

Bài 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là bất phương trình có một trong các dạng sau:

$$ax + by < c; ax + by > c; ax + by \leq c; ax + by \geq c,$$

trong đó a, b, c là những số cho trước với a, b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn.

Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by < c (*)$.

Mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ sao cho $ax_0 + by_0 < c$ được gọi là một nghiệm của bất phương trình $(*)$.

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , tập hợp các điểm có toạ độ là nghiệm của bất phương trình $(*)$ được gọi là *miền nghiệm* của bất phương trình đó.

Nghiệm và miền nghiệm của các bất phương trình dạng $ax + by > c, ax + by \leq c$ và $ax + by \geq c$ được định nghĩa tương tự.

Ví dụ 1. Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $3x + 2y \geq -5$?

- a) $(2; -1)$;
- b) $(-2; 0)$;
- c) $(-1; -1)$.

Giải

a) Thay $x=2, y=-1$, ta có: $3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) \geq -5$ là mệnh đề đúng.

Vậy $(2; -1)$ là nghiệm của bất phương trình.

b) Thay $x=-2, y=0$, ta có: $3 \cdot (-2) + 2 \cdot 0 \geq -5$ là mệnh đề sai.

Vậy $(-2; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

c) Thay $x=-1, y=-1$, ta có: $3 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) \geq -5$ là mệnh đề đúng.

Vậy $(-1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình.

II. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

1. Mô tả miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Người ta chứng minh được định lí sau:

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , phương trình $ax + by = c$ (với a và b không đồng thời bằng 0) xác định một đường thẳng d như sau:

- d có phương trình là $x = \frac{c}{a}$ nếu $b=0$;

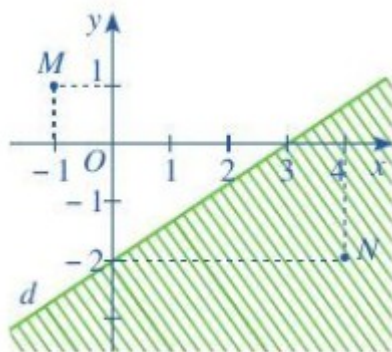
- d có phương trình là $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ nếu $b \neq 0$.

Ngoài ra, người ta cũng chứng minh được định lí sau:

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , đường thẳng $d: ax + by = c$ chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng. Một trong hai nửa mặt phẳng (không kể d) là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by < c$, nửa mặt phẳng còn lại (không kể d) là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by > c$.

Chú ý: Đối với bất phương trình dạng $ax + by \leq c$ hoặc $ax + by \geq c$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng kể cả đường thẳng d .

Ví dụ 2. Nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình dưới (không kể d) biểu diễn miền nghiệm của một bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Hỏi tọa độ hai điểm $M(-1;1)$, $N(4;-2)$ có là nghiệm của bất phương trình đó không?



Giải

- Điểm $M(-1;1)$ thuộc nửa mặt phẳng không bị gạch nên $(-1;1)$ là nghiệm của bất phương trình đó.
- Điểm $N(4;-2)$ thuộc nửa mặt phẳng bị gạch nên $(4;-2)$ không là nghiệm của bất phương trình đó.

2. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Quy tắc thực hành biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn như sau:

Các bước biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $ax + by < c$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy :

Bước 1. Vẽ đường thẳng $d: ax + by = c$. Đường thẳng d chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng

Bước 2. Lấy một điểm $M(x_0; y_0)$ không nằm trên d (ta thường lấy gốc tọa độ O nếu $c \neq 0$). Tính $ax_0 + by_0$ và so sánh với c

Bước 3. Kết luận

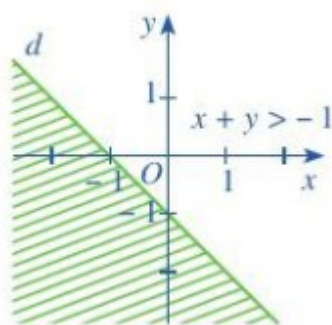
- Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng (không kể d) chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by < c$

- Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng (không kể d) không chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by < c$.

Ví dụ 3. Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau: $x + y > -1$; $x + y \geq -1$.

