**ĐỀ THI VÀO 10 CHUYÊN TOÁN TỈNH KIÊN GIANG**

**NĂM HỌC 2020 – 2021**

**THỜI GIAN: 150 phút**

**Bài 1. (2 điểm)** Cho biểu thức 

 a) Rút gọn biểu thức 

 b) Hãy so sánh giá trị biểu thức  với .

**Bài 2. (1 điểm)** Tìm tất cả các cặp số thực  sao cho phương trình  có hai nghiệm  thỏa mãn , ***đồng thời*** phương trình  có hai nghiệm  thỏa mãn .

**Bài 3. (1 điểm).** Giải phương trình



**Bài 4. (1 điểm)** Tìm tất cả các cặp số nguyên dương  sao cho  là ước của .

**Bài 5. (1,5 điểm)** Cho hình thoi  cạnh , có . Gọi  là giao điểm của hai đường chéo  và . Trên các cạnh , tương ứng lấy các điểm  không trùng với các đỉnh của hình thoi đã cho, sao cho . Hãy tính tích  theo 

**Bài 6. (2,5 điểm)** Cho tam giác  . Lấy điểm  nằm trong tam giác sao cho . Đường tròn tâm  bán kính  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  tại hai điểm phân biệt  ( khác phía với đối với đường thẳng ). Đường thẳng  cắt các cạnh  lần lượt tại .

 a) Chứng minh rằng tứ giác  là tứ giác nội tiếp.

 b) Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác 

**Bài 7. (1 điểm)** Cho  là các số thực thỏa mãn . Chứng minh rằng



**Bài 1. (2 điểm)** Cho biểu thức 

 a) Rút gọn biểu thức 

 b) Hãy so sánh giá trị biểu thức  với .

**Lời giải**

 **Đây là bài rút gọn rất cơ bản, cũng là bài dễ nhất trong đề. Dạng toán rút gọn này, học sinh đã được luyện tập nhiều.**

1. 

 Ta có 

 

 

1. 

 Vậy 

 **Ta có thể dùng phép đổi biến** **, để biểu thức rút gọn nhìn gọn gàng hơn.**

 Đặt 

 

**Bài 2. (1 điểm)** Tìm tất cả các cặp số thực  sao cho phương trình  có hai nghiệm  thỏa mãn , ***đồng thời*** phương trình  có hai nghiệm  thỏa mãn .

**Lời giải**

*Trước hết, tôi trình bày cách giải quen thuộc, mà đa phần học sinh sẽ nghĩ tới.*

 Hai phương trình có nghiệm khi và chỉ khi  (\*)

 Theo Viet ta có 

 Vậy 

  (thỏa điều kiện (\*)

 Vậy .

 **Mặc dù, đây là bài toán quen thuộc nhưng được phát biểu ở dạng không quen thuộc. Ý hay của bài toán là biểu thức**  **và** **, tác giả lựa chọn có chủ đích rõ ràng để ứng dụng sự phân tích nhân tử của đa thức khi xác định nghiệm của nó. Mặc dù là biểu thức đơn giản, nhưng lại là một kĩ năng rất quan trọng trong đa thức.**

 **Cách 2.**

  có hai nghiệm  nên 

 Suy ra 

  có hai nghiệm nên 

 Suy ra 

 **Dựa trên ý tưởng này, có thể làm khó hơn rất nhiều bài toán, khi cho đa thức bậc lớn hơn một chút, khi đó việc sử dụng định lý Viet để tính toán sẽ gặp rất nhiều khó khăn. Ví dụ như bài thi HSGQG của Bulgari năm 2019 dưới đây**

 **“**Gọi , với  là số thực. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình **”**

**Câu 3.** Giải phương trình 

**Lời giải**

 ***Công việc đầu tiên của giải phương trình thường là ta dự đoán nghiệm. Với khoảng điều kiện bé như bài này, học sinh có thể xác định bằng cách thử và thấy ngay nghiệm .***

 ***Quan sát, khi  thì  và***  ***là hai cụm của hằng đẳng thức đáng nhớ. Do đó, ta có thể thử gom thành hằng đẳng thức, và có lời giải như sau***

 Điều kiện 

 

 

 Do , nên .

