

Bài 25. Đường thẳng vuông góc

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN D. CÂU HỎI ĐÚNG-SAI**Câu 1.** Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Xác định tính đúng sai các mệnh đề sau?*a) Nếu $a // b$ thì $(a, c) = (c, b)$.*b) Nếu $c // b$ thì $(a, b) = (a, c)$.c) Nếu $a \perp c, b \perp c$ thì $a // b$.d) Nếu $a \perp c$ thì $(a, b) = (c, b)$.**Lời giải**

a) Mệnh đề đúng.

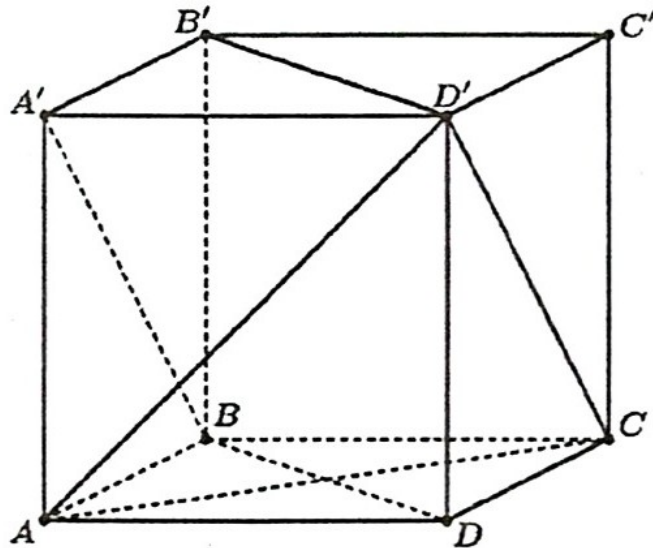
b) Mệnh đề đúng.

c) Mệnh đề sai, vì a, b có thể chéo nhau.

d) Mệnh đề sai.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Khi đó:*a) $BD // B'D'$ *b) $(AC, B'D') = 90^\circ$ *c) Tam giác ACD' đều d) $(AC, A'B) = 30^\circ$ **Lời giải**

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Ta có: $BB' // DD', BB' = DD' \Rightarrow BDD'B'$ là hình bình hành $\Rightarrow BD // B'D'$.Vì vậy $(AC, B'D') = (AC, BD) = 90^\circ$ (do AC và BD là hai đường chéo hình vuông $ABCD$).Ta có: $AD' // BC, AD' = BC \Rightarrow A'BCD'$ là hình bình hành $\Rightarrow A'B // CD'$.Vì vậy $(AC, A'B) = (AC, CD')$.Gọi a là cạnh của hình lập phương thì $AD' = CD' = AC = a\sqrt{2}$ (đường chéo của hình vuông cạnh a).Suy ra tam giác ACD' đều nên $(AC, CD') = \angle ACD' = 60^\circ$.Vậy $(AC, A'B) = 60^\circ$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của đoạn SB, SD . Khi đó:

*a) $MN \parallel BD$.

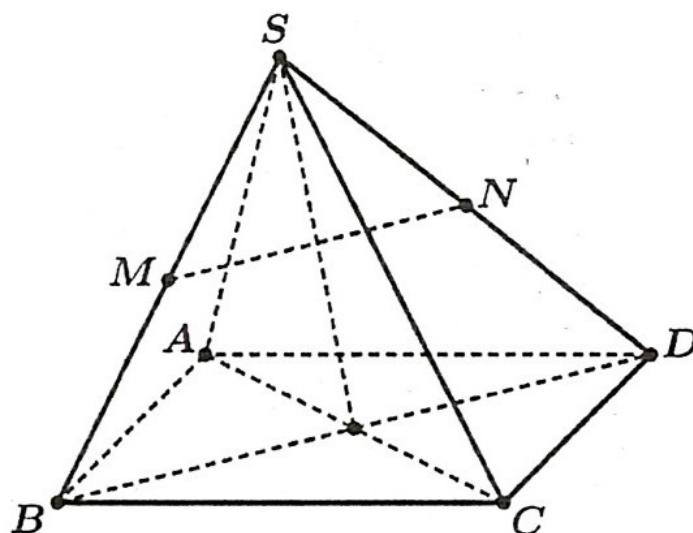
*b) MN và AC là hai đường thẳng chéo nhau.

