|  |  |
| --- | --- |
| **UBND TỈNH BẮC NINH**  **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYÊN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn thi: TOÁN CHUYÊN**  Thời gian làm bài : 150 phút  (*không kể thời gian giao đề)* |

**Bài số 1. (1,5 điểm)**

1. Trong mặt phẳng cho hai điểm và . Tìm điểm M thuộc trục để ba điểm thẳng hàng
2. Cho là nghiệm của phương trình . Tính giá trị của biểu thức : 

**Bài số 2. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải hệ phương trình 

**Bài số 3. (2,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình thỏa mãn là các số nguyên và z là số nguyên tố
2. Tìm các số thực sao cho và đều là các số nguyên

**Bài số 4. (3,0 điểm)**

1. Cho đường tròn có đường kính Lấy điểm thuộc đoạn (C khác A,O). Vẽ đường tròn đường kính Vẽ tiếp tuyến và cát tuyến với đường tròn (E nằm giữa A và F) sao cho tia nằm giữa hai tia Đường thẳng vuông góc với vẽ từ C cắt đường tròn (O) tại hai điểm, gọi một trong hai giao điểm đó là sao cho N và D thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ AB. Gọi là giao điểm của hai đường thẳng và Gọi R là giao điểm của hai đường thẳng và . Gọi J là trung điểm của 
2. Chứng minh tam giác là tam giác cân
3. Gọi lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp và . Chứng minh răng ba điểm thẳng hàng
4. Cho hình vuông có diện tích S. Tứ giác có 4 đỉnh lần lượt thuộc các cạnh của hình vuông đã cho và không trùng với đỉnh của hình vuông. Chứng minh rằng 

**Bài số 5. (1,5 điểm)**

1. Cho là các số thực không âm thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 
2. Có 10 bạn học sinh tham gia thi đấu bóng bàn. Hai bạn bất kỳ đều phải đấu với nhau một trận, bạn nào cũng phải gặp 9 đấu thủ của mình và không có trận đấu hòa. Chứng minh rằng có thể sắp xếp 10 bạn này thành một hàng dọc sao cho bạn đứng trước thắng bạn đứng kề sau

**ĐÁP ÁN**

**Bài số 1. (1,5 điểm)**

1. **Trong mặt phẳng cho hai điểm và . Tìm điểm M thuộc trục để ba điểm thẳng hàng**

Gọi là đường thẳng đi qua hai điểm và B. Khi đó :



Ba điểm thẳng hàng Mà nên và



Vậy 

1. **Cho là nghiệm của phương trình . Tính giá trị của biểu thức : **

Vì là nghiệm của phương trình nên :



Vậy 

**Bài số 2. (2,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

Xét phương trình (Điều kiện: 

Phương trình (1) có thể viết lại thành :



Đặt thì và phương trình trên trở thành :



Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất 

1. **Giải hệ phương trình **

Xét hệ phương trình 

Từ . Thay vào (ii) ta được :





* Với 
* Với 
* Với 

Vậy hệ phương trình đã cho có các nghiệm là tất cả các hoán vị của 

**Bài số 3. (2,0 điểm)**

1. **Tìm tất cả các nghiệm của phương trình thỏa mãn là các số nguyên và z là số nguyên tố**

Biến đổi giả thiết thành 

Do đều nguyên nên từ suy ra . Đồng thời vì z là số nguyên tố nên



Khi đó ta có . Dẫn tới



Với và z là số nguyên tố bất kỳ

Với 

Vậy hoặc với k là số nguyên tố bất kỳ

1. **Tìm các số thực sao cho và đều là các số nguyên**

Giả sử và



Vì và nên :



**Bài số 4. (3,0 điểm)**

1. **Cho đường tròn có đường kính Lấy điểm thuộc đoạn (C khác A,O). Vẽ đường tròn đường kính Vẽ tiếp tuyến và cát tuyến với đường tròn (E nằm giữa A và F) sao cho tia nằm giữa hai tia Đường thẳng vuông góc với vẽ từ C cắt đường tròn (O) tại hai điểm, gọi một trong hai giao điểm đó là sao cho N và D thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ AB. Gọi là giao điểm của hai đường thẳng và Gọi R là giao điểm của hai đường thẳng và . Gọi J là trung điểm của **