Giải

- Vẽ đường thẳng $d: x + y = -1$.



- Lấy điểm $O(0;0)$. Ta có: $0 + 0 = 0 > -1$.

- Vậy miền nghiệm của bất phương trình $x + y > -1$ là nửa mặt phẳng không bị gạch ở hình trên chứa điểm $O(0;0)$ không kể đường thẳng d ; miền nghiệm của bất phương trình $x + y \geq -1$ là nửa mặt phẳng không bị gạch ở hình trên chứa điểm $O(0;0)$ kể cả đường thẳng d .

Chú ý: Thông thường khi sử dụng phần mềm toán học để biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn, miền nghiệm của bất phương trình đó được tô màu.

Chẳng hạn, miền nghiệm của bất phương trình $x + y > -1$ được tô màu như hình sau

- A. $(0;0)$. B. $(-4;2)$. C. $(-2;2)$. D. $(-5;3)$.

Câu 4. Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5)<2(1-x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm
A. $(-3;-4)$. B. $(-2;-5)$. C. $(-1;-6)$. D. $(0;0)$.

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1)+5(y-3)>2x-9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm
A. $(0;0)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(2;5)$.

Câu 6. Miền nghiệm của bất phương trình $3x+2(y+3)>4(x+1)-y+3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào?
A. $(3;0)$. B. $(3;1)$. C. $(1;1)$. D. $(0;0)$.

Câu 7. Miền nghiệm của bất phương trình $5(x+2)-9<2x-2y+7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?
A. $(-2;1)$. B. $(2;3)$. C. $(2;-1)$. D. $(0;0)$.

Câu 8. Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x+y<1$?
A. $(-2;1)$. B. $(3;-7)$. C. $(0;1)$. D. $(0;0)$.

Câu 9. Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x-4y+5\geq 0$?
A. $(-5;0)$. B. $(-2;1)$. C. $(1;-3)$. D. $(0;0)$.

Câu 10. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?
A. $2x-5y+3z\leq 0$. B. $3x^2+2x-4>0$. C. $2x^2+5y>3$. D. $2x+3y<5$.

Câu 11. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x+y-3>0$?
A. $Q(-1;-3)$. B. $M\left(1;\frac{3}{2}\right)$. C. $N(1;1)$. D. $P\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 12. Miền nghiệm của bất phương trình $-3x+y+2\leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?
A. $A(1;2)$. B. $B(2;1)$. C. $C\left(1;\frac{1}{2}\right)$. D. $D(3;1)$.

Câu 13. Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5)<2(1-x)$ không chứa điểm nào sau đây?
A. $A(-1;-2)$. B. $B\left(-\frac{1}{11};-\frac{2}{11}\right)$. C. $C(0;-3)$. D. $D(-4;0)$.

Câu 14. Miền nghiệm của bất phương trình $2x+y>1$ không chứa điểm nào sau đây?
A. $A(1;1)$. B. $B(2;2)$. C. $C(3;3)$. D. $D(-1;-1)$.

Câu 15. Miền nghiệm của bất phương trình $(1+\sqrt{3})x-(1-\sqrt{3})y\geq 2$ chứa điểm nào sau đây?
A. $A(1;-1)$. B. $B(-1;-1)$. C. $C(-1;1)$. D. $D(-\sqrt{3};\sqrt{3})$.

Câu 16. Miền nghiệm của bất phương trình $x-2+2(y-1)>2x+4$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 5)$. C. $C(4; 3)$. D. $D(0; 4)$.

Câu 17. Miền nghiệm của bất phương trình $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 0)$. C. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$. D. $D(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

