# HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

# A - LÝ THUYẾT TÓM TẮT

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **I. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng**  Giữa hai mặt phẳng  và  có 3 vị trí tương đối.    cắt  **Định nghĩa:** Hai mặt phẳng  và  được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.  **II. Các định lý:**  **1. Định lí 1:** Nếu mặt phẳng  chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng  thì  song song với .    **Hệ quả:** Nếu mặt phẳng  chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b lần lượt song song với hai đường thẳng a’, b’ nằm trong mặt phẳng  thì mặt phẳng  song song với mặt phẳng .   |  |  | | --- | --- | |  |  |   **☞ Lưu ý:** Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.  **2. Định lí 2 : (*Định lí giao tuyến thứ tư)*** Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.   |  |  | | --- | --- | |  |  |   **3. Định lí 3 : (Định lí Ta-lét trong không gian)** Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.   |  |  | | --- | --- | |  |  |   **☸ Hình lăng trụ và hình hộp:**    − Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.  − Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.  − Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau và nằm trên 2 mặt phẳng song song.  − Tùy theo đáy của lăng trụ là tam giác, tứ giác, ngũ giác … mà ta gọi lăng trụ là ***lăng trụ tam giác, lăng trụ tứ giác, lăng trụ ngũ giác…***  − Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là ***hình hộp.***  **☸Hình chóp cụt:**    − Hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.  − Các mặt bên là những hình thang.  − Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng quy tại một điểm. |

# B – BÀI TẬP

**Câu 1:** Một mặt phẳng cắt hai mặt đối diện của hình hộp theo hai giao tuyến là  **và** . *Hãy Chọn Câu đúng:*

**A.**  **và**  **song song. B.**  **và**  **chéo nhau.**

**C.**  **và**  **trùng nhau. D.**  **và**  **cắt nhau.**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**

**Câu 2:** *Chọn Câu đúng :*

**A. Hai đường thẳng a và b không cùng nằm trong mặt phẳng (P) nên chúng chéo nhau.**

**B. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.**

**C. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt nằm trên hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.**

**D. Hai đường thẳng không song song và lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song thì chéo nhau.**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

A sai vì còn trường hợp song song.

B sai vì còn trường hợp cắt nhau.

C sai vì còn trường hợp song song.

**Câu 3:** *Chọn Câu đúng :*

**A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song.**

**B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.**

**C. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.**

**D. Hai mặt phẳng không song song thì trùng nhau.**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.** Theo hệ quả 2 sgk trang 66.

**Câu 4:** *Hãy Chọn Câu* ***sai*** *:*

**A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.**

**B. Nếu mặt phẳng**  **chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng**  **thì**  **và**  **song song với nhau.**

**C. Nếu hai mặt phẳng**  **và (Q) song song nhau thì mặt phẳng**  **đã cắt**  **đều phải cắt**  **và các giao tuyến của chúng song song nhau.**

**D. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.**

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn** **B.**

Theo định lý 1 trang 64 sgk: **Nếu mặt phẳng**  **chứa hai đường thẳng cắt nhau cùng song song với mặt phẳng**  **thì**  **và**  **song song với nhau**

**Câu 5:** Cho một đường thẳng  song song với mặt phẳng . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  và song song với ?

**A. .** **B. .** **C. .** **D.** vô số.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**



Có duy nhất một mặt phẳng chứa  và song song với .

**Câu 6:** Hãy Chọn Câu đúng :

**A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia.**

**B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau.**

**C. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.**

**D. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.**

***Hướng dẫn giải:***

Đáp án C sai

Đáp án B sai

**Chọn D.**

Đáp án A sai

**Câu 7:** Cho một điểm  nằm ngoài mp. Qua  vẽ được bao nhiêu đường thẳng song song với ?

**A. .** **B. .** **C. .** **D.** vô số.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**



Qua  vẽ được vô số đường thẳng song song với .

**Câu 8:** Giả thiết nào sau đây là điều kiện đủ để kết luận đường thẳng  song song với mp?

**A. ** và . **B. ** và .

**C. ** và . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Theo định nghĩa SGK Hình học 11.

**Câu 9:** Cho đường thẳng  nằm trên mp  và đường thẳng  nằm trên mp . Biết .

Tìm câu **sai**:

**A.** . **B.** **.**

**C.** . **D.** Nếu có một mp  chứa  và  thì .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Chọn **C.** vì còn có khả năng 

chéo nhau như hình vẽ sau.

**Câu 10:** Cho đường thẳng  nằm trong mặt phẳng  và đường thẳng  nằm trong mặt phẳng . Mệnh đề nào sau đây **SAI**?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** và hoặc song song hoặc chéo nhau.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn A.**

|  |  |
| --- | --- |
| Nếu thì ngoài trường hợp  thì và  còn có thể chéo nhau. | *a*  *b* |

**Câu 11:**  Cho đường thẳng  và đường thẳng  Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.**  và  cắt nhau.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn C.**

Nếu  thì mọi đường thẳng  đều song song với  và mọi đường thẳng  đều song song với 

**Câu 12:** Hai đường thẳng  và  nằm trong . Hai đường thẳng  và  nằm trong mp. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.** Nếu  và  thì .

