

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH HƯNG YÊN

Năm học: 2013-2014

Môn: TOÁN 8

Bài 1 (2,0 đ) Giải các phương trình sau:

$$a) \frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$$

$$b) \frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} + \frac{1}{x^2+13x+42} = \frac{1}{18}$$

Bài 2 (2,0 đ).

a) Cho a, b, c là 3 cạnh của một tam giác

$$\text{Chứng minh rằng: } A = \frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3$$

b) Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$

$$\text{Chứng minh rằng: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Bài 3. (1,0 đ) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu lên 4 đơn vị thì sẽ được phân số nghịch đảo của phân số đã cho. Tìm phân số đó.

Bài 4 (3,0 đ)

Cho ΔABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao $AH (H \in BC)$. Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HA = HD$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

1. Chứng minh rằng hai tam giác BEC và ADC đồng dạng. Tính độ dài đoạn BE theo $m = AB$
2. Gọi M là trung điểm của đoạn BE . Chứng minh rằng hai tam giác BHM và BEC đồng dạng. Tính số đo góc AHM

$$3. \text{ Tia } AM \text{ cắt } BC \text{ tại } G. \text{ Chứng minh } \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$$

Bài 5. (1,0 đ)

$$A = \frac{2010x + 2680}{x^2 + 1}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

Bài 6 (1,0 đ)

Tìm tất cả các tam giác vuông có số đo các cạnh là các số nguyên dương và số đo diện tích bằng số đo chu vi

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$a) \frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-214}{86} - 1 + \frac{x-132}{84} - 2 + \frac{x-54}{82} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-300}{86} + \frac{x-300}{84} + \frac{x-300}{82} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-300) \left(\frac{1}{86} + \frac{1}{84} + \frac{1}{82} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 300$$

b) Ta có:

$$x^2 + 9x + 20 = (x+4)(x+5)$$

$$x^2 + 11x + 30 = (x+6)(x+5)$$

$$x^2 + 13x + 42 = (x+6)(x+7)$$

ĐKXĐ: $x \neq -4; x \neq -5; x \neq -6; x \neq -7$

Phương trình trở thành:

$$\frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

$$\Leftrightarrow 18(x+7) - 18(x+4) = (x+7)(x+4)$$

$$\Leftrightarrow (x+13)(x-2) = 0$$

Từ đó tìm được $x = -13; x = 2$

Câu 2.

a.

Đặt $b+c-a=x>0; c+a-b=y>0; a+b-c=z>0$

Từ đó suy ra $a = \frac{y+z}{2}; b = \frac{x+z}{2}; c = \frac{x+y}{2}$

$$A = \frac{y+z}{2x} + \frac{x+z}{2y} + \frac{x+y}{2z} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) \right]$$

Thay vào ta được:

Từ đó suy ra $A \geq \frac{1}{2}(2+2+2)$ hay $A \geq 3$

b.

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \Leftrightarrow \frac{ayz + bxz + cxy}{xyz} = 0 \Leftrightarrow ayz + bxz + cxy = 0$$

Từ

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 &\Leftrightarrow \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \right)^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \cdot \left(\frac{xy}{ab} + \frac{xz}{ac} + \frac{yz}{bc} \right) = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \cdot \frac{cxy + bxz + ayz}{abc} = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (dpcm) \end{aligned}$$

Câu 3.

Gọi tử số của phân số cần tìm là x thì mẫu số của phân số cần tìm là $x+11$. Phân số cần

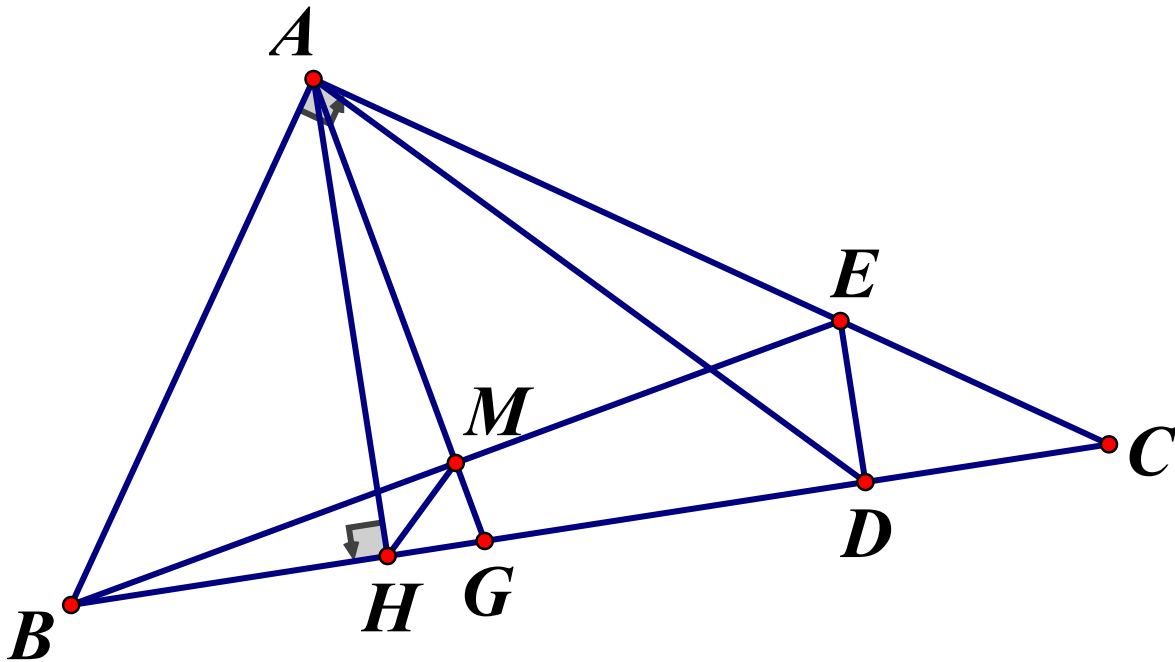
tìm là $\frac{x}{x+11}$ ($x \neq -11$)

