



A.  $\frac{-100}{147}$

B.  $\frac{4}{3}$

C.  $\frac{3}{4}$

D.  $\frac{-8}{15}$

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Anh Sơn 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\frac{6}{7} + \frac{1}{7} : x = \frac{2}{21}$

**Câu 2. (HSG 7 huyện Đô Lương 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  thoả mãn.  $2x = \frac{3}{2}x + 25\%$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết rằng:  $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = -3$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Ứng Hòa 2022 - 2023).**

Tìm  $x$ , biết:  $\left(-1\frac{3}{5} + x\right) : \frac{12}{13} = 2\frac{1}{6}$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Liên Trường 2022 - 2023).**

Tìm  $x$ , biết:  $3\frac{1}{2} : (2x - 1) = \frac{21}{22}$

**Câu 6. (HSG 7 thành phố Sầm Sơn, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\frac{5}{11} + \frac{6}{11} : x = \frac{5}{22}$

**Câu 7. (HSG 7 thành phố Chí Linh 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết  $\frac{11}{13} - \left(\frac{5}{42} - x\right) = -\left(\frac{15}{28} - \frac{11}{13}\right)$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Nghĩa Đàn, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\frac{-8}{13} + \left(\frac{-7}{5} - x\right) = \frac{-1}{2}$

**Câu 9. (HSG 7 huyện Quốc Oai, Hà Nội 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $(0,4x - 2) - (1,5x + 1) - (-4x - 0,8) = 3,6$

**Câu 10. (Đề 66 - HSG 7 huyện Thái Thụy, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Bá Thước, THCS thị trấn Cành Nàng - 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:

a)  $(x - 2034).5 = -105$

b)  $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết  $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Ý Yên 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết  $\frac{x}{2} - \left(\frac{3x}{5} - \frac{13}{5}\right) = \frac{7}{5} - \frac{7}{10}x$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa 2021 - 2022)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{1}{11}(1 - 3x) = \frac{1}{5}x - \frac{1}{2}$

**Câu 15. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} : x = \frac{5}{6}$

**Câu 16. (HSG 7 huyện Cửa Lò, Nghệ An 2020 - 2021)**

Tìm  $x$  biết:  $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}x = -\frac{1}{4}$

**Câu 17. (HSG 7 huyện Bát Xát 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $2(x - 1) - 3(2x + 2) - 4(2x + 3) = 16$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Bá Thước 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $-\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = -3$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Đức Thọ 2021 - 2022)**

Tìm  $x$ , biết  $\frac{1}{3} : 3x = 1$

**Câu 20. (HSG 7 huyện Thường Tín 2018 - 2019)**

Tìm  $x$  biết:  $23x - \left(\frac{1}{27} - \frac{4}{9}\right) = 0$

**Câu 21. (HSG 7 huyện 2018 - 2019)**

Tìm  $x$  biết:  $3(x - 2) + \frac{2}{5} = 4$

**Câu 22. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)**

Tìm  $x, y$  biết:  $x - y = xy = x : y (y \neq 0)$

**Câu 23. (HSG 7 huyện Phù Cát 2017 - 2018)**

Tìm hai số  $x$  và  $y$  sao cho  $x + y = xy = x : y (y \neq 0)$

**Câu 24. (HSG 7 trường THCS Hưng Vũ 2018 - 2019)**

Tìm  $x$ , biết  
a)  $\frac{-2}{5} + \frac{5}{3} \left( \frac{3}{2} - \frac{4}{15}x \right) = -\frac{7}{6}$

$$b) \left( \frac{1}{4}x - 1 \right) + \left( \frac{2}{3}x - 2 \right) - \left( \frac{5}{8}x + 1 \right) = 5$$

**Câu 25. (HSG 7 huyện 2017 - 2018)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } 1\frac{1}{5} + \frac{1}{5} : x = -4$$

**Câu 26. (HSG 7 huyện Mỹ Cày 2017- 2018)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } \frac{1}{2} : 2x = -\frac{1}{3}$$

**Câu 27. (HSG 7 huyện Sông Lô, 2017 - 2018)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } \frac{1}{2016} : 2015x = -\frac{1}{2015}$$

**Câu 28. (HSG 7 trường THCS Nguyễn Chíich, huyện Đông Sơn, 2017 - 2018)**

$$x \text{ biết: } -\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$$

Tìm

**Câu 29. (HSG 7 huyện 2017 - 2018)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } 1\frac{1}{5} + \frac{1}{5} : x = -4$$

**Câu 30. (HSG 7 huyện Quốc Oai 2016 - 2017)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } 2x - \frac{1}{5} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$$

**Câu 31. (HSG 7 huyện Thanh Trì 2021 - 2022)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } \frac{3^{10} \cdot 11 + 9^5 \cdot 5}{27^3 \cdot 2^4} \cdot x = -9$$

**Câu 32. (HSG 7 huyện Hòa Bình 2016 - 2017)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } \frac{1}{2} - x : \frac{3}{5} = 2$$

**Câu 33. (HSG 7 huyện Anh Sơn - 2016 - 2017)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } 3(x - 2) + \frac{2}{5} = 4$$

**Câu 34. (HSG 7 huyện 2015 - 2016)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } -\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$$

**Câu 35. (HSG 7 huyện Thái Thụy- 2015 - 2016)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } \frac{1}{2} : 2x = -\frac{1}{3}$$

**Câu 36. (HSG 7 trường Ân Tường Đông 2014 - 2015)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết:}$$



A. 1.

B. 0.

C. 2020.

D. 2021.

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Mường Lát, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $x^2 - 2023x = 0$

**Câu 2. (HSG 7 Hưng Hà, Tây Đô 2022 - 2023)**

Tìm số nguyên  $x$  sao cho:  $(x+2)^{n+1} = (x+2)^{n+1}$ .

**Câu 3. (HSG 7 Yên Bái, Yên Bình 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $(2x-15)^5 = (2x-15)^3$

**Câu 4. (HSG 7 Sông Lô, Vĩnh Phúc, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $(2x-15)^{2023} = (2x-15)^{2021}$ .

**Câu 5. (HSG 7 huyện Anh Sơn- 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $(2x-1)^7 = (2x-1)^5$

**Câu 6. (HSG 7 huyện Tam Điệp 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+1} = 0$

**Câu 7. (HSG 7 huyện Thường Tín 2018 - 2019)**

Tìm  $x$  biết:

a) 
$$(2x-3)(3x+1) = \left( \frac{8}{2017} - \frac{8}{2018} + 27 \frac{3}{2019} \right) \cdot \left( \frac{-34}{35} + \frac{2}{5} - \frac{3}{7} + 1 \right)$$

b)  $x^2 - 5x = -6$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, tỉnh Bình Định, trường Đào Duy Từ 2018 - 2019)**

Cho đa thức  $A = 2x.(x-3) - x.(x-7) - 3.(x-673)$

Tính giá trị của  $A$  khi  $x=2$ . Tìm  $x$  để  $A=2019$ .

**Câu 9. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2018 - 2019)**

Tìm  $x$  thỏa mãn:  $(\sqrt{x}-4)(|x+2|-1)(x^2-3) = 0$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường HỒNG LĨNH 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $(x-4)^{x+3} - (x-4)^{x+13} = 0$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Phù Cát 2017 - 2018)**

Tìm  $x$ , biết:  $(x-5)^{x+1} - (x-5)^{x+13} = 0$

**Câu 12. (HSG 7 huyện 2018 - 2019)**

Tìm  $x$  biết:  $(2x-1)^7 = (2x-1)^5$

**Câu 13. (HSG 7 huyện)**



**Câu 3. (HSG 7 huyện Lạng Giang, tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)**

Biết rằng  $x$  là số hữu tỉ thỏa mãn:  $(2x - 1)^2 - 1 = 0$ . Tích của các số đó là:

- A. 1                                      B. -1                                      C. 0                                      D. 2

**Câu 4. (HSG 7 huyện Thanh Ba 2021 - 2022)**

Cho số hữu tỉ  $x$  thỏa mãn  $(x+1)^3 = 125$ , giá trị của  $\sqrt{x}$  là

- A. -4                                      B. 2                                      C. -2                                      D. 4

**Câu 5. (HSG 7 huyện Tam Nông 2021 - 2022)**

Giá trị  $x$  thỏa mãn  $\sqrt{2^x} = 16$  là

- A. 4                                      B. 6                                      C. 8                                      D. 10

**Câu 6. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, tỉnh, trường Đào Duy Từ 2018 - 2019)**

Giá trị của  $x$  trong biểu thức  $(\sqrt{x} - 1)^2 = 0,25$  là:

- A.  $\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$                                       B.  $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$                                       C.  $\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}$                                       D.  $-\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

**Câu 7. (HSG 7 huyện Tân An, 2017 - 2018)**

Cho  $a^{2m} = -4$ . Kết quả của  $2a^{6m} - 5$  là:

- A. -123                                      B. -133                                      C. 123                                      D. -128

**Câu 8. (HSG 7 huyện Lâm Thao 2016 - 2017)**

Giá trị của  $x$  trong biểu thức  $(\sqrt{x} - 1)^2 = 0,25$  là

- A.  $\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$                                       B.  $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$                                       C.  $\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}$                                       D.  $-\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