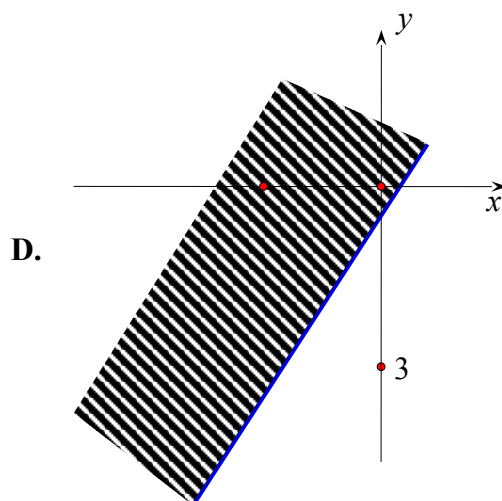
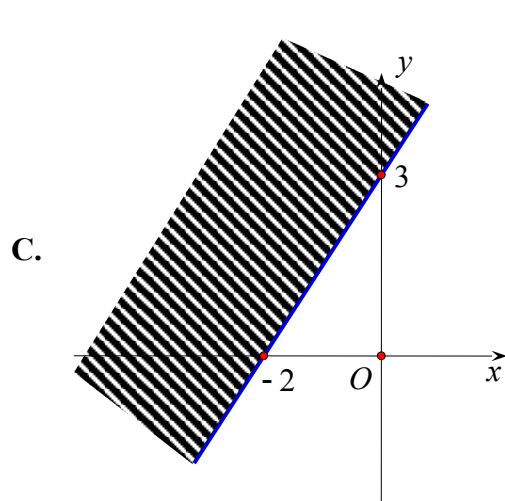
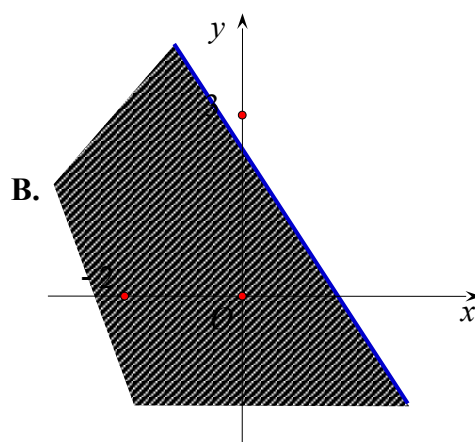
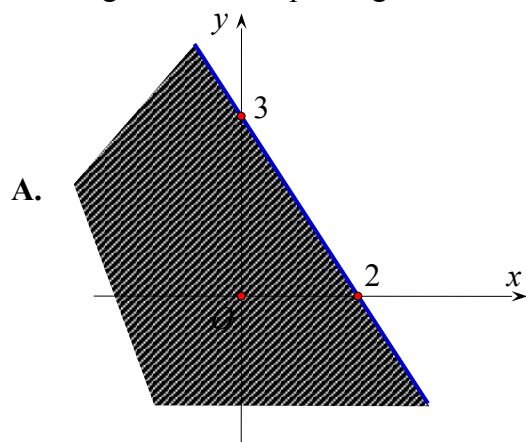
Câu 18. Cho bất phương trình $2x + 4y < 5$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $(1; 10) \in S$. C. $(1; -1) \in S$. D. $(1; 5) \in S$.

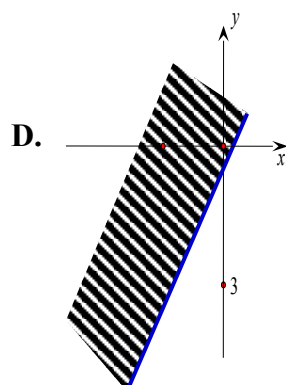
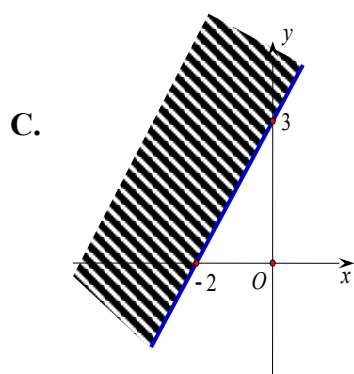
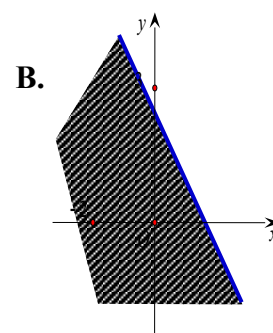
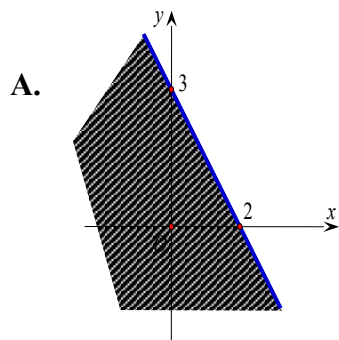
Câu 19. Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(2; 2) \in S$. B. $(1; 3) \in S$. C. $(-2; 2) \in S$. D. $(-2; 4) \in S$.