Khi bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu số lên 4 đơn vị ta được phân số: $\frac{x-7}{x+15}$ ($x \neq -15$)

Theo bài ta có phương trình: $\frac{x}{x+11} = \frac{x+15}{x-7} \Rightarrow x = -5$ (thỏa mãn)

Từ đó ta tìm được phân số $\frac{-5}{6}$

Câu 4.



1) Hai tam giác ADC và BEC có:

\hat{C} chung; $\frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$ (hai tam giác vuông CDE và CAB đồng dạng)

Do đó: $\triangle BEC \sim \triangle ADC$

Suy ra: $\angle BEC = \angle ADC = 135^\circ$ (vì $\triangle AHD$ vuông cân tại H theo giả thiết)

Nên $\angle AEB = 45^\circ$ do đó $\triangle ABE$ vuông cân tại A. suy ra $BE = AB\sqrt{2} = m\sqrt{2}$

$$\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BE}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC} \quad (\text{Do } \triangle BEC \sim \triangle ADC)$$

2) Ta có:

Mà $AD = AH\sqrt{2}$ (tam giác AHD vuông cân tại H)

$$\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AH\sqrt{2}}{AC} = \frac{BH}{AB\sqrt{2}} = \frac{BH}{BE} \quad (\triangle ABH \sim \triangle CBA)$$

Nên

Do đó $\triangle BHM \sim \triangle BEC (c.g.c)$, suy ra $\widehat{BHM} = \widehat{BEC} = 135^\circ \Rightarrow \widehat{AHM} = 45^\circ$

3) $\triangle ABE$ vuông cân tại A, nên tia AM còn là tia phân giác \widehat{BAC}

Suy ra: $\frac{GB}{GC} = \frac{AB}{AC}$, mà $\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{DC} (\triangle ABC \sim \triangle DEC) = \frac{AH}{HC} (ED \parallel AH) = \frac{HD}{HC}$

Do đó: $\frac{GB}{GC} = \frac{HD}{HC} \Rightarrow \frac{GB}{GB+GC} = \frac{HD}{HD+HC} \Rightarrow \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$

Câu 5.

$$A = \frac{2010x + 2680}{x^2 + 1}$$

$$= \frac{335x^2 - 335 + 335x^2 + 2010x + 3015}{x^2 + 1} = -335 + \frac{335(x+3)^2}{x^2 + 1} \geq -335$$

Vậy GTNN của A là -335 khi $x = -3$

Câu 6.

Gọi các cạnh của tam giác vuông là x, y, z ; trong đó cạnh huyền là z (x, y, z là các số nguyên dương)

Ta có: $xy = 2(x+y+z)(1)$ và $x^2 + y^2 = z^2(2)$

Từ (2) suy ra $z^2 = (x+y)^2 - 2xy$, thay (1) vào ta có:

$$z^2 = (x+y)^2 - 4(x+y+z)$$

$$z^2 + 4z = (x+y)^2 - 4(x+y)$$

$$z^2 + 4z + 4 = (x+y)^2 + 4$$

$$(z+2)^2 = (x+y+2)^2, \text{ suy ra } z+2 = x+y+2$$

$$z = x+y, \text{ thay vào (1) ta được:}$$

$$xy = 2(x+y+x+y+4)$$

$$xy - 4x - 4y = -8$$

$$(x-4)(y-4) = 8 = 1.8 = 2.4$$

Từ đó ta tìm được các giá trị của x, y, z là:

$$(x; y; z) = \{(5; 12; 13); (12; 5; 13); (6; 8; 10); (8; 6; 10)\}$$