*c) $AC \perp BD$

*d) $(MN, AC) = 90^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------



Xét tam giác SBD có MN là đường trung bình, suy ra $MN \parallel BD$. (1)

Mặt khác: $AC \perp BD$ (hai đường chéo trong hình thoi). (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp MN$ hay $(MN, AC) = 90^\circ$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a , M là trung điểm cạnh BC , N là trung điểm của AC . Khi đó:

*a) $MN \parallel AB$

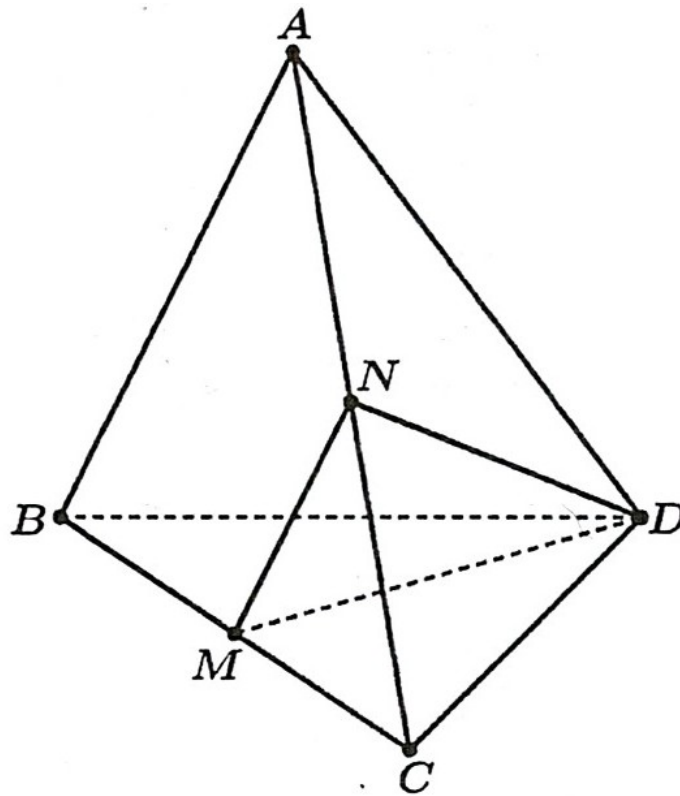
b) $MD = ND = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

*c) $(AB, DM) = (MN, DM)$

d) $\cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Gọi N là trung điểm của AC nên MN là đường trung bình của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \begin{cases} MN \parallel AB (*) \\ MN = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2} \end{cases}$$

Vì $\triangle BCD$ và $\triangle ACD$ là các tam giác đều cạnh bằng a nên $MD = ND = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Từ (*) suy ra: $(AB, DM) = (MN, DM)$.

Xét $\triangle MND$, ta có:

$$\cos \widehat{DMN} = \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2MN \cdot MD} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} > 0$$

$\Rightarrow \widehat{DMN}$ là góc nhọn.

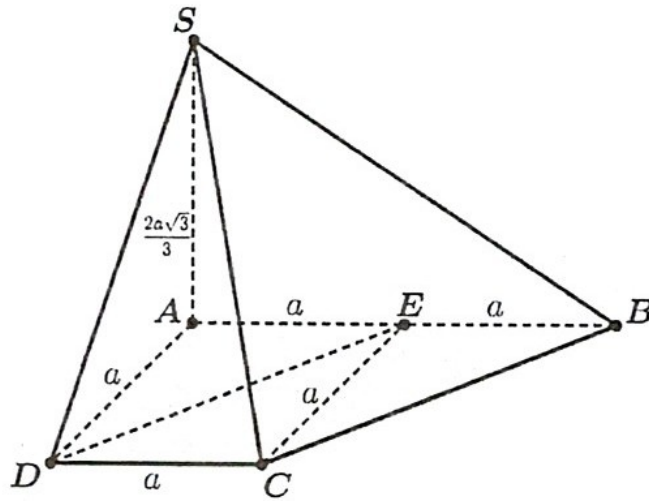
Vậy $(AB, DM) = (MN, DM) = \widehat{DMN}$ nên $\cos(AB, DM) = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Gọi E là trung điểm của AB . Biết $AB = 2a, AD = DC = a$, đồng thời $SA \perp AB, SA \perp AD$ và $SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó:

- *a) $(SB, DC) = \widehat{SBA}$ b) $\tan \widehat{SBA} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ *c) $DE \parallel BC$ d) $(SD, BC) \approx 52,42^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



Vì $CD \parallel AB$

$$\Rightarrow (SB, DC) = (SB, AB) = \angle SBA$$

($\triangle SAB$ vuông tại A nên $\angle SBA < 90^\circ$).

