PHÒNG GD&ĐT
HUYỆN HOẰNG HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8
MÔN TOÁN
NĂM HỌC: 2012-2013
Ngày thi: 17/04/2013

Bài 1. (4 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left(\dfrac{1}{1-x} + \dfrac{2}{1+x} - \dfrac{5-x}{1-x^2}\right) : \dfrac{1-2x}{x^2-1}$

a) Rút gọn biểu thức A
b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên
c) Tìm x để $|A| = A$

Bài 2. (6 điểm)

a) Giải phương trình: $x^4 + x^2 + 6x - 8 = 0$
b) Tìm nghiệm tự nhiên của phương trình: $x^2 + 2x - 10 = y^2$
c) Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ với $a, b, c \neq 0$

Tính giá trị biểu thức $P = \left(1 + \dfrac{a}{b}\right)\left(1 + \dfrac{b}{c}\right)\left(1 + \dfrac{c}{a}\right)$

Bài 3. (4 điểm)

a) Tìm các số có 3 chữ số chia hết cho 7 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 7
b) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \dfrac{1}{16x} + \dfrac{1}{4y} + \dfrac{1}{z}$

Bài 4. (4 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a = 12cm, BC = b = 9cm.$ Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD

a) Chứng minh tam giác AHB đồng dạng với tam giác BCD
b) Tính độ dài đoạn thẳng AH
c) Tính diện tích tam giác AHB

Bài 5. (2 điểm)

Cho tam giác đều $ABC.$ Gọi M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh AB và BC sao cho $BM = BN.$ Gọi G là trọng tâm ΔBMN và I là trung điểm của $AN.$ Tính các góc của tam giác $ICG.$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) ĐKXĐ: $x \neq \pm 1; x \neq \frac{1}{2}$

$$A = \left(\frac{1+x+2(1-x)-(5-x)}{1-x^2}\right).\frac{x^2-1}{1-2x}$$

$$= \frac{-2}{1-x^2}.\frac{x^2-1}{1-2x} = \frac{2}{1-2x}$$

b) A nguyên, mà x nguyên nên $2 \vdots (1-2x)$, từ đó tìm được $\begin{cases} x=1(ktm) \\ x=0(tm) \end{cases}$

Vậy $x=0$

c) Ta có:

$$|A| = A \Leftrightarrow A \geq 0 \Leftrightarrow 1-2x>0 \Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$$

Kết hợp với điều kiện : $-1 \neq x < \frac{1}{2}$

Bài 2.

a) Phân tích được $(x-1)(x^3+x^2+2x+8)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+2)(x^2-x+4)=0$ (1)

Vì $x^2-x+4>0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

b) Ta có: $x^2+2x-10=y^2 \Leftrightarrow (x+1)^2-y^2=11$

$\Leftrightarrow (x+1+y)(x+1-y)=11 \quad (2)$

Vì $x, y \in \mathbb{N}$ nên $x+1+y>x+1-y>0$

(2) viết thành: $(x+1+y)(x+1-y)=11.1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1+y=11 \\ x+1-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$

Vậy $(x;y)=(5;5)$

c) Biến đổi giả thiết về dạng:

$$\frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a+b+c=0 \\ a=b=c \end{array}\right.$$

Với $a+b+c=0$ tính được: $P=\left(\frac{-c}{b}\right)\left(\frac{-a}{c}\right)\left(\frac{-b}{a}\right)=-1$

Với $a=b=c$ tính được: $P=2.2.2=8$

Bài 3.

a) Gọi số có ba chữ số cần tìm là $\overline{abc}$

Ta có: $\overline{abc}=(98a+7b)+2a+3b+c$

Vì $\overline{abc}\vdots 7 \Rightarrow 2a+3b+c\vdots 7 \quad (3)$

Mặt khác, vì $a+b+c\vdots 7 \quad (4)$, kết hợp với (3) suy ra $b-c\vdots 7$

Do đó $b-c$ chỉ có thể nhận các giá trị $-7;0;7$

Với $b-c=-7\Rightarrow c=b+7$. Kết hợp với (4) ta chọn được các số $707;518;329$ thỏa mãn.