**Câu 9. (HSG 7 huyện Vĩnh Tường 2015 - 2016)**

Nếu  $3^x \cdot 3^{x+2} \cdot 3^{x+3} = 81 \cdot 3^{16}$  thì giá trị của  $x$  là

- A. 3                                      B. 4                                      C. 5                                      D. 6

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Lục Ngạn 2022 - 2023).**

Địa y là một dạng kết hợp giữa nấm (*mycobiont*) và một loại sinh vật có thể quang hợp (*photobiont* hay *phycobiont*) trong mỗi quan hệ cộng sinh. Khi trái đất nóng dần lên làm cho băng trên các dòng sông bị đóng băng tan dần. Mười hai năm sau khi băng tan, Địa y bắt đầu phát triển và nếu mỗi nhóm Địa y phát triển trên một khoảng đất hình tròn thì mối quan hệ giữa đường kính  $d$  (tính bằng *mi-li - mét*) của hình tròn đó và tuổi  $t$  của Địa y có thể biểu diễn theo công thức:  $d = 7\sqrt{t - 12}$  (với  $t \geq 12$ ). Năm 2022, người ta đã đo được đường kính của một nhóm Địa y cạnh một dòng sông là  $42\text{mm}$ . Với kết quả đo trên, em hãy tính xem băng trên dòng sông đó đã tan năm nào?

**Câu 2. (HSG 7 thị xã Thái Hòa Nghệ An 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\frac{3}{4} - (2x - 1)^2 = 50\%$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)**

Tìm  $x$ , biết:  $5 - (x - 2)^2 = -4$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Anh Sơn 2022 - 2023).**

Tìm  $x$  biết:  $\left(\frac{1}{5} - x\right)^2 = 3^2$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Lập Thạch, Vĩnh Phúc 2022 - 2023).**

Tìm  $x$ , biết  $3^{-1} \cdot 3^x + 9 \cdot 3^x = 28$

**Câu 6. (HSG 7 thành phố Ninh Bình 2022 - 2023).**

Giải các phương trình sau:  $(x+2)^{n+1} = (x+2)^{n+1}$  (với  $n$  là số tự nhiên).

**Câu 7. (HSG 7 -TP Thanh Hóa, 2022 - 2023).**

Tìm  $x$  biết:  $5^{2x-1} = 5^{2x-3} + 125.24$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Lương Tài tỉnh Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết  $5^{x+2} + 5^{x+3} = 750$

**Câu 9. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $(x+1)^{x^2+x+2} - (x+1)^{x^2+x} = 0$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Liên Trường 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $3^{x+1} + 3^{x+2} - 2 \cdot 3^x = 270$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Diễn Châu 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|-2| \cdot 3^x + 3^{x+2} = 99$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Hậu Lộc 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{1}{5^{x-1}} + 3 \cdot 5^{2-x} = \frac{16}{125}$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Tương Dương, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{234}$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Tương Dương, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} = 6^6$

**Câu 15. (HSG 7 huyện Ninh Giang, tỉnh Hải Dương 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $4^x + 5 \cdot 2^{2x+1} = 176$

**Câu 16. (HSG 7 huyện Chương Mỹ, Hà Nội 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $2^x + 2^{x+2} = 160$

**Câu 17. (HSG 7 huyện Nghĩa Đàn, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $3^{2x-1} - 2 = 160 - 5 \cdot 3^{2x-1}$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Nghi Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm số  $x$  biết:  $3^x + 3^{x+3} = 252$

**Câu 19. (HSG 7 thị xã Kỳ Anh, 2022 - 2023)**

Cho biết:  $(0,01)^{22} \cdot x = (0,001)^{23}$ . Tìm  $x$  dưới dạng lũy thừa của số hữu tỉ?

**Câu 20. (HSG 7 Hưng Hà, Thái Phương, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $5^x + 25 \cdot 5^x \cdot 5^1 + 125 \cdot 5^x \cdot 5^2 = 81275$ .

**Câu 21. (HSG 7 Yên Bình, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:

a)  $2^{x+2} - 2^x = 96$

b)  $(2x - 15)^5 = (2x - 15)^3$

**Câu 22. (HSG 7 Sóc Sơn, 2022 - 2023)**

$$5^{2x+3} \cdot 5^{3x} - 1000 \cdot 0 : 2^{2023} = 0.$$

2023 số 0

Tìm  $x$ , biết:

**Câu 23. (HSG 7 huyện Yên Bình, Yên Bái 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $(x - 1)^3 = 125$

**Câu 24. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Kim Chung 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\frac{7^{x+2} + 7^{x+1} + 7^x}{57} = \frac{5^{2x} + 5^{2x+1} + 5^{2x+3}}{131}$

**Câu 25. (HSG 7 huyện Bát Xát 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết  $5^x + 5^{x+2} = 650$

**Câu 26. (HSG 7 huyện Yên Mỹ 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $3^{x+2} - 3^{x+1} - 3^x = 135$

**Câu 27. (HSG 7 cấp thị xã 2017 - 2018)**

Tìm  $x$  biết:  $3 + 2^{x-3} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$

**Câu 28. (HSG 7 thị xã Kinh Môn, 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $(2x - 1)^2 - 4 = 21$

**Câu 29. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $(x - 1)^3 = -27$

**Câu 30. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)**

Tìm  $x$  biết:  $5^{2x-1} = 5^{2x-3} + 125 \cdot 24$

**Câu 31. (HSG 7 trường Phương Trung 2022 - 2023)**

Tìm số hữu tỉ  $x$ , biết:  $(x - 1)^5 = -243$

**Câu 32. (HSG 7 trường Phương Trung – Thanh Oai 2018-2019)**

Tìm số hữu tỉ  $x$ , biết:  $(x - 1)^5 = -243$

**Câu 33. (HSG 7 huyện Như Xuân 2018-2019)**

Tìm  $x$ , biết:  $2^{x-1} + 5 \cdot 2^{x-2} = \frac{7}{32}$

**Câu 34. (HSG 7 huyện Xuân Trường 2018-2019)**

Cặp số  $(x, y)$  nào thỏa mãn đẳng thức sau:  $3^{2x+1} \cdot 7^y = 9 \cdot 21^x$

**Câu 35. (HSG 7 huyện Nga Sơn 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} = 6^6$

**Câu 36. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $(2x - 1)^4 = 16$

**Câu 37. (HSG 7 trường Nguyễn Du 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  thỏa mãn một trong các điều kiện sau:  $3^{x+2} + 3^x = 810$

**Câu 38. (HSG 7 huyện Hòa Bình 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $2^{x+\frac{1}{2}} = 8$

**Câu 39. (HSG 7 huyện Việt Yên 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  sao cho:  $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} = 17$

**Câu 40. (HSG 7 Tỉnh Bắc Giang 2012 - 2013)**

Tìm  $x$ , biết:  $2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 10800$

**Câu 41. (HSG 7 trường Hiền Quan 2015 - 2016)**

Tìm các số  $x$  biết:  $(x - 1)^3 = -8$

**Câu 42. (HSG 7 huyện Thanh Oai 2014 - 2015)**

Tìm  $x$  biết:  $\left(x - \frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{243}$

**Câu 43. (HSG 7 trường Ân Tường Đông 2014 - 2015)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left(\frac{1}{2}\right)^{5x+\frac{1}{2}} = \frac{1}{8}$

**Câu 44. (HSG 7 THCS 2018 - 2019)**

Tìm số tự nhiên  $n$  biết:  $3^{-1} \cdot 3^n + 4 \cdot 3^n = 13 \cdot 3^5$

**Câu 45. (HSG 7 huyện Đức Thọ 2017 - 2018)**

Tìm giá trị  $n$  nguyên dương

a)  $\frac{1}{27} \cdot 81^n = 3^n$

b)  $8 < 2^n < 64$

**Câu 46. (HSG 7 THCS Phú Trường 2017 - 2018)**

Tìm các số  $a, b, c$  biết  $ab = 2, bc = 6, ac = 3$

**Câu 47. (HSG 7 trường TH Sài Gòn, 2017 - 2018)**

Tìm  $x, y$  biết:  $5^{2x-1} = 5^{2x-3} + 125.24$

**Câu 48. (HSG 7 trường Hương Điền, 2017 - 2018)**

Tìm các số  $a, b, c$  biết rằng:  $ab = c, bc = 4a, ac = 9b$

**Câu 49. (HSG 7 trường Hiền Quan, huyện Tam Nông, 2017 - 2018)**

Tìm  $x$ , biết:  $3^x + 3^{x+2} = 2430$

**Câu 50. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa, 2017 - 2018)**

Tìm  $x$  biết:  $(2x - 3)^2 = 16$

**Câu 51. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, 2017 - 2018)**

Tìm  $x, y$  biết:  $x(x - y) = \frac{3}{10}$  và  $y(x - y) = -\frac{3}{50}$

**Câu 52. (HSG 7 trường Ngô Gia Tự 2017 - 2018)**

Tìm  $x$  thỏa mãn:  $3^{x+2} + 3^x = 810$

**Câu 53. (HSG 7 trường Nghĩa Điền – Tư Nghĩa 2017 - 2018)**

Tìm  $x$  biết:  $(2x - 1)^4 = 81$

**Câu 54. (HSG 7 trường Thạnh Bình – Hà Tĩnh 2017 - 2018)**

Tìm  $x$ , biết:  $(x + 2)^2 = 81$

**Câu 55. (HSG 7 huyện 2017 - 2018)**

Tìm số tự nhiên  $n$  biết:  $3^{-1} \cdot 3^n + 4 \cdot 3^n = 13 \cdot 3^5$

**Câu 56. (HSG 7 trường Lê Quý Đôn 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  sao cho:  $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} = 17$