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A , ta có:

$$\tan \angle SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle SBA = 30^\circ$$

Vậy $(SB, DC) = \angle SBA = 30^\circ$

Gọi E là trung điểm của AB .

Vì $BE \parallel CD, BE = CD = a$ nên $BCDE$ là hình bình hành $\Rightarrow DE \parallel BC$.

Khi đó: $(SD, BC) = (SD, DE)$

$$\text{Ta có: } SE^2 = SA^2 + AE^2 = \frac{4a^2}{3} + a^2 = \frac{7a^2}{3}; SD^2 = SA^2 + AD^2 = \frac{7a^2}{3};$$

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 = 2a^2$$

$$\text{Suy ra } SE = SD = \frac{a\sqrt{21}}{3}, DE = a\sqrt{2}$$

Áp dụng định lý hàm cosin cho tam giác SDE , ta được:

$$\cos \angle SDE = \frac{SD^2 + DE^2 - SE^2}{2SD \cdot DE} = \frac{2a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{21}}{3} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{42}}{14} > 0 \Rightarrow \angle SDE$$

là góc nhọn.

Vậy $(SD, BC) = (SD, DE) = \angle SDE$. Suy ra: $(SD, BC) = \angle SDE \approx 62,42^\circ$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a . Cho biết $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp AB, SA \perp AD$. Khi đó:

*a) $(AB, SA) = 90^\circ$

*b) $SA \perp CD$

c) $(SD, BC) = (SD, CD)$

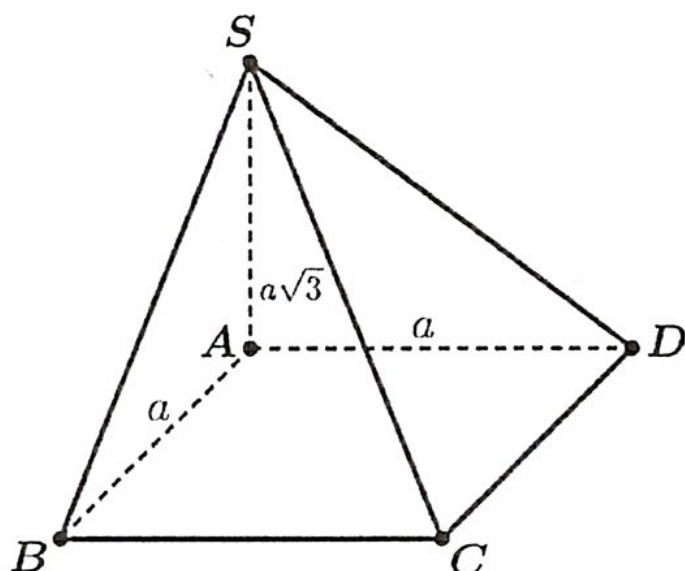
*d) $\angle SDA = 60^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Vì $CD \parallel AB$ (hai cạnh đối trong hình thoi) nên $(CD, SA) = (AB, SA) = 90^\circ$.

Vậy $SA \perp CD$.



Vì $BC \parallel AD$ (hai cạnh đối trong hình thoi) nên $(SD, BC) = (SD, AD)$.