Với $b-c=7\Rightarrow b=c+7$. Đổi vai trò b và c của trường hợp trên ta được các cặp số $770,581,392$ thỏa mãn bài toán.

Với $b-c=0\Rightarrow b=c$ mà do (4) nên $a+2b\vdots 7$

Do $1\le a+2b\le 27$ nên $a+2b$ chỉ có thể nhận các giá trị $7;14;21.$

Từ đó ta chọn được 12 số thỏa mãn là $133;322;511;700;266;455$;$644;833;399$; 588; $777;966$

Vậy có 18 số thỏa mãn bài toán: $707;518;329;770;581;392$;$133;322;511;700$;266 ;$455;644;833;399;588;777;966$.

b) Vì $x+y+z=1$ nên:

$$M=\frac{1}{16x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{z}=\left(\frac{1}{16x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{z}\right)(x+y+z)$$

$$=\frac{21}{16}+\left(\frac{x}{4y}+\frac{y}{16x}\right)+\left(\frac{x}{z}+\frac{z}{16x}\right)+\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{4y}\right)$$

Ta có:

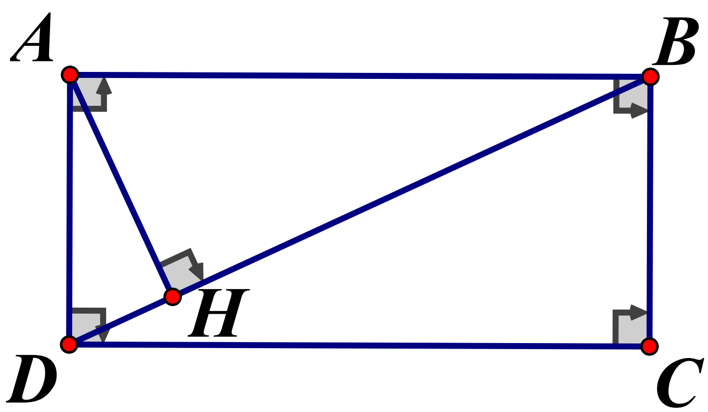
$$\frac{x}{4y}+\frac{y}{16x}=\frac{16x^2+4y^2}{64xy}=\frac{(4x-2y)^2+2.4x.2y}{64xy}=\frac{(4x-2y)^2}{64xy}+\frac{1}{4}\ge\frac{1}{4}(\forall x,y>0)$$

Tương tự: $\frac{x}{z}+\frac{z}{16x}\ge\frac{1}{2};\frac{y}{z}+\frac{z}{4y}\ge 1\left(\forall x,y>0\right)$

Từ đó $M\ge\frac{21}{16}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1=\frac{49}{16}$. Dấu $"="$ xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}4x=2y=z\\x+y+z=1\\x,y,z>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{7}\\y=\frac{2}{7}\\x=\frac{4}{7}\end{cases}$

Vậy GTNN của M là $\frac{49}{16}\Leftrightarrow x=\frac{1}{7};y=\frac{2}{7};z=\frac{4}{7}$

Bài 4.



a) Chứng minh được $\Delta AHB\sim\Delta BCD(g.g)$

b) $\Delta AHB\sim\Delta BCD(cmt)\Rightarrow\frac{AH}{BC}=\frac{AB}{BD}\Rightarrow AH=\frac{a.b}{BD}$

Áp dụng định lý Pytago được: $BD=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{225}=15(cm)$