**Dạng 4: Tìm ẩn dạng phân thức**

**A. Trắc nghiệm (nếu có)**

**Câu 1. (HSG 7 Yên Thế, Bắc Giang 2022 - 2023)**

Giá trị của  $x$  thỏa mãn đẳng thức  $\frac{x-2}{2021} + \frac{x-1}{2022} = \frac{x}{2023} + \frac{x+1}{2024}$  là:

A. -2023

B. -2022

C. 2023

D. 2022

**Câu 2. (HSG 7 huyện Sơn Động 2022 - 2023)**

Cho  $x$  thỏa mãn:  $\frac{x+2022}{1} + \frac{x+2021}{2} + \dots + \frac{x+1}{2022} + \frac{x}{2023} = -2023$ . Số nghịch đảo của  $x$  là

A. 2023      B.  $\frac{-1}{2023}$       C. -2023      D.  $\frac{1}{2023}$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2021 - 2022)**

Biết  $x$  thỏa mãn  $\frac{16}{x+1} = \frac{x+1}{4}$ . Tổng các giá trị của  $x$  là:

A. 0      B. 8      C. -8      D. -2

**Câu 4. (HSG 7 huyện Tân Yên, Bắc Giang 2022 - 2023)**

Giá trị của  $x$  thỏa mãn đẳng thức  $\frac{x-2}{2020} + \frac{x-1}{2021} = \frac{x}{2022} + \frac{x+1}{2023}$  là:

A. -2022      B. 4      C. 2022      D. 0

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 thị xã Thái Hòa Nghệ An 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y$  biết:  $\frac{2+y}{3} = \frac{7-2y}{5} = \frac{3+y}{4x}$

**Câu 2. (HSG 7 huyện Thanh Trì, Hà Nội 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\frac{12}{x^2+8} + \frac{7}{x^2+3} + \frac{6}{x^2+2} = 3$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Quê Võ, tỉnh Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\frac{x-2}{12} = \frac{3}{x-2}$

**Câu 4. (Đề 75 - HSG 7 huyện Tiên Du, Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết  $\frac{1-x}{-9} = \frac{-25}{1-x}$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết  $\frac{x+2}{6x-2} = \frac{1}{4}$

**Câu 6. (HSG 7 trường Quang Trung 2018 - 2019)**

$$\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = 1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

Tìm các số hữu tỉ dương  $x, y, z$  biết:

**Câu 7. (HSG 7 huyện Thanh Chương 2018-2019)**

Tìm  $x, y$  biết:  $\frac{x-1}{-15} = \frac{-60}{x-1}$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa, 2017 - 2018)**

Tìm hai số hữu tỷ  $a$  và  $b$  biết:  $a - b = 2(a + b) = a : b$

**Câu 9. (HSG 7 trường Hồng Đà; trường Bò Lý 2015 - 2016)**

$$\text{Tìm } x: \frac{x+4}{2012} + \frac{x+3}{2013} = \frac{x+2}{2014} + \frac{x+1}{2015}$$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Mù Cang Chải 2016 - 2017; huyện Khoái Châu 2014 - 2015)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } \frac{3(x-1)}{2} = \frac{8}{27(x-1)}$$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2017 - 2018)**

$$\text{Cho } \frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25} \text{ và } 2x^3 - 1 = 15. \text{ Tính } B = x + y + z$$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Nam Đàn 2022 - 2023)**

$$\text{Tìm } x, y \text{ biết: } \frac{1+3y}{12} = \frac{1+6y}{3x} = \frac{1+9y}{2x}$$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Hà Trung 2021 - 2022)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết } \frac{315-x}{101} + \frac{313-x}{103} + \frac{311-x}{105} + \frac{309-x}{107} = -4$$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Vũ Thư 2020 - 2021)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } \frac{x+11}{89} + \frac{x+13}{87} = \frac{x+15}{85} + \frac{x+17}{83}$$

**Câu 15. (HSG 7 trường Đáp Cầu 2018 - 2019)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } \frac{x-1}{2009} + \frac{x-2}{2008} = \frac{x-3}{2007} + \frac{x-4}{2006}$$

**Câu 16. (HSG 7 trường Phương Trung - Thanh Oai 2018-2019)**

$$\text{Tìm số hữu tỉ } x, \text{ biết: } \frac{x+2}{11} + \frac{x+2}{12} + \frac{x+2}{13} = \frac{x+2}{14} + \frac{x+2}{15}$$

**Câu 17. (HSG 7 huyện Bát Xát 2022 - 2023)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } \frac{x+4}{2014} + \frac{x+3}{2015} = \frac{x+2}{2016} + \frac{x+1}{2017}$$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Hà Trung 2022 - 2023)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết: } \frac{x-4}{2019} + \frac{x-3}{2020} = \frac{x-2}{2021} + \frac{x-1}{2022}$$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2022 - 2023)**

$$\text{Tìm } x \text{ biết rằng: } \frac{x-1}{2021} + \frac{x-2}{2020} = \frac{x-5}{2017} + \frac{x-7}{2015}$$

**Câu 20. (HSG 7 trường Thị Trấn Càng Nàng, huyện Bá Thước; huyện Triệu Sơn 2022 - 2023)**

$$\text{Tìm } x, \text{ biết: } \frac{x-10}{30} + \frac{x-14}{43} + \frac{x-5}{95} + \frac{x-148}{8} = 0$$

**Câu 21. (HSG 7 Trường THCS Võ Thị Sáu 2022 - 2023).**



**Câu 8. (HSG 7 huyện Bá Thước, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x - 0,25| + \frac{1}{2} = 1,25.$

**Câu 9. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{1}{2} - \left| x + \frac{1}{5} \right| = \frac{1}{3}$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Quốc Oai 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết  $\left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Nga Sơn- 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $3|2x - 1| + 1 = (-2)^2 - 3 \cdot (-2)^3$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Anh Sơn 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left| x + \frac{1}{3} \right| - 5 = 7$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Hà Trung 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $3\frac{1}{2} : |2x - 1| = \frac{21}{22}$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Ngọc Lặc, trường Nguyệt Ân; huyện Hiệp Hòa 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left| x - \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \right| = \left| (-3,2) + \frac{2}{5} \right|$

**Câu 15. (HSG 7 huyện Bát Xát 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết  $3 \cdot |9 - 2x| - 17 = 16$

**Câu 16. (HSG 7 huyện Đức Thọ 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết  $10 - |x - \sqrt{9}| = 9$

Vậy  $x = 4$  hoặc  $x = 2$ .

**Câu 17. (HSG 7 thành phố Vinh, trường Nguyệt Ân 2022 - 2023)**

Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  biết:  $|2x - 1| + \frac{1}{4} = 2$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết  $\left| \frac{3}{8} : \left( 2x - \frac{1}{3} \right)^2 + \frac{1}{6} \right| = \frac{5}{3}$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Nông Công, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\left( \frac{31}{10} - |x + 2| \right) : \left( \frac{19}{10} - \frac{7}{5} \right) + \frac{4}{5} = 1$

**Câu 20. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết  $\left(3 - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right) \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$

**Câu 21. (HSG 7 huyện Tiên Du, Bắc Ninh, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} : |2x - 1| = -\frac{2}{3}$

**Câu 22. (HSG 7 huyện Hà Trung 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $\frac{11}{4} + \frac{3}{2} : \left|4x - \frac{1}{5}\right| = \frac{7}{2}$

**Câu 23. (HSG 7 huyện .... 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{3}{2} : |2x - 1| = \frac{3}{5}$

**Câu 24. (HSG 7 huyện Đông Hưng 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết  $3\frac{1}{2} : \left(4 - \frac{1}{3} |2x - 1|\right) = \frac{21}{22}$

**Câu 25. (HSG 7 huyện Mường La 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $\left|x - \frac{1}{2}\right| + \frac{3}{4} = \left|-1,6 + \frac{3}{5}\right|$

**Câu 26. (HSG 7 huyện Bình Xuyên, tỉnh Vĩnh Phúc 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\left(3 - \frac{9}{10} - |x + 2|\right) : \left(\frac{19}{10} - 1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{4}{5} = 1$

**Câu 27. (HSG 7 huyện Hậu Lộc 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left(3 - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$

**Câu 28. (HSG 7 huyện Lương Tài tỉnh Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\left|\frac{39}{2} - 3x^2\right| = \frac{15}{2}$