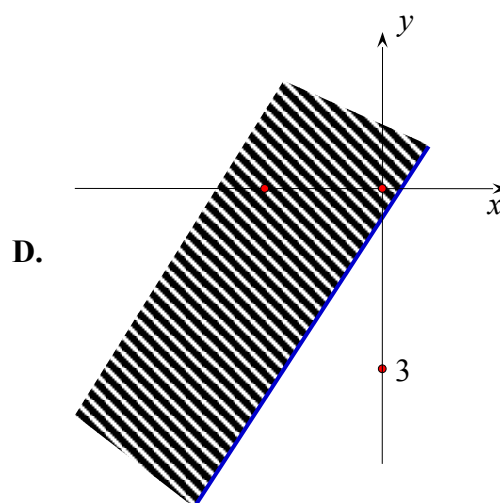
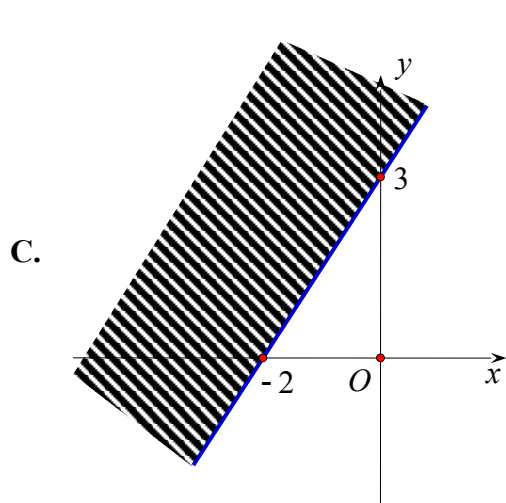
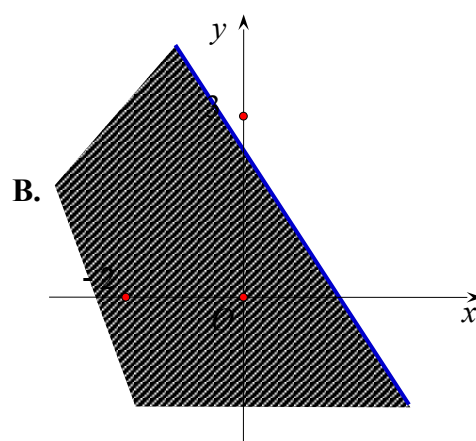
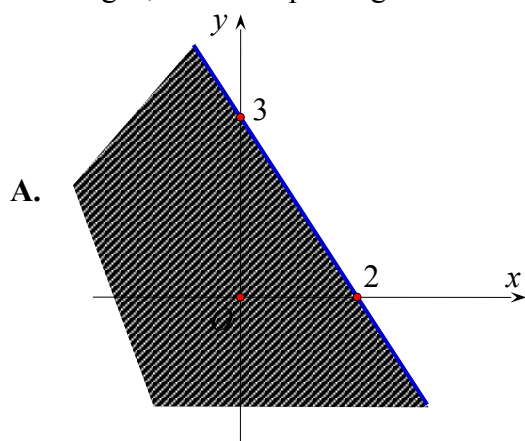
Câu 20. Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



Câu 21. Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là



Câu 22. Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là



Câu 23. Cho bất phương trình $-2x + \sqrt{3}y + \sqrt{2} \leq 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1;1) \in S$. B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$. C. $(1; -2) \notin S$. D. $(1; 0) \notin S$.

Câu 24. Cặp số $(x; y) = (2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $4x > 3y$. B. $x - 3y + 7 < 0$. C. $2x - 3y - 1 > 0$. D. $x - y < 0$.

Câu 25. Cặp số $(x_0; y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 3y \geq 4$.

- A. $(x_0; y_0) = (-2; 2)$. B. $(x_0; y_0) = (5; 1)$. C. $(x_0; y_0) = (-4; 0)$. D. $(x_0; y_0) = (2; 1)$.