|  |  |
| --- | --- |
|  | **đề HSG LỚP 12**  **TỈNH thừa thiên huế**  **MÔN TOÁN**  **Time: 180 Phút** |

**ĐỀ**

**Câu 1. (4,0 điểm)** Cho hàm số  có đồ thị . Gọi  là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị . Tiếp tuyến tại  của đồ thị  cắt hai đường tiệm cận của đồ thị  lần lượt tại hai điểm  và .

a) Chứng minh  là trung điểm của đoạn thẳng .

b) Xác định tọa độ điểm để chu vi tam giác  nhỏ nhất.

**Câu 2. (4,0 điểm)**

a) Giải phương trình  .

b) Giải phương trình  .

**Câu 3.** **(4,0 điểm)**

a) Giải hệ phương trình 

b) Cho tập . Gọi  là tập hợp các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được chọn từ các phần tử của tập . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 15.

**Câu 4. (3,0 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ  cho đường thẳng  và đường tròn  . Từ  điểm  nằm trên đường thẳng  kẻ 2 tiếp tuyến  đến đường tròn  với  là  tiếp điểm. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  biết  .

**Câu 5 .** **(3,0 điểm)** Cho tam giác đều  có . Trên đường thẳng  đi qua *O* vuông góc với mặt phẳng  lấy một điểm *M* sao cho . Gọi *E*, *F* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *A* lên *MB* và *OB*. Đường thẳng *EF* cắt đường thẳng  tại *N*.

a) Chứng minh rằng 

b) Xác định *x* theo *a* để thể tích khối tứ diện *ABMN* nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó.

**Câu 6. (2,0 điểm)** Cho  là các số dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  .

🙢 **HẾT** 🙠

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Giải chi tiết đề HSG LỚP 12**  **TỈNH thừa thiên huế**  **MÔN TOÁN**  **Time: 180 Phút** |

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1. (4,0 điểm)** Cho hàm số  có đồ thị . Gọi  là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị . Tiếp tuyến tại  của đồ thị  cắt hai đường tiệm cận của đồ thị  lần lượt tại hai điểm  và .

a) Chứng minh  là trung điểm của đoạn thẳng .

b) Xác định tọa độ điểm để chu vi tam giác  nhỏ nhất.

**Lời giải**

***Tác giả:Huỳnh Trọng Nghĩa; Fb: Huỳnh Trọng Nghĩa***

a) Ta có:  . Gọi  là tiếp điểm

Phương trình tiếp tuyến  của đồ thị  tại điểm  là: 

Giả sử  lần lượt là giao điểm của  với đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Suy ra: 

Khi đó:  là trung điểm của đoạn thẳng .

b) Ta có 

Tam giác vuông tại  nên:



Vậy chu vi tam giác nhỏ nhất bằng  khi và chỉ khi:



**Câu 2. (4,0 điểm)**

a) Giải phương trình  .

b) Giải phương trình  .

**Lời giải**

a) Phương trình tương đương với:







Ta có 

Giải : Đặt 

Phương trình trở thành: 

Với  ta có 

Vậy phương trình ban đầu có ba họ nghiệm là ; ;  

b) Đặt 

****

Phương trình đã cho trở thành: ****

****

****

Với  ta có .

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm là .

**Câu 3.** **(4,0 điểm)**

a) Giải hệ phương trình 

b) Cho tập . Gọi  là tập hợp các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được chọn từ các phần tử của tập . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 15.

**Lời giải**

a) Điều kiện 

Phương trình thứ nhất của hệ tương đương: 





Thay  vào phương trình thứ hai của hệ ta được phương trình:







Với .

Do  nên  nên phương trình  vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  là .

b) Gọi  là số tự nhiên cần tìm, trong đó các chữ số lấy từ tập .

Số phần tử của tập  là số các số tự nhiên có 5 chữ số với các chữ số khác nhau lấy từ tập .

Ta có .

Do  chia hết cho 15 nên  chia hết cho 3 và 5. Suy ra  hoặc .

**TH1:**   trong đó 4 số  lấy từ tập .

Khi đó để  chia hết cho 3 thì chia hết cho 3

Do 4 số  lấy từ tập  nên xảy ra 2 TH sau:

**i)** Trong 4 số đó gồm hai số chia hết cho 3, một số chia 3 dư 1, một số chia 3 dư 2.

Có tất cả  số.

**ii)** Trong 4 số đó gồm hai số chia 3 dư 1, hai số chia 3 dư 2.

Có tất cả  số.

**TH2:**  trong đó 4 số  lấy từ tập .

Khi đó để  chia hết cho 3 thì chia 3 dư 1.

Do 4 số  lấy từ tập  nên xảy ra 2 TH sau:

**iii)** Trong 4 số đó gồm ba số chia hết cho 3, một số chia 3 dư 1.

\* Nếu  thì  là các số trong bộ ba số ,  nên có  số.

\* Nếu  thì  là các số trong bộ ba số ,  nên có  số.

\* Nếu  hoặc  thì  là các số trong bộ ba số  nên có  số.

Có tất cả  số.

**iv)** Trong 4 số đó gồm một số chia hết cho 3, hai số chia 3 dư 1, một số chia 3 dư 2

\* Nếu  hoặc  thì  là các số trong bộ ba số  nên có  số.

\* Nếu  thì  là các số trong bộ ba số , ,  nên có  số.

\* Nếu  hoặc  thì tương tự đều có 18 số thỏa mãn.

Có tất cả  số.

Vậy xác suất cần tính là .

**Câu 4. (3,0 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ  cho đường thẳng  và đường tròn  . Từ  điểm  nằm trên đường thẳng  kẻ 2 tiếp tuyến  đến đường tròn  với  là  tiếp điểm. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  biết  .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Huỳnh Như ; Fb: Nhu Nguyen***



\*Các tam giác  là các tam giác vuông nên đường tròn đường kính  đi qua 2 điểm  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác  là đường tròn đường kính  .

\* Đường tròn  có tâm  bán kính  .

Ta có  .

Gọi  . Ta có  .

Giải phương trình ta được 

\*Với  thì trung điểm  là  , phương trình đường tròn đường kính  là

 .

\* Với  thì trung điểm  là  , phương trình đường tròn đường kính  là .

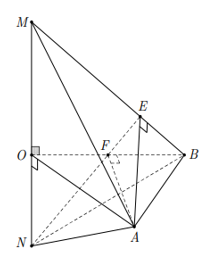
**Câu 5 .** **(3,0 điểm)** Cho tam giác đều  có . Trên đường thẳng  đi qua *O* vuông góc với mặt phẳng  lấy một điểm *M* sao cho . Gọi *E*, *F* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *A* lên *MB* và *OB*. Đường thẳng *EF* cắt đường thẳng  tại *N*.

a) Chứng minh rằng 

b) Xác định *x* theo *a* để thể tích khối tứ diện *ABMN* nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó.

**Lời giải**

***Tác giả: Phan Trung Hiếu; Fb: Hieu Pt***

 a) Ta có 

mà  nên 

Do  nên 

b) Theo câu a) ta có





Do  nên



Theo bất đẳng thức Cauchy thì  

Vậy thể tích lớn nhất của khối tứ diện *ABMN* là  khi 

**Câu 6. (2,0 điểm) )** Cho  là các số dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  .

**Lời giải**

\* Xét bất đẳng thức phụ:  với mọi  .

\* Dùng bất đẳng thức trên ta có:



Tương tự ta có: 

Suy ra: .

Vậy giá trị nhỏ nhất của  bằng  đạt được khi và chỉ khi  .

🙢 **HẾT** 🙠