**Câu 29. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)**

Tìm  $x$ , biết:  $5 \cdot \left|\frac{3}{4} - \frac{2}{3}x\right| - 3,25 = -2 \left[(1,25)^2 - 2 \cdot 5,0,25 + (-0,25)^2\right]$

**Câu 30. (HSG 7 huyện Mù Cang Chải - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $|2x - 7| = |5x + 2|$

**Câu 31. (HSG 7 huyện Sơn Dương - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $|5x - 4| = |x + 2|$

**Câu 32. (HSG 7 huyện 2017 - 2018)**

Tìm  $x$ , biết:  $3x - |2x + 1| = 2$

**Câu 33. (HSG 7 huyện 2017 - 2018)**

Tìm  $x$  biết:  $|2x - 1| - x = 4$

**Câu 34. (HSG 7 huyện 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $|2x + 3| = x + 2$

**Câu 35. (HSG 7 trường Hiền Quan 2015 - 2016)**

Tìm  $x$ , biết:  $|9 - 7x| = 5x - 3$

**Câu 36. (HSG 7 huyện Kim Thành 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết,  $|x + 3| + 1 = 3x$

**Câu 37. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết rằng:  $|x - 1| = 2 - x$

**Câu 38. (HSG 7 thị xã Thái Hòa Nghệ An 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $2x - |x - 3| = 2$

**Câu 39. (HSG 7 huyện Bát Xát 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $|2x + 3| - x = 14$

**Câu 40. (HSG 7 huyện Bá Thước 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $|x - 7| + 2x + 5 = 6$

**Câu 41. (HSG 7 tỉnh Quảng Ninh 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x + 3| - 2x = 5$

**Câu 42. (HSG 7 huyện Tương Dương, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $|2x - 1| - x = 1$

**Câu 43. (HSG 7 huyện Quỳnh Phụ, tỉnh Thái Bình 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết  $2023 - |x - 2023| = x$

**Câu 44. (HSG 7 huyện Nghĩa Hành 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $2|5x - 3| - 2x = 14$

**Câu 45. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $|x(x + 6)| = x$

**Câu 46. (HSG 7 trường Cự Khê 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $|2x - 3| = \left(\frac{1}{2}\right)^y$  và  $y = \frac{\frac{3}{7} - \frac{3}{11} + \frac{3}{101}}{\frac{5}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{101}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{5}{5} + \frac{5}{5}}$

**Câu 47. (HSG 7 huyện Thanh Oai 2014- 2015)**

Tìm  $x$ , biết:

a)  $|2x - 1| - x = 1$

b)  $|x + 3| - 2x = |x - 4|$

**Câu 47. (HSG 7 huyện Đô Lương 2022 - 2023)**

Tìm  $x \in \mathbb{N}$  thoả mãn.  $|x - 4| - |x + 1| = -1$  (\*)

**Câu 49. (HSG 7 huyện Nghi Sơn 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|x + 5| + |x - 3| = 9$

**Câu 50. (HSG 7 huyện Lý Nhân 2021 - 2022)**

Tìm  $x$ , biết  $|x| + |x + 2022| = 2023$

**Câu 51. (HSG 7 huyện Hưng Hà, Thống Nhất, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|2x - 3| - |3x + 2| = -4$

**Câu 52. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Kim Trung 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|x - 3| + |x - 2| = 1$

**Câu 53. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Trần Thủ Độ 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x - 1| + |x - 2| = 5$

**Câu 54. (HSG 7 huyện Hiệp Hòa 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:  $|4x + 3| - |x - 1| = 7$

**Câu 55. (HSG 7 Quận Tây Hồ 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết  $-3|x - 5| + 7|x - 5| = 2^2 \cdot 5$

**Câu 56. (HSG 7 -TP Thanh Hóa, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left|2x + \frac{1}{2}\right| + \left|2x - \frac{3}{2}\right| = 2$

**Câu 57. (HSG 7 huyện Sóc Sơn 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết  $\left|x - \frac{3}{4}\right| + 2x^2 = |2x^2 + 2,5|$

**Câu 58. (HSG 7 huyện Quan Hoa 2021 - 2022; huyện Minh An - 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x - 2| + |3 - 2x| = 2x - 1$

**Câu 59. (HSG 7 trường Ngô Gia Tự 2017 - 2018)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x + 3| + |x + 7| = 4x$

**Câu 60. (HSG 7 huyện Sông Lô, Vĩnh Phúc, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $2024x - |1011x + 2| = |1012x + 3|$ . (\*)

**Câu 61. (HSG 7 huyện Quỳnh Phụ 2021 - 2022)**

$$x \text{ biết: } \left| \frac{1}{3} + 2021x \right| + \left| \frac{2}{3} + 2022x \right| = 4044x$$

Tìm

**Câu 62. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Phạm Kinh Ân 2022 - 2023)**

$$x \text{ , biết: } \left| |x - 1| + 2 \right| = 3$$

**Câu 63. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến; Tam Hưng 2016 - 2017)**

$$x \text{ biết: } \left| |x + 3| - 8 \right| = 20$$

**Câu 64. (HSG 7 thành phố Sầm Sơn, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

$$x \text{ biết: } \left| 3x + 2 - \frac{2}{3} \right| = \frac{4}{3}$$

**Câu 65. (HSG 7 thành phố Ninh Bình; huyện Hưng Hà 2022 - 2023; trường số 2 Phú Nhuận 2014 - 2015; huyện Việt Yên 2012 - 2013)**

$$x \text{ , biết: } \left| x^2 + |x - 1| \right| = x^2 + 2$$

**Câu 66. (HSG 7 huyện Quốc Oai, Hà Nội 2022 - 2023)**

$$x \text{ biết: } \left| x^2 + |2x - 1| \right| = x^2 + 2023$$

**Câu 67. (HSG 7 thành phố Bắc Giang 2022 - 2023)**

$$x \text{ biết: } \left| x^2 + 1 + |8x - 4| \right| = x^2 + 2023$$

**Câu 68. (HSG 7 huyện Hương Trà, 2022 - 2023)**

$$x \text{ biết: } \left| 3x - 3 + 2x + (-1)^{2022} \right| = 3x + 2023^0.$$

**Câu 69. (HSG 7 huyện Thanh Miện 2022 - 2023)**

$$x \text{ biết: } \frac{1}{|x - 3| + 2} = \frac{2}{|x - 3| + 4}$$

**Câu 70. (HSG 7 huyện Hưng Hà, Phạm Đôn Lễ, 2022 - 2023)**

$$x \text{ , biết: } \frac{2}{|x - 2| + 2} = \frac{3}{|6 - 3x| + 1}.$$

**Câu 71. (HSG 7 huyện Nghi Xuân, tỉnh Hà Tĩnh 2022 - 2023)**

$$x \text{ biết } |x + 2| + |x - 2| + |x + 3| = 5 \quad (1)$$

**Câu 72. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2021 - 2022)**

$$x \text{ , biết: } |x - 1| + |x - 2| + |x - 4| = 3$$

**Câu 73. (HSG 7 trường Lê Tư Thành 2022 - 2023; huyện Thanh Miện 2021 - 2022)**

$$x \text{ biết: } |x + 1| + |x + 2| + |x + 3| = 4x$$

**Câu 74. (HSG 7 huyện Yên Mỹ 2021 - 2022)**

Tìm  $x$ , biết  $|x-1|+|x-2|+|x-3|=x-4$

**Câu 75. (HSG 7 huyện Thạch Thành 2022 – 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|x+2|+|x+3|=4(x-1)-|x-1|$

**Câu 76. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Dân Chủ 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y$  thoả mãn:  $|x-1|+|x-2|+|y-3|+|x-4|=3$

**Câu 77. (HSG 7 huyện Hưng Hà 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $|x+1|+|x+2|+|x+3|+|x+4|=10x$

**Câu 78. (HSG 7 huyện Ninh Giang, tỉnh Hải Dương 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x+\frac{1}{3}|+|x+\frac{2}{3}|+|x+\frac{2}{5}|+|x+\frac{3}{2}|=33x$

**Câu 79. (HSG 7 huyện Trực Ninh 2021 - 2022)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x+1|+|x+2|+|x+3|+\dots+|x+100|=605x$

**Câu 80. (HSG 7 huyện Than Uyên tỉnh Lai Châu 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|x+1|+|x+3|+\dots+|x+2023|=2024x$

**Câu 81. (HSG 7 huyện Hưng Hà 2022 - 2023).**

Tìm  $x$  biết:  $|x+\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{6}|+|x+\frac{1}{12}|+\dots+|x+\frac{1}{9900}|=10x$

**Câu 82. (HSG 7 trường Minh Khai 2022 - 2023; huyện Hoàng Hóa 2016 - 2017)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x+\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{6}|+|x+\frac{1}{12}|+|x+\frac{1}{20}|+\dots+|x+\frac{1}{110}|=11x$

**Câu 83. (HSG 7 huyện Nho Quan 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết  $|x+\frac{1}{2}|+|x+\frac{1}{6}|+|x+\frac{1}{12}|+|x+\frac{1}{20}|+\dots+|x+\frac{1}{110}|=12x$