 Suy ra, phương trình 

 Vậy phương trình có tập nghiệm là .

 **Một trong những phương pháp hay sử dụng là phương pháp lượng liên lợp. Bài toán này, sau khi thử được nghiệm , ta có thể tách như sau**

 **Cách 2:**

 

 

 

  (vì  nên )

 

**Bài 4. (1 điểm)** Tìm tất cả các cặp số nguyên dương  sao cho  là ước của .

**Lời giải**

  (1)

 Vì  và , suy ra .

 Suy ra 

 Từ (1) suy ra, , suy ra 

 Suy ra, , suy ra .

 Suy ra,  hay .

 Vậy  hoặc 

 Thử lại, ta thấy cả hai cặp số đều thỏa mãn.

 **Trong bài toán này, học sinh rất hay quên thử lại. Học sinh nào biết thử lại, là có tư duy logic rất tốt.**

**Bài 7. (1 điểm)** Cho  là các số thực thỏa mãn . Chứng minh rằng



**Lời giải**

 **Suy nghĩ cách tự nhiên, ta tách như sau**

 

 Do  nên 

  trở thành,  

 **Tới đây, ta có thể nghĩ đến việc so sánh tương ứng từng cụm.**

 **Nếu nhìn tương ứng , ta có thể xuất phát từ BĐT rất quen thuộc sau**

 Áp dụng BĐT quen thuộc  với mọi  ta được

 

 Từ đây ta có (\*\*) đúng. (đpcm)

 **Cách 2:**

 **Nếu nhìn tương ứng , ta có thể xuất phát từ BĐT**

 “ (\*) với các số thực  thỏa  ”

 Thật vậy,

 

 Theo BĐT Côsi, ta có , suy ra 

 Vậy ta đã chứng minh (\*)

 Áp dụng BĐT này ta với chú ý , được ngay 

**Bài 5. (1,5 điểm)** Cho hình thoi  cạnh , có . Gọi  là giao điểm của hai đường chéo  và . Trên các cạnh , tương ứng lấy các điểm  không trùng với các đỉnh của hình thoi đã cho, sao cho . Hãy tính tích  theo 

**Lời giải**

 **Mặc dù đây là bài toán được đánh giá là dễ, nhưng lại được phát biểu ở dạng hình mà học sinh của tỉnh rất ít làm.**



 Do tam giác  cân và  nên tam giác  là tam giác đều.

 Suy ra 

 Ta có, 

 Suy ra tam giác  và  đồng dạng do ta có 

 Suy ra 

 Hay 

**Bài 6. (2,5 điểm)** Cho tam giác  . Lấy điểm  nằm trong tam giác sao cho . Đường tròn tâm  bán kính  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  tại hai điểm phân biệt  ( khác phía với đối với đường thẳng ). Đường thẳng  cắt các cạnh  lần lượt tại .

 a) Chứng minh rằng tứ giác  là tứ giác nội tiếp.

 b) Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác 

**Lời giải**

 **Bài toán hoàn toàn có thể phát triển thành các bài toán khó hơn rất nhiều. Nhưng với mức độ học lực của tỉnh nhà, thì dừng ở mức độ này là rất hợp lý. Bài này kiểm tra đầy đủ các kĩ năng cần kiểm tra đối với học sinh.**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Do  nên

  Vậy  nên tứ giác  nội tiếp. |  |
| 1. suy ra .

 Ta có  ;  Suy ra, hai tam giác  và  đồng dạng. Suy ra,  Mà , suy ra . Mặt khác ta có,  nên tam giác  đồng dạng với tam giác  |  |