**B.** Nếu  thì  và .

**C.** Nếu  và  thì .

**D.** Nếu  cắt ,  cắt và  và  thì .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn D.**

Do nên  và nên .

Theo định lí 1 bài hai mặt phẳng song song, thì .

## DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

***Phương pháp 1***

Cơ sở của phương pháp chứng minh hai mặt phẳng  và  song song nhau là:

- Bước 1: Chứng minh mặt phẳng  chứa hai đường thẳng  cắt nhau lần lượt song song với hai đường thẳng  cắt nhau trong mặt phẳng .

- Bước 2: Kết luận  theo điều kiện cần và đủ.

***Phương pháp 2***

- Bước 1: Tìm hai đường thẳng  cắt nhau trong mặt phẳng .

- Bước 2: Lần lượt chứng minh  và 

- Bước 3: Kết luận .

**Câu 1:** Cho hình hộp . Khẳng định nào sau đây **SAI**?

**A.**  và  là hai hình bình hành có chung một đường trung bình.

**B.**  và  chéo nhau.

**C.**  và  chéo nhau.

**D.**  và  chéo nhau.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

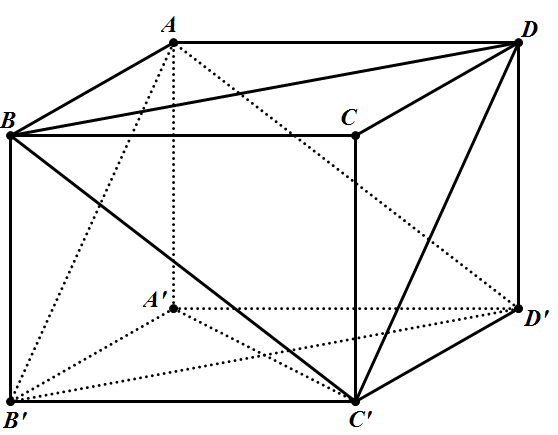
 và  song song với nhau.

**Câu 2:** Cho hình hộp. Mặt phẳng song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn B.**

****

Do  là hình bình hành nên , và  là hình bình hành nên  nên .

**Câu 3:** Cho hình hộp . Gọi  là trung điểm của . Mặt phẳng  cắt hình hộp  theo thiết diện là hình gì?

**A.** Hình tam giác. **B.** Hình ngũ giác. **C.** Hình lục giác. **D.** Hình thang.

***Hướng dẫn giải:***

**Chọn D.**

Trong mặt phẳng ,  cắt  tại    
Do  nên  là trung điểm  và  là trung điểm của .

Gọi  là giao điểm của  và .

Do  và  là trung điểm  nên  là trung điểm của .

Suy ra: tam giác  có  là đường trung bình.

Ta có mặt phẳng  cắt hình hộp  theo thiết diện là tứ giác  có 

Vậy thiết diện là hình thang .

**Cách khác:**

Ta có : ,  là trung điểm của  nên  cắt  tại trung điểm .Thiết diện là tứ giác .

**Câu 4:** Cho hình bình hành . Vẽ các tia  song song, cùng hướng nhau và không nằm trong mp. Mp  cắt  lần lượt tại. Khẳng định nào sau đây sai?

**A.**  là hình bình hành. **B.** mp.

**C.**  và . **D.** .

( là tâm hình bình hành ,  là giao điểm của  và).

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn C.**

****

**.**

Câu B đúng.

Mặt khác





Do đó câu A đúng.

 lần lượt là trung điểm của  nên  là đường trung bình trong hình thang . Do đó . Câu D đúng.

**Câu 5:** Cho hình hộp. Người ta định nghĩa ‘Mặt chéo của hình hộp là mặt tạo bởi hai đường chéo của hình hộp đó’. Hỏi hình hộp  có mấy mặt chéo ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn B.**

|  |  |
| --- | --- |
| Các mặt chéo của hình hộp là |  |

**Câu 6:** Cho hình hộp. Mp qua  cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

**A.** Hình bình hành. **B.** Hình thoi.

**C.** Hình vuông. **D.** Hình chữ nhật.

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn A.**

**Câu 7:** Cho hình hộp . Gọi  và  lần lượt là tâm của  và.Khẳng định nào sau đây sai ?

**A.** .

**B.** .

**C.**  và  cùng ở trong một mặt phẳng.

**D.**  là đường trung bình của hình bình hành .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn C.**

|  |  |
| --- | --- |
| là hình bình hành có  là đường trung bình nên . Đáp án A, D đúng.  nên . Đáp án B đúng. |  |

**Câu 8:** Cho hình hộp . Gọi  là trung điểm . Mp cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

**A.** Tam giác. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn B.**

|  |  |
| --- | --- |
| .  .  với  là đường thẳng qua và song song với .  Gọi  là trung điểm của .  Khi đó .  .  Thiết diện cần tìm là hình thang  với . |  |