**Câu 84. (HSG 7 huyện Nghi Lộc; huyện Cẩm Thủy, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|x+\frac{1}{101}|+|x+\frac{2}{101}|+|x+\frac{3}{101}|+\dots+|x+\frac{100}{101}|=101x$

**Câu 85. (HSG 7 huyện Cẩm Khê, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết  $|x-\frac{1}{3}|+|x-\frac{1}{15}|+|x-\frac{1}{35}|+|x-\frac{1}{63}|+\dots+|x-\frac{1}{483}|=-12x$

**Câu 86. (HSG 7 huyện Quan Sơn, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|x+\frac{1}{1 \cdot 5}|+|x+\frac{1}{5 \cdot 9}|+|x+\frac{1}{9 \cdot 13}|+\dots+|x+\frac{1}{397 \cdot 401}|=101x$

**Câu 87. (HSG 7 huyện Hưng Hà, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left|x + \frac{1}{2021}\right| + \left|x + \frac{2}{2021}\right| + \left|x + \frac{3}{2021}\right| + \dots + \left|x + \frac{2020}{2021}\right| = 2021x.$

**Câu 88. (HSG 7 huyện Trục Ninh 2020 - 2021)**

Tìm  $x$  nguyên biết:  $|x - 1| + |x - 2| + |x - 3| + \dots + |x - 90| = 2025$

**Câu 89. (HSG 7 huyện Hưng Hà, Thống Nhất, 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các số tự nhiên  $a, b$  sao cho:  $2^a + 7 = |b - 5| + b - 5.$

**Câu 90. (Đề 90 - HSG 7 Hưng Hà, trường THCS Tây Đô, 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các số tự nhiên  $a, b$  sao cho:  $2^a + 37 = |b - 45| + b - 45.$

**Câu 91. (HSG 7 Tiên Du, Bắc Ninh, 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các số tự nhiên  $m$  và  $n$  thỏa mãn  $2^m + 2021 = |n - 2020| + |n - 2022|$

**Dạng 6. Sử dụng công thức tính tổng có quy luật.**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Yên Định 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{4044}{2023}$

**Câu 2. (HSG 7 huyện An Nhơn 2021 - 2022)**

Tìm giá trị của  $x$  biết:  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2021}{2023}$

**Câu 3. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Như Thanh 2021 - 2022)**

Tìm số tự nhiên  $x$  biết:  $2 \cdot \left( \frac{1}{9 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} \right) = \frac{1}{9}$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Hà Trung, Nghệ An 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2015}{2017}$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Hưng Hà, Phạm Đôn Lễ, 2022 - 2023)**

$x$ , biết:  $\frac{2}{2.3} + \frac{2}{3.4} + \frac{2}{4.5} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = \frac{2022}{2024}$   
 Tìm

**Câu 6. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2021-2022; trường Nguyễn Chích, huyện Đông Sơn 2017-2018)**

Tìm số tự nhiên  $x$  biết:  $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$

**Câu 7. (HSG 7 huyện Kinh Môn, tỉnh Hải Dương 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{99}{199}$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Lạng Giang, tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{8.9.10}\right) \cdot (|x| - 1) = \frac{44}{45}$

**Câu 9. (HSG 7 huyện Yên Bình, Yên Bái 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết  $x + 2x + 3x + \dots + 2022x = 2022 \cdot 2023$ .

**Câu 10. (HSG 7 huyện Tam Dương 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết b)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2022}\right)x = \frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \frac{2019}{3} + \dots + \frac{1}{2021}$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Bá Thước, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$ , biết:  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right)x = \frac{2013}{1} + \frac{2012}{2} + \dots + \frac{2}{2012} + \frac{1}{2013}$

**Câu 12. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018-2019; trường Giao Tân 2016 - 2017)**

Tìm số tự nhiên  $n$  thỏa mãn điều kiện:  $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n \cdot 2^n = 2^{n+34}$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Châu Đức 2022 - 2023; huyện Tiên Hải 2016 - 2017)**

Tìm số tự nhiên  $n$  thỏa mãn điều kiện:  $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + n \cdot 2^n = 2^{n+11}$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Quế Sơn 2018 - 2019)**

Tìm  $x$ , biết:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{12} \cdot \dots \cdot \frac{30}{62} \cdot \frac{31}{64} = 2^x$

**Câu 15. (HSG 7 huyện Thái Thụy, 2017 - 2018)**

Tìm  $x$  thỏa mãn:  $\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 2^x$

**Câu 16. (HSG 7 trường Lý Tự Trọng 2018 - 2019; huyện Tam Dương 2017 - 2018)**

Cho  $B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{x}(1+2+3+\dots+x)$

Tìm số nguyên dương  $x$  để  $B = 115$

**Câu 17. (HSG 7 huyện Hiệp Hòa 2016 - 2017)**

Tìm  $x$  biết:

a)  $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} \cdot \dots \cdot \frac{30}{62} \cdot \frac{31}{64} = 4^x$

b)  $\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 8^x$

**Câu 18. (HSG 7 trường Hồng Đà, huyện Tam Nông 2015 - 2016)**

Cho  $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015}$ . Tìm số tự nhiên  $n$  biết rằng  $2A + 3 = 3^n$ .

**Câu 19. (HSG 7 huyện Thanh Miện 2022 - 2023)**

Tìm cặp số tự nhiên  $x, y$  trong đó  $y$  là chữ số, biết rằng:  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + x - 1 = \overline{yyy} - x$

**Câu 20. (HSG 7 huyện Hưng Hà 2022 - 2023).**



Tìm  $x, y$  biết  $|3 + y| + |2x + y| = 0$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Cửa Lò 2020 - 2021)**

Tìm  $x, y$  biết:  $|x - 2| + |x - 2y| = 0$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Thái Thụy, 2017 - 2018)**

Tìm  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $|2x - 2011| + (3y + 2012)^{2012} = 0$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018 - 2019)**

Tìm  $x, y$  biết:  $(3x - 1)^{2018} + \left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$

**Câu 6. (HSG 7 huyện Đức Thọ 2022 - 2023)**

Tìm tất cả cặp số  $(x, y)$  thỏa mãn:  $(2x - 1)^{2022} + |x + y + 1|^{2023} = 0$

**Câu 7. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2016 - 2017)**

Tìm các số  $x, y, z$  biết:  $(3x - 5)^{2006} + (y^2 - 1)^{2008} + (x - z)^{2010} = 0$

**Câu 8. (HSG 7 thành phố Sầm Sơn, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y, z$  biết:  $(2x - 1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x + y + z| = 0$

**Câu 9. (HSG 7 thị xã Bỉm Sơn 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y, z$  biết  $(2x - 1)^{2020} + \left(y - \frac{1}{3}\right)^{2022} + |x + y - z| = 0$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Trục Ninh, 2018 - 2019)**

Tìm  $x, y, z$  biết:  $(2x - 1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x + y - z| = 0$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Thạch Thành 2017 - 2018)**

Tìm các số  $x, y, z$  biết:  $(x - 1)^{2016} + (2y - 1)^{2016} + |x + 2y - z|^{2017} = 0$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Krông Ana 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y, z$  biết:  $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^{2018} + \left(y^2 - \frac{1}{2023}\right)^{2020} + (x - z - 1)^{2024} = 0$

**Câu 13. (HSG 7 trường Lê Văn Tám 2017 - 2018)**

Tìm các số  $x, y, z$  biết:  $(3x - 5)^{2006} + (y^2 - 1)^{2008} + (x - z)^{2010} = 0$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Hưng Hà; huyện Việt Yên 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y, z$  biết:  $\left|x - \frac{1}{2}\right| + \left|y + \frac{2}{3}\right| + |x^2 + xz| = 0$

**Câu 15. (HSG 7 huyện Hưng Hà, 2022 - 2023)**

Cho  $(x-1)^{2020} + |y-3| + (x-y+z+3)^{2022} = 0$ . Chứng minh:  $8x - 2y + z = 1$ .

**Câu 16. (HSG 7 huyện Anh Sơn 2022 - 2023).**

Cho 2 số  $x, y$  thỏa mãn  $(x+2022)^{2024} + |y-2023| = 0$ . Tính  $D = x + y$ .

**Câu 17. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Bùi Hữu Diên 2022 - 2023)**

Cho biểu thức đại số  $A = \frac{x^3 + 2x^2y - 0,5xy^2 + 2}{x^2 - xy + 1}$  tính giá trị của  $A$  với  $x, y$  thỏa mãn  $(2x-1)^2 + |y+1| = 0$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Tiền Hải, tỉnh Thái Bình 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức  $N = 17x^{10} + 2y^3 + 2023$  biết các số  $x, y$  thỏa mãn:  $|x-1| + \sqrt{(y+2)^{2022}} = 0$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Cẩm Khê, 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức:  $C = 2x^4 + 15y^{2023} + 2006$  tại  $x, y$  thỏa mãn:  $\sqrt{(y+1)^4} + (2-x)^2 = 0$

**Câu 20. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Minh Khai 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $C = 2x^5 - 5y^3 + 2025$  tại  $x, y$  thỏa mãn:  $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$

**Câu 21. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Phạm Kinh Ân 2022 - 2023)**

Cho  $|x-2| + |y-1| + (x+y-z-2)^{2020} = 0$ . Tính giá trị của:  $A = 5x^2y^{2020}z^{2021}$ .

