

Câu 1. (4 điểm)

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

1. $8(x^2 + 3x + 5)^2 + 7(x^2 + 3x + 5) - 15$
2. $x^{11} + x^7 + 1$

Câu 2. (4 điểm) Giải phương trình:

1. $\frac{8}{81} \cdot \left(\frac{-5}{16} - \frac{3}{8}x \right)^3 = \frac{9}{64}$
2. $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6}$

Câu 3. (2 điểm)

Tìm số dư trong phép chia của đa thức $(x + 2)(x + 4)(x + 6)(x + 8) + 2010$ cho đa thức $x^2 + 10x + 21$

Câu 4. (6 điểm)

Cho đa thức ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao $AH (H \in BC)$. Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

1. Chứng minh rằng: $\triangle BEC \sim \triangle ADC$. Tính độ dài đoạn BE theo $m = AB$
2. Gọi M là trung điểm của đoạn BE . Chứng minh rằng hai tam giác $\triangle BHM, \triangle BEC$ đồng dạng. Tính số đo của $\angle AHM$

3. Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh: $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$

Câu 5. (4 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$. Vẽ BH vuông góc với $AC (H \in AC)$. Gọi M là trung điểm của AH, K là trung điểm của CD . Chứng minh rằng: $BM \perp MK$.

ĐÁP ÁN

Câu 1.

$$1.1 \quad 8(x^2 + 3x + 5)^2 + 7(x^2 + 3x + 5) - 15$$

Đặt $t = x^2 + 3x + 5$, ta có:

$$\begin{aligned} 8(x^2 + 3x + 5)^2 + 7(x^2 + 3x + 5) - 15 &= 8t^2 + 7t - 15 \\ &= 8t^2 - 8t + 15t - 15 = 8t(t - 1) + 15(t - 1) = (t - 1)(8t + 15) \end{aligned}$$

Thay $t = x^2 + 3x + 5$ vào đa thức ta có:

$$\begin{aligned} 8(x^2 + 3x + 5)^2 + 7(x^2 + 3x + 5) - 15 \\ &= (x^2 + 3x + 5 - 1)[8(x^2 + 3x + 5) + 15] \\ &= (x^2 + 3x + 4)(8x^2 + 24x + 55) \end{aligned}$$

1.2

$$\begin{aligned} x^{11} + x^7 + 1 &= (x^{11} + x^{10} + x^9) + (-x^{10} - x^9 - x^8) \\ &+ (x^8 + x^7 + x^6) + (-x^6 - x^5 - x^4) + (x^5 + x^4 + x^3) + (-x^3 - x^2 - x) + (x^2 + x + 1) \\ &= x^9(x^2 + x + 1) - x^8(x^2 + x + 1) + x^6(x^2 + x + 1) - x^4(x^2 + x + 1) + x^3(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) \\ &= (x^2 + x + 1)(x^9 - x^8 + x^6 - x^4 + x^3 + 1) \end{aligned}$$

Câu 2.

$$2.1. \quad \frac{8}{81} \cdot \left(\frac{-5}{16} - \frac{3}{8}x \right)^3 = \frac{9}{64}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-5}{16} - \frac{3}{8}x \right)^3 = \frac{9}{64} \cdot \frac{81}{8} = \left(\frac{9}{8} \right)^3$$

$$\Leftrightarrow \frac{-5}{16} - \frac{3}{8}x = \frac{9}{8}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\frac{9}{8} + \frac{5}{16}}{-\frac{3}{8}} = \frac{-23}{6}$$

$$2.2 \quad \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6} \quad (x \in \mathbb{R})$$

Đặt $t = x^2 + 2x + 3 \Rightarrow x^2 + 2x + 2 = t - 1$, $DK : t \geq 2$

Phương trình trở thành:

$$\frac{t-2}{t-1} + \frac{t-1}{t} = \frac{7}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6t(t-2)}{t(t-1)} + \frac{6(t-1)(t-1)}{t} = \frac{7t(t-1)}{6t(t-1)}$$

$$\Rightarrow 6t^2 - 12t + 6t^2 - 12t + 6 = 7t^2 - 7t$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 - 17t + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-3) \left(t - \frac{2}{5} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3(TM) \\ t = \frac{2}{5}(ktm) \end{cases}$$