Tam giác SAD vuông tại A có:

$$\tan \angle SDA = \frac{SA}{AD} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \angle SDA = 60^\circ.$$

$$\Rightarrow (SD, BC) = (SD, AD) = \angle SDA = 60^\circ.$$

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 1$ và $\angle BAC = \angle BAD = 60^\circ, \angle CAD = 90^\circ$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó:

*a) $CD = \sqrt{2}$

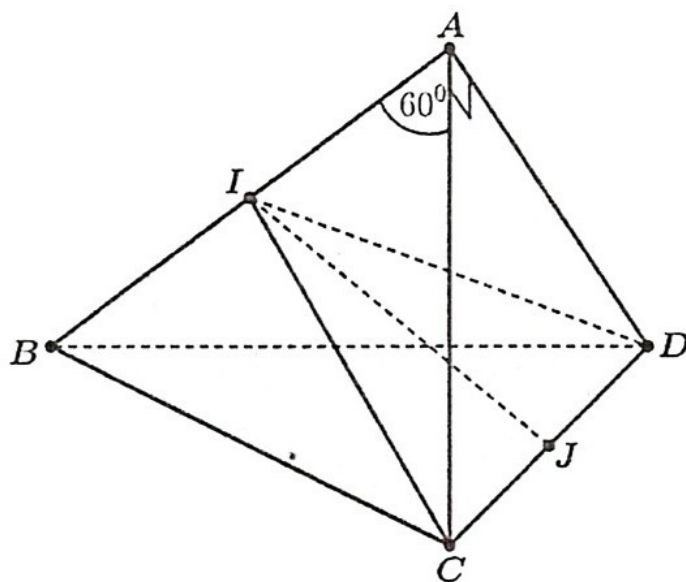
b) Tam giác BCD vuông cân tại C .

*c) $IJ \perp AB$

*d) $IJ \perp CD$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



Các tam giác ABC và ABD cân tại A và có góc 60° nên hai tam giác ABC và ABD đều cạnh bằng 1.
Tam giác ACD vuông cân tại A có:

$$CD = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Tam giác BCD có:

$$BC^2 = 1, BD^2 = 1, CD^2 = 2$$

$$\text{hay } BC^2 + BD^2 = CD^2$$

suy ra tam giác BCD vuông cân tại B .

Ta có: $AJ = BJ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên tam giác JAB cân tại J .

Mặt khác I là trung điểm AB nên $IJ \perp AB$.

Tam giác ABC và ABD đều cạnh 1 nên $CI = DI = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vì vậy tam giác ICD cân tại I , mà J là trung điểm CD nên $IJ \perp CD$.

Câu 8. Trong hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Khi đó:

a) $ABCD$ là hình chữ nhật.

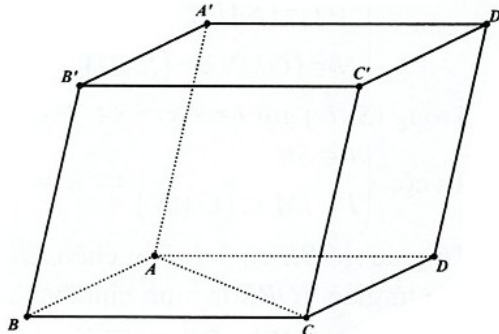
*b) $AC' \perp BD$.

*c) $A'B \perp DC'$.

*d) $BC' \perp AD$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



Vì hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau nên các tứ giác $ABCD$, $A'B'BA$, $B'C'CB$ đều là hình thoi.

$$AC \perp BD \text{ mà } AC \parallel AC' \Rightarrow AC' \perp BD.$$

$$A'B \perp AB' \text{ mà } AB' \parallel DC' \Rightarrow A'B \perp DC'.$$

$$BC' \perp B'C \text{ mà } B'C \parallel AD \Rightarrow BC' \perp AD.$$

Câu 9. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó:

a) $NA = NB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

*b) $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

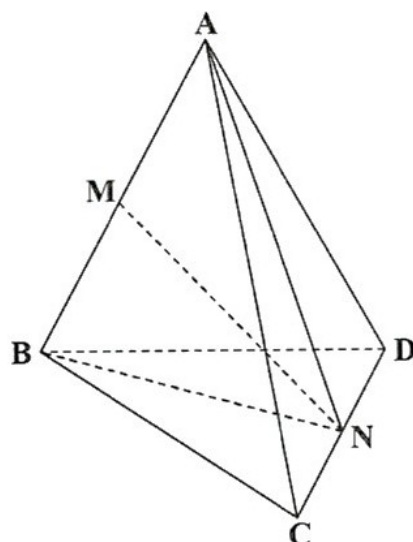
c) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{3}$