**Câu 22. (HSG 7 huyện Kinh Môn 2021 - 2022)**

Tính giá trị của biểu thức:  $C = 2x^5 - 5y^3 + 1980$  tại  $x, y$  thỏa mãn  $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$

**Câu 23. (HSG 7 huyện Tam Dương 2022 - 2023)**

Tính giá trị của biểu thức:  $C = 2x^5 - 5y^3 + 2023$  tại các giá trị của  $x, y$  thỏa mãn  $|x+1| + (y+2)^{2024} = 0$

**Câu 24. (HSG 7 đề khảo sát lần 3, 2022 - 2023)**

Cho  $|3x-2y| + |5z-7x| + (xy+yz+xz-500)^{2020} = 0$ . Tính giá trị của:  $A = (3x-y-z)^{2021}$

**Câu 25. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Hồng Lĩnh 2022 - 2023)**

Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $(x-1)^{2022} + (2y-1)^{2022} + (x+2y-z)^{2023} = 0$   
Chứng minh rằng  $x = y.z$

**Câu 26. (HSG 7 thi thử huyện Thanh Miện 2022 - 2023)**

Cho  $a, b, x, y$  thỏa mãn  $(bx^2 - ay^2)^{2022} + |x^2 + y^2 - 1| = 0$  ( $a \neq 0; b \neq 0; a+b \neq 0$ ).



Tìm  $x, y$  biết:  $(2x - 6)^{2024} + |3y - 9| \leq 0$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y$  biết:  $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + |2y - 6| \leq 0$

**Câu 9. (HSG 7 trường Đáp Cầu 2018 – 2019)**

Tìm  $x, y$  biết:  $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \leq 0$

**Câu 10. (HSG 7 trường Hoàng Hóa, 2017 -2018)**

Tìm  $x, y$  biết rằng:  $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Mường Lát, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm số  $x, y$  biết:  $(2022 - x)^2 + |y - 2023|^{2023} \leq 0$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa, 2017 - 2018)**

Tìm  $x, y$  biết rằng:  $(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$

**Câu 13. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2015 - 2016)**

Tìm tất cả các cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn  $(2x - y + 7)^{2012} + |x - 3|^{2013} \leq 0$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Yên Phong 2022 - 2023)**

Tìm giá trị của biểu thức  $P = 28a^2b - 9ab^2$  với  $a; b$  thỏa mãn  $(a - 3)^2 + (3b + 1)^{100} \leq 0$

**Câu 15. (HSG 7 huyện Lập Thạch, Vĩnh Phúc 2022 - 2023)**

Cho các số  $x; y$  thỏa mãn  $|2x - 1| + (y - 2)^{2022} \leq 0$

Tính giá trị của biểu thức  $B = 12x^2y + 3xy^2$

**Câu 16. (HSG 7 huyện Ứng Hòa 2022 - 2023)**

Tính giá trị biểu thức  $B = 21x^2y + xy^2$  với  $x; y$  thỏa mãn:  $(x - 2)^2 + (2y - 1)^{2024} \leq 0$

**Câu 17. (HSG 7 trường Nguyễn Chí, 2017 -2018)**

Tìm đa thức  $M$  biết rằng:  $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$ . Tính giá trị của  $M$  khi  $x, y$  thỏa mãn  $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0$

**Câu 18. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Văn Lang 2022 - 2023)**

Cho các số  $x, y$  thỏa mãn  $(x - 3)^4 + (2y - 1)^{2020} \leq 0$

Tính giá trị của biểu thức  $M = 402x^2y + 284xy^2$

**Câu 19. (HSG 7 thành phố Lào Cai 2022 - 2023)**

Cho hai số thức  $x, y$  thỏa mãn  $(x - y)^{2022} + (x - 2)^{2024} \leq 0$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $M = 5x^2y - 3xy^2$  là

**Dạng 9. Sử dụng phương pháp chặn để tìm ẩn**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Quế Võ, tỉnh Bắc Ninh 2022 - 2023)**

$$|2x + 3| + |2x - 1| = \frac{8}{3(x + 1)^2 + 2}$$
 Tìm  $x$  thỏa mãn

**Câu 2. (HSG 7 Hưng Hà, Thái Phương, 2022 - 2023)**

Cho  $\frac{6}{(x - 2022)^2 + 2} = |y - 2023| + 3$ .  
 Tính  $x + y$ .

**Câu 3. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Thanh Trì 2021 - 2022)**

Tìm các số  $x, y$  nguyên thỏa mãn:
 
$$|x - 8| + |6 - x| = \frac{24}{5(y + 3)^2 + 12}$$

**Câu 4. (HSG 7 Yên Thế, Bắc Giang, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|2022 - x| + |2023 - x| + |2024 - x| = 2$ .

**Câu 5. (HSG 7 huyện Thuận Thành 2021 - 2022)**

Tìm  $x$  biết:  $|x + 1| + |x + 2| + |x + 3| = 4x$

**Câu 6. (HSG 7 huyện Chư Sê 2021 - 2022)**

Chứng minh rằng không tìm được các số nguyên thỏa mãn  $|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2023$

**Câu 7. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)**

Chứng minh rằng không thể tìm được số nguyên  $x, y, z$  thỏa mãn :  
 $|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$

**Câu 8. (HSG 7 Hưng Hà, Lý Nam Đế, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $\left| x + \frac{1}{2} \right| + \left| x + \frac{1}{3} \right| + \left| x + \frac{1}{4} \right| = \frac{1}{4}$ .

**Câu 9. (HSG 7 trường Giao Tân 2016 - 2017)**

Chứng minh rằng không thể tìm được số nguyên  $x, y, z$  thỏa mãn:  
 $|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$

**Câu 10. (HSG 7 trường Cự Khê 2013 – 2014; huyện Thanh Oai 2013- 2014)**

Tìm  $x$ , biết:  $|x - 2010| + |x - 2012| + |x - 2014| = 4$

**Câu 11. (HSG 7 huyện Vĩnh Tường 2015 - 2016)**

Tìm  $x$ , thỏa mãn:  $|x - 1| + |x - 5| + |x - 2007| = 2006$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Trục Ninh 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $x, y$  biết  $-x^2 + x + 1 = |y - 5|$ .

**Câu 13. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Tân Tiến 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y, z$  biết:  $|7 - 3x| + 2|x^2 + 2| = 2x^2 + 3x - 3$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Văn Lâm, tỉnh Hưng Yên 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn:  $|x + 2| + |x - 1| = 3 - (y + 2)^2$

**Câu 15. (HSG 7 huyện Thái Thụy, 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $||x - 2022| + |x - 2023| + 3(x - y)^2| = 2(x - y)^2 + 1$

**Câu 16. (HSG 7 huyện Giao Thủy 2016 - 2017)**

Tìm  $x, y$  biết:  $\frac{6}{(x - 1)^2 + 2} = |y - 1| + |y - 2| + |y - 3| + 1$

**Câu 17. (HSG 7 Yên Thế, Bắc Giang, 2022 - 2023)**

Tìm  $x$  biết:  $|x - 2020| + |x - 2021| + |x - 2022| + |x - 2023| = 4$ .

**Câu 18. (HSG 7 huyện Bá Thước, Thanh Hóa 2021 - 2022)**

Tìm các số nguyên  $a, b, c$  thỏa mãn  $|a - b| + |b - c| + |c - a| = 2021^a + 2022^a$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Duyên Hải 2022 - 2023)**

Tìm  $x; y$  biết:  $\left[ (x - 2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x + 2y - 6)^2 + 9} = 19$

**Câu 20. (HSG 7 Nga Sơn, Thanh Hóa, 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các số nguyên dương  $x, y$  thỏa mãn  $(x + y)^4 = 40x + 41$

**Câu 21. (HSG 7 huyện, tỉnh, Trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)**

Tìm các số tự nhiên  $x, y, z \neq 0$  thỏa mãn điều kiện:  $x + y + z = xyz$

**Câu 22. (HSG 7 thành phố Vũng Tàu 2021 - 2022)**

Tìm các số nguyên  $x$  thỏa mãn:  $(x + 2022)^2 = 64(x + 2015)^3$

**Câu 23. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)**

Tìm tất cả các số tự nhiên  $m, n$  sao cho:  $2^m + 2015 = |n + 2016| + n - 2016$

**Câu 24. (HSG 7 đề 255, 2017 - 2018)**

Tìm tất cả các số nguyên  $a$  biết:  $|a| \leq 4$

**Câu 25. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2022 - 2023)**

Tìm các số tự nhiên  $a, b$  thỏa mãn:  $25 - b^2 = 8(a - 2023)^2$

**Câu 26. (HSG 7 huyện Diễn Châu 2022 - 2023)**

Tìm số tự nhiên  $x; y$  biết:  $7(x - 2023)^2 = 23 - y^2$

**Câu 27. (HSG 7 huyện Bình Lục 2022 - 2023; huyện Tam Dương 2017 - 2018)**

Tìm các số nguyên dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$  và  $a + 3 = 5^c$