Với $t = 3 \Rightarrow x^2 + 2x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của phương trình là : $x = 0; x = -2$

Câu 3.

$$P(x) = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2010$$

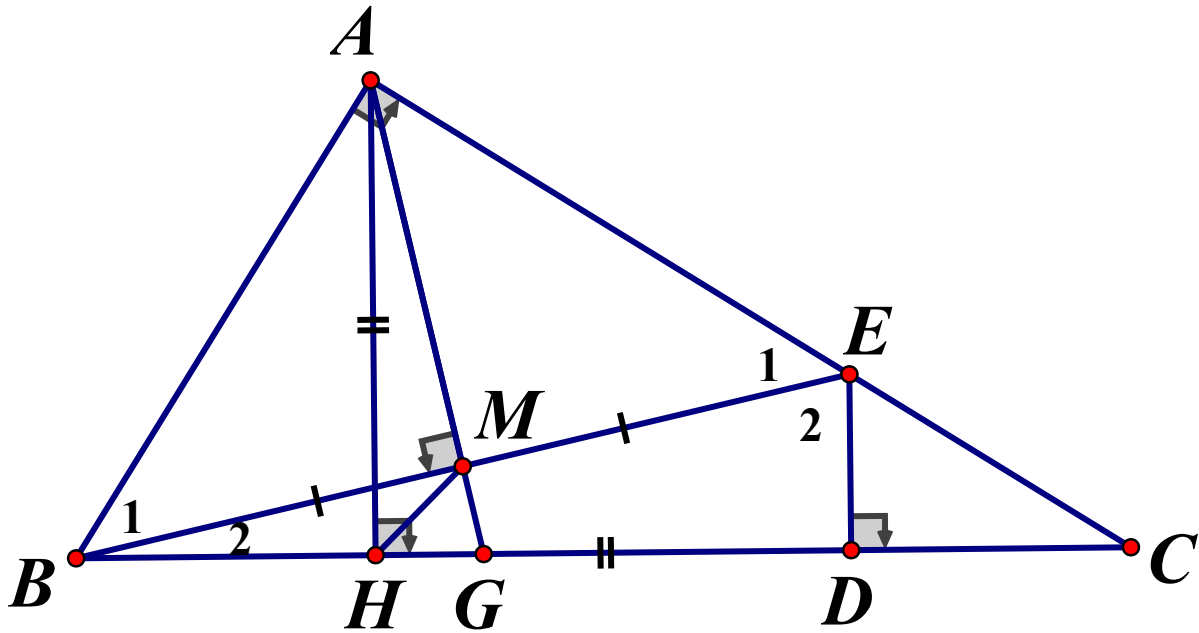
Ta có: $= (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 24) + 2010$

Đặt $t = x^2 + 10x + 21$, biểu thức $P(x)$ được viết lại:

$$P(x) = (t-5)(t+3) + 2010 = t^2 - 2t + 1995$$

Do đó khi chia $t^2 - 2t + 1995$ cho t ta có số dư là 1995

Câu 4.



4.1 $\triangle CDE$ và $\triangle CAB$ có: \sphericalangle chung; $\sphericalangle DE = \sphericalangle AB = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle CDE \sim \triangle CAB \Rightarrow \frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} \Rightarrow \frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$$

Hai tam giác ADC và BEC có:

$$\sphericalangle \text{ chung; } \frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB} \text{ (cmt)} \Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle BEC \text{ (c.g.c)}$$

Suy ra: $\sphericalangle BEC = \sphericalangle ADC = 135^\circ$ (Vì $\triangle AHD$ vuông cân tại H theo giả thiết)

Nên $\sphericalangle AEB = 45^\circ$, do đó $\triangle ABE$ vuông cân tại A

$$\text{Suy ra } BE = AB\sqrt{2} = m\sqrt{2}$$

$$4.2 \text{ Ta có: } \frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BE}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC} \text{ (do } \triangle BEC \sim \triangle ADC)$$

