|  |  |
| --- | --- |
| **UBND HUYỆN VĨNH BẢO**  **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  **MÔN TOÁN 8**  **Năm học 2022-2023** |

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. Phân tích đa thức thành nhân tử : 
2. Cho biểu thức . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức khi 
3. Cho Chứng minh rằng 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình nghiệm nguyên 
2. Cho Chứng minh rằng 

**Câu 3. (2,0 điểm)** Cho vuông tại A và Kẻ đường cao Trong nửa mặt phẳng có chứa đỉnh bờ là đường thẳng vẽ hình vuông (với D thuộc đoạn thẳng Gọi là giao điểm của và AC. Đường thẳng qua song song với cắt đường thẳng qua song song với tại điểm Chứng minh rằng

1. Tứ giác là hình vuông
2. Tứ giác là hình thang
3. Ba đường thẳng đồng quy

**Câu 4. (2,0 điểm)** Cho vuông cân tại Gọi lần lượt là trung điểm của Kẻ tại H. Kẻ tại E. Chứng minh rằng cân và là tia phân giác của 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho một đa giác đều gồm 2019 đỉnh. Người ta tô mỗi đỉnh của da giác bởi một màu xanh hoặc màu đỏ. Chứng minh rằng luôn tìm được ba đỉnh của đa giác là ba đỉnh của một tam giác cân được đánh dấu bởi cùng một màu.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. **Phân tích đa thức thành nhân tử : **

****

1. **Cho biểu thức . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức khi **

****

Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho 2 số dương và ta được



Dấu bằng xảy ra khi 

Vậy 

1. **Cho Chứng minh rằng **

Ta có :



Vậy ****

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. **Giải phương trình nghiệm nguyên **

Xét ta thấy phương trình vô nghiệm

Xét ta có :

với mọi x

với mọi 

mà 





Vậy phương trình có hai nghiệm 

1. **Cho Chứng minh rằng **

Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho hai số không âm ta có :



Tương tự ta có : 

Từ (1), (2) và (3) 

Lại có 



Từ (4) và (5) suy ra ****

**Câu 3. (2,0 điểm) Cho vuông tại A và Kẻ đường cao Trong nửa mặt phẳng có chứa đỉnh bờ là đường thẳng vẽ hình vuông (với D thuộc đoạn thẳng Gọi là giao điểm của và AC. Đường thẳng qua song song với cắt đường thẳng qua song song với tại điểm Chứng minh rằng**

****

1. **Tứ giác là hình vuông**

Ta có là hình bình hành (1)

Xét và có : (ADHE là hình vuông)

(cùng phụ với 

(2 cạnh tương ứng ) (2)

Từ (1) và (2) suy ra là hình thoi mà nên là hình vuông

1. **Tứ giác là hình thang**

Gọi là giao điểm của 

Xét và có : (đối đỉnh)





Mà là phân giác của (tính chất hình vuông)



Lại có là hình vuông 

Mà và ở vị trí so le trong nên là hình thang

1. **Ba đường thẳng đồng quy**

Gọi O là giao điểm của là trung điểm của (tính chất hình vuông)

có là trung điểm của AD nên đi qua trung điểm J của AG mà tứ giác là hình vuông (cmt)

cũng đi qua trung điểm J của AG (4)

Từ (3) và (4) ta có đồng quy tại J

**Câu 4. (2,0 điểm) Cho vuông cân tại Gọi lần lượt là trung điểm của Kẻ tại H. Kẻ tại E. Chứng minh rằng cân và là tia phân giác của **

****

Dựng hình vuông 

Xét và có : (cạnh hình vuông), 

(nửa cạnh hình vuông)

(hai góc tương ứng)

Mà 

Mặt khác thẳng hàng

Gọi P là trung điểm của 

Mà là trung điểm của là hình vuông 

là hình bình hành 

Mà do 

Gọi I là giao điểm của 

có P là trung điểm là trung điểm của HD 

Từ (1) và (2) suy ra là trung trực của 

Mà ( ABDC là hình vuông)

cân tại B (đpcm)

Gọi F là giao điểm của 

Ta có (cùng vuông góc với (so le trong)

Mà cân tại B (tính chất tam giác cân)

là phân giác ngoài của 

Mặt khác là phân giác trong của là phân giác của 

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho một đa giác đều gồm 2019 đỉnh. Người ta tô mỗi đỉnh của da giác bởi một màu xanh hoặc màu đỏ. Chứng minh rằng luôn tìm được ba đỉnh của đa giác là ba đỉnh của một tam giác cân được đánh dấu bởi cùng một màu.**

Vì đa giác đều có 2019 đỉnh được tô bởi một trong hai màu xanh hoặc đỏ nên sẽ có 2 đỉnh liên tiếp cùng màu (do 2019 lẻ)

Không mất tính tổng quát, gọi 2 đỉnh đó là và B có cùng màu xanh.

Gọi là đỉnh nằm trên đường trung trực của cân tại M

+) nếu có màu xanh cân có 3 đỉnh cùng màu xanh .

+) nếu có màu đỏ. Xét 2 đỉnh kề với và B là C và D cân tại M

-Nếu và D có màu đỏ cân có 3 đỉnh cùng màu đỏ

-Nếu và D có màu xanhhoặc cân có 3 đỉnh cùng màu xanh

Vậy luôn tồn tại một tam giác cân có 3 đỉnh cùng màu.