**Câu 28. (HSG 7 huyện Quốc Oai- 2016 - 2017)**

Tìm các số tự nhiên  $x, y$  thỏa mãn  $2x^2 + 3y^2 = 77$

**Câu 29. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa 2016 - 2017)**

Tìm tất cả các số tự nhiên  $a, b$  sao cho:  $2^a + 37 = |b - 45| + b - 45$

**Câu 30. (HSG 7 trường Hiền Quan 2015 - 2016)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $6x^2 + 5y^2 = 74$

**Câu 31. (HSG 7 Tp Thanh Hóa 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên dương  $(x, y)$  thỏa mãn:  $(x + y)^2 = 4x + 5$

**Câu 32. (HSG 7 huyện Mỹ Cày, 2017 - 2018)**

Tìm số tự nhiên  $x$  thỏa mãn  $3^x + 4^x = 5^x$

**Dạng 10. Tìm ẩn với điều kiện nguyên**

**A. Trắc nghiệm**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Lạng Giang, tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)**

Tích của các số nguyên  $x$  (với  $x \neq 1$ ) sao cho  $\frac{4}{x-1}$  có giá trị nguyên:

- A. 6                                      B. 0                                      C. 15                                      D. -9

**Câu 2. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)**

Có bao nhiêu cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn:  $x + y + xy = 2$

- A. 2                                      B. 3                                      C. 4                                      D. 5

**Câu 3. (HSG 7 huyện Thanh Thủy 2021 - 2022)**

Với  $x$  nguyên, giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = \frac{2022 - x}{2 - x}$  là

- A. 2021                                      B. 2020                                      C. 2019                                      D. 2018

**B. Tự luận**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Tương Dương, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023)**

Tìm các bộ số nguyên dương  $(x; y; z)$  của biểu thức:  $x + y + z = xyz$

**Câu 2. (HSG 7 huyện Thanh Trì, Hà Nội 2022 - 2023)**

Tìm số nguyên tố  $x, y$  thỏa mãn:  $x^2 - 2y^2 = 1$

**Câu 3. (HSG 7 huyện Thanh Trì, Hà Nội 2022 - 2023)**

Tìm số nguyên  $x$  thỏa mãn:  $2(2 - x^2)(12 - x^2)(22 - x^2)(32 - x^2) + 12558 = 0$

**Câu 4. (HSG 7 huyện Ninh Giang, tỉnh Hải Dương 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các cặp số nguyên  $x, y$  sao cho  $xy - 2x + y + 1 = 0$

**Câu 5. (HSG 7 huyện Kinh Môn, tỉnh Hải Dương 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y$  nguyên biết:  $2xy - x - y = 2$

**Câu 6. (HSG 7 huyện Chương Mỹ, Hà Nội 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y$  biết  $4x - xy + y = 7$  với  $x, y$  là các số nguyên.

**Câu 7. (HSG 7 huyện Thanh Sơn, tỉnh Phú Thọ 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $4x - 5y - 6xy + 7 = 0$

**Câu 8. (HSG 7 huyện Lang Chánh, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn:  $x^2 + xy - 3y - 5x + 3 = 0$

**Câu 9. (HSG 7 thị xã Bỉm Sơn 2022 - 2023)**

Tìm  $(x; y) \in \mathbb{Z}$  sao cho  $2y^2 - xy + x - 2y + 5 = 0$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Quế Võ, tỉnh Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $x^2 - xy = 6x - 5y - 8$ .

**Câu 11. (HSG 7 huyện Nghi Xuân, tỉnh Hà Tĩnh 2022 - 2023)**

Tìm số nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $x + 3xy + y = -5$

**Câu 12. (HSG 7 huyện Hiệp Hoà, tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên dương  $a, b$  để  $\frac{a^2 - 2}{ab + 2}$  có giá trị nguyên.

**Câu 13. (HSG 7 huyện Mường Lát, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên dương  $x, y$  sao cho:  $xy + 2x - y = 5$

**Câu 14. (HSG 7 huyện Đồng Xuân, tỉnh Phú Yên 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  biết:  $\frac{x}{7} + 1 = \frac{1}{y - 1}$

**Câu 15. (HSG 7 huyện Gia Viễn, tỉnh Ninh Bình 2022 - 2023)**

Tìm số nguyên  $x, y$  biết  $2xy - x + y = 6$

**Câu 16. (HSG 7 thành phố Bắc Ninh 2022 - 2023)**

Tìm cặp số nguyên  $(x; y)$  biết  $x + y = xy$

**Câu 17. (HSG 7 huyện Quảng Xương, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y$  nguyên thỏa mãn:  $x^2 - xy + y + 2 = 0$

**Câu 18. (HSG 7 thị xã Hoàng Mai 2022 - 2023)**

Tìm  $x, y$  nguyên biết:  $xy - 3x + 2y = -7$

**Câu 19. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  biết:  $x + y - 2xy = 4$

**Câu 20. (HSG 7 huyện Thạch Thành 2022 - 2023)**

Tìm số tự nhiên  $\overline{ab}$  sao cho  $\overline{ab^2} = (a + b)^3$

**Câu 21. (HSG 7 huyện Lạc Ngạn 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $2xy - y = 2x + 2$

**Câu 22. (HSG 7 huyện Anh Sơn 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x; y$  biết  $2xy - 6x - y = 21$

**Câu 23. (HSG 7 huyện Đô Lương 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $x^2 - 3xy + 2 = y$

**Câu 24. (HSG 7 huyện Nghi Sơn 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn:  $3x - y + xy - 10 = 0$

**Câu 25. (HSG 7 huyện Hà Trung 2022 - 2023)**

Tìm giá trị nguyên dương của  $x; y$  sao cho:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$

**Câu 26. (HSG 7 huyện Lập Thạch, Vĩnh Phúc 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x$  và  $y$  biết:  $\frac{5}{x} + \frac{y}{4} = \frac{1}{8}$

**Câu 27. (HSG 7 huyện Thạch Thành 2022 - 2023)**

Cho các số nguyên  $x; y$  thỏa mãn  $|x - 1| + y^2 = 1$  và  $|y| < |x|$ . Tính giá trị biểu thức  $M = (x + y - 1)^{2023}$

**Câu 28. (HSG 7 huyện Yên Phong 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các giá trị  $x; y$  nguyên thỏa mãn:  $5x^2 - 2xy + y^2 = 17$

**Câu 29. (HSG 7 thành phố Ninh Bình 2022 - 2023)**

Tìm số tự nhiên  $n$  và chữ số  $a$  biết rằng:  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa}$

**Câu 30. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa, tỉnh Thanh Hóa 2022 - 2023)**

Tìm  $x; y$  nguyên biết  $xy + 3x - y - 10 = 0$

**Câu 31. (HSG 7 quận Hà Đông, tỉnh Hà Nội 2022 - 2023)**

Tìm nghiệm nguyên của phương trình  $x^2y + 2xy - 27x + y = 0$

**Câu 32. (HSG 7 Trường THCS Võ Thị Sáu 2022 - 2023)**

Tìm  $x; y$  nguyên biết rằng:  $\frac{x}{8} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$

**Câu 33. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $x^3 - xy + 1 = 2y - x$

**Câu 34. (HSG 7 huyện Thọ Xuân 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn đẳng thức:  $\left| (x - y)^2 + 2(xy + y^2 - 4y) \right| = xy + y^2 - 4y$

**Câu 35. (HSG 7 huyện Hậu Lộc 2022 - 2023)**

Tìm cặp số  $(x, y)$  nguyên thỏa mãn:  $x^2 - x(y + 5) = -4y - 9$

**Câu 36. (HSG 7 thị xã Kỳ Anh, 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên dương  $n$  mà khi thay vào  $A = \frac{3n+2}{n-1}$  thì  $A$  nhận được giá trị nguyên.  
 Tổng tất cả các giá trị nguyên dương của  $n$  vừa tìm được bằng bao nhiêu?

**Câu 37. (HSG 7 Hương Trà, 2022 - 2023)**

Tìm giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức:  $B = \frac{8-x}{x-3}$  ( $x \neq 3$ ) đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 38. (HSG 7 Mỹ Đức, 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn điều kiện  $3xy + 2x - 5y = 6$ .

**Câu 39. HSG 7 Cẩm Khê, 2022 - 2023)**

Cho biểu thức:  $P = \frac{4049 - 2x}{x - 2023}$  ( $x \neq 2023$ ).  
 Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $P$  đạt giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

**Câu 40. (HSG 7 Hương Trà, 2022 - 2023)**

Cho hai biểu thức  $P = \frac{4x-7}{x-2}; Q = \frac{3x^2-9x+2}{x-3}$ .  
 Tính giá trị nguyên của  $x$  để mỗi biểu thức có giá trị nguyên.

**Câu 41. (HSG 7 huyện Cẩm Khê, 2022 - 2023)**

Tìm các số  $a, b, c$  nguyên dương thỏa mãn:  $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$  và  $a + 3 = 5^c$ .

