**ĐỀ 57**

**ĐỀ HỌC SINH GIỎI TOÁN 9 GIA LAI 2023-2024**

**Câu 1.** (5,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức .
2. Cho số với . Hãy tìm các giá trị của để là số nguyên tố.

**Câu 2.** (4,0 điểm)

 a) Giải phương trình sau .

 b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình sau .

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho một đa giác có 10 đỉnh như hình vẽ ở bên (bốn đỉnh: hoặc hoặc hoặc … hoặc được gọi là bốn đỉnh liên tiếp của đa giác). Các đỉnh của đa giác được đánh số một cách tùy ý bởi các số nguyên thuộc tập hợp (biết mỗi đỉnh chỉ được đánh bởi một số, các số được đánh ở các đỉnh là khác nhau). Chứng minh rằng ta luôn tìm được 4 đỉnh liên tiếp của đa giác được đánh số thuộc tập hợp mà tổng các số đó lớn hơn 21.

**Câu 4.** (5,0 điểm)

Cho hình vuông nội tiếp đường tròn . Trên cung nhỏ lấy điểm (. Tia cắt các đường thẳng lần lượt tại . Tia cắt các đường thẳng lần lượt tại .

 a) Chứng minh rằng .

 b) Khi điểm ở vị trí trung điểm của . Hãy tính độ dài đoạn theo .

**Câu 5.** (2,0 điểm)

Gọi là điểm bất kỳ trong tam giác . Qua kẻ các đường thẳng lần lượt song song với .

Chứng minh rằng: ( là diện tích).

**Câu 6.** (2,0 điểm)

Cho là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau .

**---Hết---**

**Đáp án đề 57**

**Câu 1.** (5,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức .
2. Cho số với . Hãy tìm các giá trị của để là số nguyên tố.

**Lời giải**

=

1. Ta có:

Với thì không phải là số nguyên tố. Do đó (loại).

Với ; thì và

Để là số nguyên tố thì

Với không phải là số nguyên tố. Do đó (loại).

Với là số nguyên tố.

Vậy thì là số nguyên tố.

**Câu 2.** (4,0 điểm)

 a) Giải phương trình sau .

 b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình sau .

**Lời giải**

Đặt ; thì phương trình (\*) trở thành:

Vì

Vậy nghiệm của phường trình là:

Vì là số lẻ nên

Từ là số lẻ mà là số lẻ nên là số chẵn suy ra chẵn

là số lẻ mà là tích của hai số nguyên liên tiếp nên là số chẵn, cũng chẵn nên là số lẻ. Điều này xảy ra khi

Thay vào phương trình đã cho ta được:

 ⇔

 (loại) hoặc (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm nguyên

**Câu 3.** (2,0 điểm)

Cho một đa giác có 10 đỉnh như hình vẽ ở bên (bốn đỉnh: hoặc hoặc hoặc … hoặc được gọi là bốn đỉnh liên tiếp của đa giác). Các đỉnh của đa giác được đánh số một cách tùy ý bởi các số nguyên thuộc tập hợp (biết mỗi đỉnh chỉ được đánh bởi một số, các số được đánh ở các đỉnh là khác nhau). Chứng minh rằng ta luôn tìm được 4 đỉnh liên tiếp của đa giác được đánh số thuộc tập hợp mà tổng các số đó lớn hơn 21.

**Lời giải**

Gọi là các số khác nhau được đánh tùy ý vào 10 đỉnh của đa giác trên, với .

Giả sử ngược lại là không tìm được 4 đỉnh nào thỏa mãn khẳng định của bài toán.

Khi đó ta có:

Từ đó suy ra

Mặt khác ta lại có:

Suy ra

Vậy ta luôn tìm được 4 đỉnh liên tiếp được đánh số thuộc tập hợp mà tổng các số đó lớn hơn 21.

**Câu 4.** (5,0 điểm)

Cho hình vuông nội tiếp đường tròn . Trên cung nhỏ lấy điểm (. Tia cắt các đường thẳng lần lượt tại . Tia cắt các đường thẳng lần lượt tại .

 a) Chứng minh rằng .

 b) Khi điểm ở vị trí trung điểm của . Hãy tính độ dài đoạn theo .

**Lời giải**



1. Ta có ( là đường trung trực của )

Suy ra

mà (cùng chắn cung ) suy ra

1. vuông tại nên

Chứng minh đồng dạng (g-g)

=>

+ vuông cân tại có ta tính được

Do đó, (đvđd)

**Câu 5.** (2,0 điểm)

Gọi là điểm bất kỳ trong tam giác . Qua kẻ các đường thẳng lần lượt song song với .

Chứng minh rằng: ( là diện tích).

**Lời giải**

****

Ta có các tam giác đồng dạng. Gọi lần lượt là diện tích của các tam giác

Ta có

=

Ta có: khai triển ta được

Vậy

**Câu 6.** (2,0 điểm)

Cho là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau

**Lời giải**

Từ giả thiết . Ta có

Áp dụng Bất đẳng thức Côsi ta có:

Chứng minh tương tự, ta được:

Cộng theo vế các bất đẳng thức, ta được:

Vậy

**---Hết---**