**BÀl 9. THÉ TÍCH VẬT THÉ̉ TRÒN XOAY TÍNH THEO MẶT CÁT**

**PHẦN A. KIẾN THỨC CẦN NẮM**

**◼ Thể tích vật thể:**

Cắt một vật thể  bởi hai mặt phẳng  và  vuông góc với trục  lần lượt tại , . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với  tại điểm  cắt  theo thiết diện có diện tích là . Giả sử  liên tục trên đoạn .



Người ta chứng minh đ c rằng thể tích  của phần vật thể  giới hạn bởi hai mặt phẳng  và  được tính bởi công thức .

Một số Câu toán ta phải xây dựng các hệ trục để áp dụng công thức ứng dụng.

**PHẦN B. CÂU TẬP ÁP DỤNG**

**Câu 1:** Tính thể tích  của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  tại đi m có hoành đ  là một tam giác đều cạnh .

**Lời giải**

 

**Câu 2:** Cho vật thể  được giới hạn bởi hai mặt phẳng  và . Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông với góc với trục  tại điểm có hoành độ ,  là một hình vuông có cạnh . Thể tích vật  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Ta có .

**Câu 3:** Tính thể tích  của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  tại điểm có hoành độ  là một tam giác đều cạnh .

**Lời giải**

Ta có .

**Câu 4:** Xét vật thể  nằm giữa hai mặt phẳng  và . Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  tại đi m có hoành độ  là một hình vuông có cạnh bằng . Thể tích vật thể  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**



**Câu 5:** Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  và , có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  tại m có hoành độ  là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng  và  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

Ta có: 

Đặt .

Đổi cận:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   | 0 | 3 |
|   | 3 | 0 |

Khi đó: .

**Câu 6:** Tính thể tích  của vật thể giới hạn bởi hai đường thẳng  và  biết rằng thiết diện của vật thể cắt bới mặt phẳng vuông góc với trục  tại điểm có hoành độ  là hình vuông có cạnh .

**Lời giải**

Thể tích vật thể tính theo công thức: , với  là diện tích thiết diện của vật thể.

Do thiết diện của vật thể là hình vuông có cạnh là  nên 

 

**Câu 7:** Tính thể tích  của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình  và , biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  tại đ m có hoành độ  là hình vuông có cạnh .

**Lời giải**

Theo giả thiết, ta có .

**Câu 8:** Cho phần vật thể  giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình  và . Cắt phần vật thể  bởi mặt phẳng vuông góc với trục  tại đi m có hoành độ  ta được thiết diện là một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là  và . Thể tích vật thể  bằng bao nhiêu?



**Lời giải**

Thể tích vật thể  là: .

**Câu 9:** Sân vận động Sports Hub (Singapore) là nơi diễn ra lễ khai mạc đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức ở Singapore năm 2015. Nền sân là một Elip  có trục lớn dài , trục bé dài  . Nếu cắt sân vận động theo mặt phẳng vuông góc với trục lớn của  và cắt  tại  và  (hình a) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm  ( phần tô đậm trong hình b) với  là dây cung và . Để lắp máy điều hòa không khí cho sân vận động thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và vật liệu làm mái che không đáng kể. Hỏi thể tích đó xấp xỉ bao nhiêu?

**Lời giải**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

![](data:application/octet-stream;base64...)

Phương trình chính tắc elip  là: .

Từ đó, suy ra .

Diện tích thiết diện là:

 

Thể tích cần tính là: .

**Câu 10:** Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm , chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy.

****

**Lời giải**

Đặt . Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

![](data:application/octet-stream;base64...)

Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  tại điểm   cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là .

Ta thấy thiết diện đó là một tam giác vuông, giả sử là tam giác  vuông tại  như trong hình vẽ.

Ta có 

 

Vậy thể tích lượng nước trong cốc là .