**Câu 42. (HSG 7 huyện Quan Sơn, 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn  $10^x + 6y = 2023$ .

**Câu 43. (HSG 7 huyện ... 2022 - 2023)**

Tìm giá trị nguyên dương  $x$  và  $y$  sao cho:  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$

**Câu 44. (HSG 7 Đồng Nai - Trường Thcs - Thpt Tri Thức, 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn:  $x + 5y + xy = 2$ .

**Câu 45. (HSG 7 Tiên Du, Bắc Ninh, 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các số nguyên dương  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  và  $b$  ( $n$  là số nguyên dương nào đó) thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

i)  $b > a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n > 1$

ii)  $\left(1 - \frac{1}{a_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{a_2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{a_3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{a_n}\right) = 2 \left(1 - \frac{1}{b}\right)$

**Câu 46. (HSG 7 huyện Kim Thành 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  biết:  $x^2y - 1 = x^2 + 4y$

**Câu 47. (HSG 7 Hưng Hà, trường THCS Thống Nhất, 2022 - 2023)**

Cho  $Q = \frac{27 - 2x}{12 - x}$ . Tìm các số nguyên  $x$  để  $Q$  có giá trị nguyên?

**Câu 48. (HSG 7 thành phố Lào Cai 2022 - 2023)**

Tìm các số  $x, y$  nguyên dương biết:  $x^2 - 6xy + 13y^2 = 13$ .

**Câu 49. (HSG 7 Sông Lô, Vĩnh Phúc, 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $x^2 + x = 3^{2020 \cdot y} + 1$ .

**Câu 50. (HSG 7 Bá Thước, THCS thị trấn Cành Nàng, 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $1! + 2! + 3! + \dots + x! = y^2$ .

**Câu 51. (HSG 7 trường Lưu Khánh Đàm 2022 - 2023)**

Tìm số nguyên  $x, y$  biết  $2017x^2 + 2018 = y^2$

**Câu 52. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Trần Đức Tông 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên dương  $x, y$  thỏa mãn điều kiện:  $2^x + 2^y = 72$

**Câu 53. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Trần Đức Tông 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên dương  $a, b, c$  biết rằng:  $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$  và  $a^2 = 2(b + c)$

**Câu 54. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Trần Đức Tông 2022 - 2023)**

Tìm hình chữ nhật có kích thước các cạnh là số nguyên sao cho số đo diện tích bằng số đo chu vi.

**Câu 55. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Đức Nông 2022 - 2023)**

Tìm số tự nhiên  $x, y$  sao cho:  $2^x + 2^y = 2^{x+y}$

**Câu 56. (HSG 7 huyện Ý Yên 2021 - 2022)**

Tìm tất cả các giá trị nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $2^x + 37 = |y - 45| + y - 45$ .

**Câu 57. (HSG 7 huyện Lục Ngạn 2021 - 2022)**

Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$ , biết:  $xy + 3x - 2y = 11$ .

**Câu 58. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2021 - 2022)**

Cho biểu thức  $A = \frac{x+3}{x-2}$ . Tìm số nguyên  $x$  để  $A$  có giá trị nguyên.

**Câu 59. (HSG 7 huyện Lục Nam 2020 - 2021)**

Tìm  $x, y$  nguyên thỏa mãn:  $2xy - y = 4x + 3$

**Câu 60. (HSG 7 huyện Quan Hoa 2021 - 2022)**

Tìm  $x, y$  nguyên biết:  $100 - y^2 = 8(x - 2021)^2$

**Câu 61. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)**

Tìm tất cả các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $2^x + 37 = |y - 45| + y - 45$

**Câu 62. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Như Thanh 2021 - 2022)**

Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn:  $x^2 y = 3 + 2xy + x$ .

**Câu 63. (HSG 7 huyện Thanh Miện, Hải Dương 2021 - 2022)**

Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  biết:  $xy + 2x - y = 5$

**Câu 64. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Chương Mỹ 2021 - 2022)**

Tìm  $x, y$  nguyên biết:  $xy + 3x - y = 6$

**Câu 65. (HSG 7 huyện Cao Lộc 2012 - 2022)**

Tìm số nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $x + xy + y = 2$

**Câu 66. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2017 - 2018)**

Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  biết  $2xy + 3x = 4$

**Câu 67. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2021 - 2022)**

Tìm số nguyên  $x, y$  biết rằng:  $xy + 2x - y = 5$

**Câu 68. (HSG 7 thành phố Thái Bình, trường Trần Lãm 2022 - 2023)**

Cho biểu thức:  $A = \frac{7x - 8}{2x - 3}$  với  $x \neq \frac{3}{2}$

Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $A$  có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

**Câu 69. (HSG 7 huyện Bá Thước, Thanh Hóa 2021 - 2022)**

Tìm cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn:  $x^2 - 6x + 8 = xy - 5y$

**Câu 70. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy 2021 - 2022)**

Tìm cặp số  $(x, y)$  nguyên thỏa mãn  $x^2 - x(y + 5) = -4y - 9$

**Câu 71. (HSG 7 huyện Mường La 2021 - 2021)**

Tìm số tự nhiên  $n$  để phân số  $\frac{7n - 8}{2n - 3}$  có giá trị lớn nhất.

**Câu 72. (HSG 7 huyện Mường La 2021 - 2021)**

Tìm số nguyên  $x, y$  sao cho  $x - 2xy + y = 0$

**Câu 73. (HSG 7 huyện Lý Nhân 2021 - 2022)**

Tìm số nguyên  $y$  để biểu thức  $D = |y - 4| + |y - 10|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 74. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2021 - 2022)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn  $4x - 5y - 6xy + 7 = 0$

**Câu 75. (HSG 7 huyện Tam Nông 2021 - 2022)**

Tìm số nguyên  $x$  để tích hai phân số  $\frac{3}{x-1}$  và  $\frac{x+1}{3}$  là một số nguyên.

**Câu 76. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018 - 2019)**

Tìm các cặp số nguyên dương  $(a; b)$  biết:  $3a - b + ab = 8$

**Câu 77. (HSG 7 huyện Cát Tiên, 2018 - 2019)**

Tìm các số nguyên  $x$  để biểu thức sau có giá trị là một số nguyên  $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$

**Câu 78. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa 2020 - 2021)**

Tìm cặp số  $(x; y)$  nguyên thỏa mãn:  $x - 2xy + y - 3 = 0$

**Câu 79. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)**

Tìm số nguyên  $x$  và  $y$  biết:  $\frac{5}{x} + \frac{y}{2} = \frac{1}{4}$

**Câu 80. (HSG 7 huyện Kinh Môn 2021 - 2022)**

Tìm số nguyên  $x$  và  $y$  biết:  $x + xy + y = 2$

**Câu 81. (HSG 7 trường Hồng Đà, huyện Tam Nông 2015 - 2016)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  biết:  $x - 2xy + y = 0$

**Câu 82. (HSG 7 Huyện Sơn Dương - 2016 - 2017)**

Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  thỏa mãn  $x + xy + y = 9$

**Câu 83. (HSG 7 Huyện Minh An 2016 - 2017)**

Tìm  $x, y \in \mathbb{Z}$  biết:  $xy + 2x - y = 5$

**Câu 84. (HSG 7 trường Tam Hưng 2013 - 2014)**

Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(m, n)$  thỏa mãn:

a)  $2^m - 2^n = 2048$

b)  $3m + 4n - mn = 16$

**Câu 85. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  biết:  $x^2 + 2x - 8y^2 = 41$

**Câu 86. (HSG 7 huyện Vĩnh Tường 2015 - 2016)**

Tìm các số tự nhiên  $x, y$  thỏa mãn:  $3x(3y - 2) + 3y = 9$

**Câu 87. (HSG 7 huyện Ngọc Lặc, trường Nguyệt Án 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  biết rằng  $2xy + 5x + 3y = 1$

**Câu 88. (HSG 7 huyện Sóc Sơn 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  sao cho  $xy + 2x - y = 5$

**Câu 89. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)**

Tìm số nguyên  $a$  sao cho  $a^2 + 2a + 3$  chia hết  $a + 1$ .

**Câu 90. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên tố  $x, y$  thỏa mãn  $(x - 1)(x + 1) = 6y^2$

**Câu 91. (HSG 7 huyện Nho Quan 2022 - 2023)**

Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x, y)$  thỏa mãn:  $xy + 3x - y = 6$

**Câu 92. (HSG 7 huyện Sơn Động 2022 - 2023)**

Tìm số tự nhiên  $x, y$  thỏa mãn:  $7(x - 2023)^2 = 23 - y^2$

**Câu 93. (HSG 7 huyện Lâm Thao 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên dương  $x, y$  sao cho  $2x - xy + 3y = 9$ .

**Câu 94. (HSG 7 huyện Lâm Thao 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $m$  để  $(m+1)(m^2+2m)$  là một số chính phương

**Câu 95. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023)**

Tìm các số nguyên  $x, y$  sao cho  $x^2 + 2x + y = xy$ .

**Câu 96. (HSG 7 huyện Thanh Thủy 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $x, y$  biết:  $2xy - 10x - 5y = -15$

**Câu 97. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa 2022 - 2023)**

Tìm các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn  $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x = 4$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>