  nên có hệ phương trình .

Suy ra 

Diện tích mặt trước của lều trại là: .

* Chọn hệ trục tọa độ  như hình vẽ



Khi đó thể tích phần không gian bên trong lều trại là 

**\* Ta có thể làm trắc nghiệm như sau: Công thức tính nhanh**

Diện tích phần gạch sọc là: , với  là đáy,  là chiều cao.

Có .

Coi khối cần tính như khối trụ thì khối có thể tích là .

**Bài 12:**

Chọn hệ trục tọa độ  như hình vẽ.

![](data:application/octet-stream;base64...)

Ta có hồ lô được tạo thành từ hình phẳng trên khi nó quay xung quanh trục .

Phương trình cung cong lớn là

.

Phương trình cung cong nhỏ là

 