Từ đó tính được: $AH=\frac{12.9}{15}=7,2(cm)$

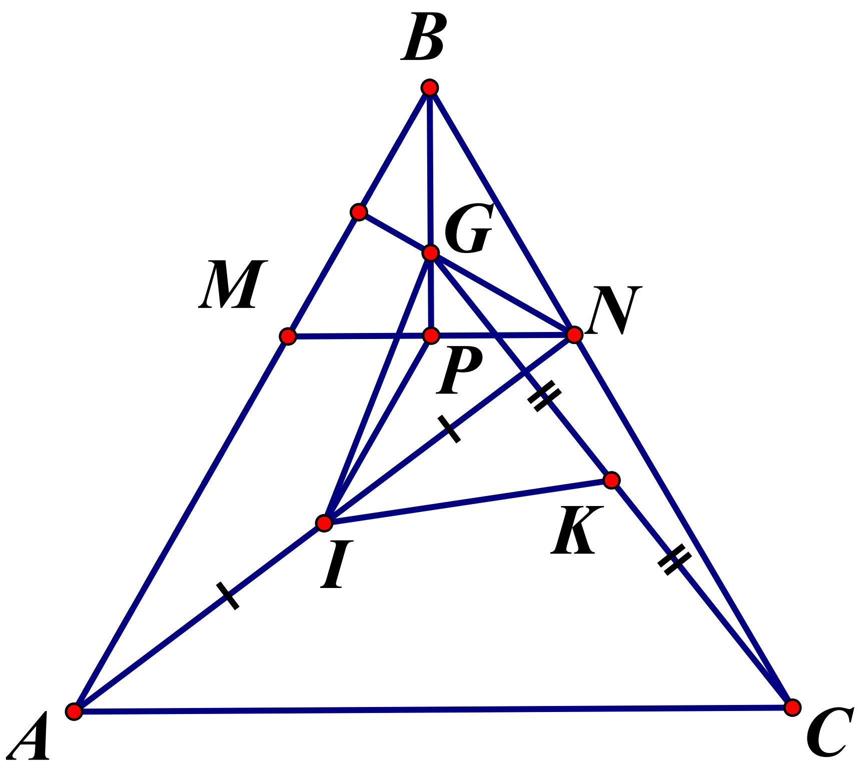
c) $\Delta AHB\sim\Delta BCD$ theo tỉ số $k=\frac{AH}{BC}=\frac{7.2}{9}$

Gọi S,S' lần lượt là diện tích của ΔBCD và ΔAHB, ta có: $S=54cm^2$

$\frac{S'}{S}=k^2=\left(\frac{7.2}{9}\right)^2\Rightarrow S'=\left(\frac{7.2}{9}\right)^2.54=34,56(cm^2)$

Vậy diện tích tam giác AHB bằng $34,56(cm^2)$

Bài 5.



Ta có BMN là tam giác đều , nên G là trọng tâm của ΔBMN.Gọi P là trung điểm của MN,

Ta có: $\frac{GP}{GN}=\frac{1}{2}$(tính chất trọng tâm tam giác đều)

Lại có: $\frac{PI}{MA}=\frac{PI}{NC}=\frac{1}{2}$ suy ra $\frac{GP}{GN}=\frac{PI}{NC}=\frac{1}{2}$ (1)

Mặt khác: $\widehat{GPI}=\widehat{GPM}+\widehat{MPI}=90^0+60^0=150^0$

Và $\widehat{GNC}=\widehat{GNP}+\widehat{PNC}=30^0+120^0=150^0$, do đó : $\widehat{GPI}=\widehat{GNC}$(2)

Từ (1) và (2) suy ra $\Delta GPI \sim \Delta GNC(c.g.c) \Rightarrow \widehat{PGI}=\widehat{NGC}$ và $GI=\frac{1}{2}GC$

Mà $\widehat{IGC}=60^0$ $\left(\widehat{IGC}=\widehat{PGN}=60^0\right)$

Gọi K là trung điểm của GC thì $GI = GK = \frac{1}{2}GC,$ suy ra ΔGIK đều nên $IK = \frac{1}{2}GC$

Điều này chứng tỏ ΔGIC vuông tại I

Vậy $\widehat{GIC} = 90^0; \widehat{IGC} = 60^0; \widehat{GCI} = 30^0$