****

1. **Chứng minh tam giác là tam giác cân**

Ta có : 

Xét vuông tại N có là đường cao nên 

Từ (1) và (2) suy ra cân tại A

1. **Gọi lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp và . Chứng minh răng ba điểm thẳng hàng**

Ta có và nên : 

Hay 

Suy ra cân tại S hay SD=SN. Kết hợp với , suy ra là đường trung trực Từ đây, xét vuông tại D có DR là đường cao nên :

Mặt khác , dễ dàng chứng minh được nên : 

Suy ra các tứ giác và nội tiếp. Điều này chứng tỏ các đường tròn tâm L ngoại tiếp và tâm T ngoại tiếp cắt nhau tại hai điểm R và S. Do vậy là đường trung trực của đoạn 

Mặt khác vuông tại R có RJ là đường trung tuyến nên thuộc đường trung trực của RS. Kết hợp với kết quả trên suy ra ba điểm thẳng hàng

1. **Cho hình vuông có diện tích S. Tứ giác có 4 đỉnh lần lượt thuộc các cạnh của hình vuông đã cho và không trùng với đỉnh của hình vuông. Chứng minh rằng **

****

Gọi độ dài cạnh hình vuông là x, Khi đó và Do đó, điều phải chứng minh tương đương với :

hay . Theo Pytago ta có :



Tương tự, ta cũng có :



Từ đó suy ra :



Vậy (\*) đúng và ta có điều phải chứng minh.

**Bài số 5. (1,5 điểm)**

1. **Cho là các số thực không âm thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Theo ta có :



Do đó : 

Đặt : thì và , đồng thời



Mặt khác , ta có : nên 

Dấu bằng xảy ra khi 

Vậy 

1. **Có 10 bạn học sinh tham gia thi đấu bóng bàn. Hai bạn bất kỳ đều phải đấu với nhau một trận, bạn nào cũng phải gặp 9 đấu thủ của mình và không có trận đấu hòa. Chứng minh rằng có thể sắp xếp 10 bạn này thành một hàng dọc sao cho bạn đứng trước thắng bạn đứng kề sau**

Vì không có trận đấu hòa nên ta luôn xếp được 10 bạn thành một hàng dọc sao cho tồn tại k bạn liên tiếp mà bạn đứng trước thắng bạn kề sau. Rõ ràng và do số cách xếp là hữu hạn nên tồn tại giá trị lớn nhất của k, giả sử là và ta gọi là dãy gồm bạn trong hàng thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta sẽ chứng minh . Giả sử ngược lại, Khi đó tồn tại bạn A không thuộc dãy . Có các khả năng sau xảy ra

* A thắng bạn đứng đầu của dãy thì có thể xếp len đầu dãy và ta có dãy gồm bạn thỏa mãn yêu cầu bài toán. Điều này mâu thuẫn với giả thiết về ****
* A thua bạn đứng cuối của dãy thì có thể xếp A vào cuối dãy và ta có dãy gồm  bạn thỏa mãn yêu cầu bài toán. Điều này mâu thuẫn với giả thiết về ****
* A thắng một số bạn, đồng thời cũng thua một số bạn trong dãy . Khi đó, tồn tại hai bạn B,C của dãy  mà B đứng trên C và trong hai bạn B và C có một bạn thắng và một bạn thua A

+Nếu A thua B và A thắng C thì xếp A vào giữa B và C ta thu được dãy gồm bạn thỏa mãn yêu cầu bài toán. Điều này mâu thuẫn với giả thiết về 

+Nếu A thắng B nhưng thua C. Lần lượt xét các bạn đứng phía trên B sẽ xuất hiện 2 khả năng:

\*) Tồn tại hai bạn liên tiếp phía trên B(có thể gồm B) mà bạn ở trên thắng A, đồng thời bận kề dưới thua A. Đến đây, ta lại có thể xếp A vào giữa hai bạn này và dẫn tới mâu thuẫn với giả thiết về 

\*) A thắng tất cả các bạn phía trên B. Khi đó, ta lại có thể xếp A lên đầu và cũng dẫn tới mâu thuẫn với giả thiết về 

Tóm lại, giả sử là sai và bài toán được chứng minh.