Mà $AD = AH\sqrt{2}$ ($\triangle AHD$ vuông cân tại H)

$$\text{Nên } \frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AH\sqrt{2}}{AC} = \frac{BH}{AB\sqrt{2}} = \frac{BH}{BE} \text{ (Do } \triangle BHM \sim \triangle CBA)$$

Do đó: $\triangle BHM \sim \triangle BEC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \sphericalangle BHM = \sphericalangle BEC = 135^\circ \Rightarrow \sphericalangle AHM = 45^\circ$

4.3 Tam giác ABE vuông cân tại A, nên tia AM còn là tia phân giác góc BAC

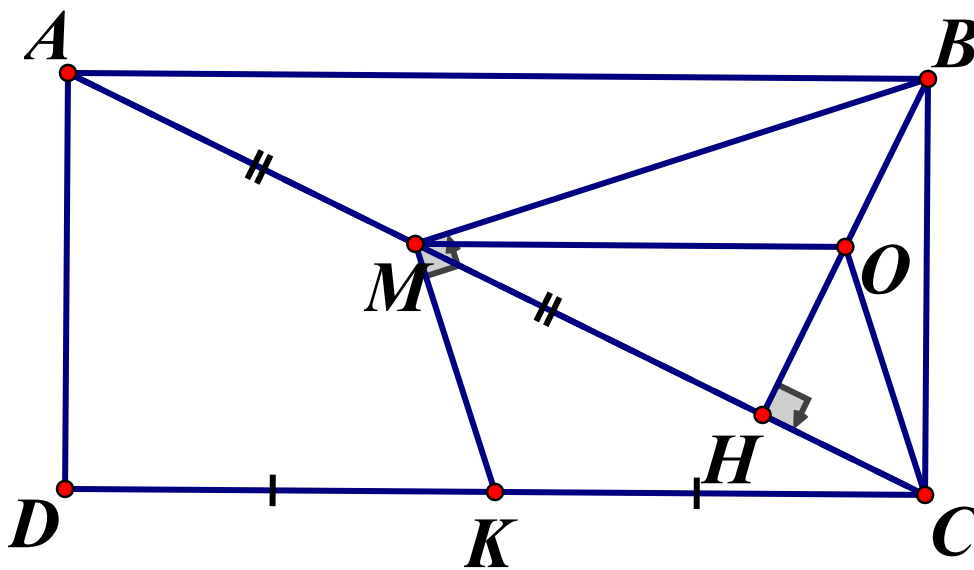
Suy ra $\frac{GB}{GC} = \frac{AB}{AC}$ mà $\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{DC}$ ($\triangle ABC \sim \triangle DEC$)

Ta lại có: $ED \parallel AH \Rightarrow \frac{ED}{DC} = \frac{AH}{HC}$

Mà $HD = HC \Rightarrow \frac{ED}{DC} = \frac{AH}{HC} = \frac{HD}{HC}$

$\Rightarrow \frac{GB}{GC} = \frac{HD}{HC} \Rightarrow \frac{GB}{GC + GB} = \frac{HD}{HC + HD} \Rightarrow \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{HC + AH}$

Câu 5.



Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng BH

Ta có M, O lần lượt là trung điểm của AH, BH nên: MO là đường trung bình $\triangle HAB$

Vậy $MO = \frac{1}{2}AB, MO \parallel AB$

Mà $AB = CD, AB \parallel CD, KC = \frac{1}{2}CD$

Do đó: $MO = KC, MO \parallel KC$, suy ra tứ giác $MOCK$ là hình bình hành.

Từ đó có: $CO \parallel MK$

Ta có: $MO \parallel KC, KC \perp CB \Rightarrow MO \perp CB$

Tam giác MBC có $MO \perp CB, BH \perp MC$ nên O là trực tâm $\triangle MBC \Rightarrow CO \perp BM$

Ta có: $CO \perp BM$ và $CO // MK$ nên $BM \perp MK$