*d) Góc giữa đường thẳng MN và BC bằng

45°

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



AN, BN lần lượt là các đường trung tuyến của hai tam giác đều $\triangle ACD$ và $\triangle BCD$ nên $NA = NB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
Do đó $\triangle NAB$ cân tại N và $MN \perp AB$.
Xét $\triangle AMN$ vuông tại M . Ta có:

$$MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Đặt $\vec{AB} = a, \vec{AC} = b, \vec{AD} = c$

$$\vec{MN} = \vec{AN} - \vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) - \frac{1}{2}\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

$$\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB} = -\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{MN} \cdot \vec{BC} = \vec{AM} \cdot (-\vec{a} + \vec{b}) = \left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}\right) \cdot (-\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}(a^2 - a \cdot b - a \cdot c - a \cdot b + b^2 + b \cdot c)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot c = b \cdot c = a^2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2} \text{ và } a^2 = b^2 = c^2$$

$$\vec{MN} \cdot \vec{BC} = \frac{1}{2}\left(a^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}a^2 + a^2 + \frac{1}{2}a^2\right) = \frac{a^2}{2}$$

Suy ra

Gọi φ là góc giữa MN và BC .

$$\text{Ta có } \cos \varphi = \frac{|\vec{MN} \cdot \vec{BC}|}{|\vec{MN}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Suy ra } \varphi = 45^\circ.$$

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh a . Khi đó:

*a) $BC' \parallel AD'$

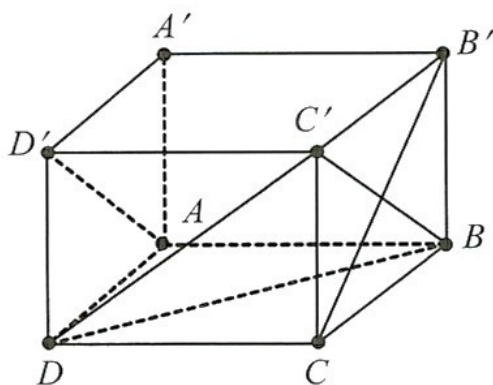
*b) $(AD', B'C) = 90^\circ$

*c) $(AD', DC') = (BC', DC')$

d) $\angle B'C'D = 90^\circ$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



Ta có: $BC' \parallel AD'$ nên $(AD', BC') = (BC', B'C) = 90^\circ$

Ta có: $BC' \parallel AD'$ nên $(AD', DC') = (BC', DC') = \angle B'C'D$

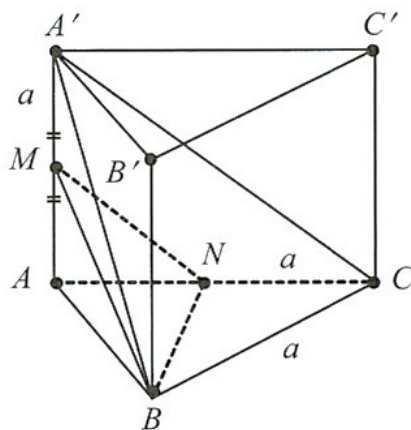
Ta có: $\triangle B'C'D$ đều nên $\angle B'C'D = 60^\circ$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có $AA' \perp AB, AA' \perp AC$ và tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm AA' . Khi đó:

- *a) $(AB, C'C) = \angle A'AB$ *b) $(AB, C'C) = 45^\circ$ c) $(AC, MB) = \angle BAN$ d) $\angle BMN \approx 42,6^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



Ta có: $AA' \parallel C'C \Rightarrow (AB, C'C) = (AB, AA') = \angle A'AB$

Mà $\triangle A'AB$ vuông cân tại A nên $\angle A'AB = 45^\circ$.

Gọi N là trung điểm của AC

Ta có: $AC \parallel MN \Rightarrow (AC, MB) = (MN, MB) = \angle BMN$

Xét $\triangle MNB$ có:

$$MB = MN = \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a, BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \widehat{BMN} = \frac{2 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2}{2 \left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)^2} = \frac{7}{10} \Rightarrow \widehat{BMN} \approx 45,6^\circ.$$

----HẾT---