**Câu 9:** Cho hình lăng trụ . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và.  lần lượt là trọng tâm tam giác  và. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn D.**

|  |  |
| --- | --- |
| là đường trung bình trong hình bình hành  nên  Do đó  là hình bình hành hay 4 điểm  đồng phẳng. |  |

**Câu 10:** Cho hình lăng trụ . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và,. Khẳng định nào sau đây đúng ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn C.**

|  |  |
| --- | --- |
| là đường trung bình trong hình bình hành  nên    Do đó . |  |

**Câu 11:** Cho hình hộp  có các cạnh bên. Khẳng định nào sai ?

**A.** . **B.**  và  cắt nhau.

**C.**  là hình bình hành. **D.**  là một tứ giác đều.

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn D.**

|  |  |
| --- | --- |
| Câu A, C đúng do tính chất của hình hộp.    . Câu B đúng.  Do  nên  không phải là tứ giác. |  |

**Câu 12:** Cho hình lăng trụ . Gọi  là trung điểm của . Đường thẳng  song song với mặt phẳng nào sau đây ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn A.**

|  |  |
| --- | --- |
| Gọi  là giao điểm của  và ,  là trung điểm của .  Do  nên  là hình bình hành hay .  Mặt khác  nên .  Khi đó : |  |

**Câu 13:** Cho hình hộp. Mp đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác . Khẳng định nào sau đây là đúng ?

**A.**  là hình chữ nhật. **B.**  là hình bình hành.

**C.**  là hình thoi. **D.**  là hình vuông.

***Hướng dẫn giải:*.**

**Chọn B.**

## DẠNG 2: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA VỚI HÌNH CHÓP KHI BIẾT VỚI MỘT MẶT PHẲNG CHO TRƯỚC.

**Phương pháp:**

- Để xác định thiết diện trong trường hợp này ta sử dụng các tính chất sau.

- Khi thì  sẽ song song với tất cả các đường thẳng trong và ta chuyển về dạng thiết diện song song với đường thẳng (§3)

Sử dụng .

- Tìm đường thẳng  mằn trong  và xét các mặt phẳng có trong hình chóp mà chứa , khi đó  nên sẽ cắt các mặt phẳng chứa ( nếu có) theo các giao tuyến song song với .

**Câu 1:** Cho hình chóp  có đáy  là hình bình hành và  lần lượt là trung điểm của . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi  đi qua  và song song với mặt phẳng .Thiết diện là hình gì?

**A.** Tam giác **B.** Hình thang **C.** Hình bình hành **D.** Tứ giác

***Hướng dẫn giải::***

|  |  |
| --- | --- |
| Ta có .  Tương tự  .  Dễ thấy . Thiết diện là tứ giác  Ba mặt phẳng  và  đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là , mà . Vậy thiết diện là một hình thang. |  |

**Câu 2:** Cho hìh chóp  có đáy  là hình bình hành tâm  có . Tam giác  là tam giác đều. Một mặt phẳng  di động song song với mặt phẳng  và đi qua điểm  trên đoạn và .

a) thiết diện của hình chóp cắt bởi  là hình gi?

**A.** Tam giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

b) Tính diện tích thiết diện theo  và .

***Hướng dẫn giải::***

a) ***Trường hợp 1.*** Xét  thuộc đoạn 

|  |  |
| --- | --- |
| Ta có  .  Tương tự  .  Thiết diện là tam giác . |  |

Do . Hai tam giác  và  có các cặp cạnh tương ứng song song nên chúng đồng dạng, mà đều nên tam giác  đều.

***Trường hợp 2.*** Điểm  thuộc đoạn , tương tự trường hợp 1 ta được thiết diện là tam giác đều  như .

b) ***Trường hợp 1.***  thuộc đoạn 

|  |  |
| --- | --- |
| Ta có ,  Do .  ***Trường hợp 2.***  thuộc đoạn , tính tương tự ta có  .  Vậy . |  |

**Câu 3:** Cho tứ diện  và  là các điểm thay trên các cạnh  sao cho .

a) Chứng minh  luôn luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b) Cho  và  là một điểm trên cạnh . thiết diện của hình chóp cắt bởi là hình gì?

**A.** Tam giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

c) Tính theo  tỉ số diện tích tam giác  và diện tích thiết diện.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Hướng dẫn giải::***

a) Do  nên theo định lí Thales thì các đường thẳng  cùng song song với một mặt phẳng .Gọi  là mặt phẳng đi qua  và song song với thì  cố định và suy ra  luôn song song với  cố định.

b) Xét trường hợp , lúc này  nên .

Ta có :

.

|  |  |
| --- | --- |
| Thiết diện là tứ giác .Xét trường hợp  Trong gọi  Trong  gọi  thì thiết diện là tứ giác .  Gọi  Ta có . |  |

Do  nên theo định lí Thales đảo thì  lần lượt thuộc ba mặt phẳng song song với nhau và đường thẳng  cắt ba mặt phẳng này tương ứng tại  nên áp dụng định lí Thales ta được .