**CHƯƠNG**

 **II**

**HÀM SỐ LŨY THỪA - HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT**

BÀI 4. HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Hàm số mũ** | **Hàm số logarit** |
| **Định nghĩa** | Hàm số được gọi là **hàm số mũ** cơ số a. | Hàm sốđược gọi là **hàm số lôgarit** cơ số a. |
| **Tập xác định** |  |  |
| **Tập giá trị** |  |  |
| **Tính đơn điệu** | * : Hàm số đồng biến trên .

* : Hàm số nghịch biến trên .

 | * : Hàm số đồng biến trên .

* : Hàm số nghịch biến trên .

 |
| **Đạo hàm** |  |  |
| **Đồ thị** |  |  |
|  |  |
| **Nhận xét** | Đồ thị: * Đi qua điểm .

* Nằm ở phía trên trục hoành.
* Nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.
 | Đồ thị:* Đi qua điểm .

* Nằm ở bên phải trục tung.
* Nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
 |

**CÁC GIỚI HẠN ĐẶC BIỆT CỦA MŨ VÀ LOGARIT.**

.

+) .

+).

+) .

+) .

+) Hệ quả: Nếu thì ; .

+).

+).

**CHÚ Ý:** Hàm số xác định khi và chỉ khi .

**HỆ THỐNG BÀI TẬP.**

**II ===I**

**DẠNG 1: GIỚI HẠN CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ**

***Câu 1.*** Tìm giới hạn .

***Lời giải***

Ta có .

Vậy .

***Câu 2.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.

Ta có .

Nên

Ta có .

Nên . Vậy .

***Câu 3.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

 .

Ta có .

Nên . Vậy .

***Câu 4.*** Tìm giới hạn

***Lời giải***

 . Vậy .

***Câu 5.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

. Vậy .

***Câu 6.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

, đặt , khi thì .

.

Vậy .

***Câu 7.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.

. Vậy .

***Câu 8.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.

Ta có .

Ta có .

Nên . Vậy .

***Câu 9.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.

.

Ta có .

Mặt khác .

Và , mà .

Vậy .

***Câu 10.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

Ta có .

***Câu 11.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

Ta có .

.

***Câu 12.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.**..**

.

***Câu 13.*** Tìm giới hạn**.**

***Lời giải***

Ta có .

***Câu 14.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

 .

 .

Ta có .

Và .

Vậy .

**DẠNG 2: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ MŨ – LOGARIT**

**Câu 1.** Tìm tập xác định của hàm số.

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .

Vậy tập xác định của hàm số là: .

**Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .

Vậy tập xác định của hàm số là: .

**Câu 3.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .

Vậy tập xác định của hàm số là: .

**Câu 4.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi . Vì nên ta có .

Vậy tập xác định của hàm số là: .

**Câu 5.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .

Vậy tập xác định của hàm số là: .

**Câu 6.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi: .

Vì nên hệ trở thành . Vậy tập xác định của hàm số là: .

**Câu 7.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi: .

Vì nên hệ trở thành .

Vậy tập xác định .

**Câu 8.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Điều kiện xác định: ; .

Vậy tập xác định .

**Câu 9.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi:

Vì nên hệ trở thành .

Vậy tập xác định của hàm số là: .

**Câu 10.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .

Vậy tập xác định của hàm số là: .

**Câu 11.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi ..

Vậy tập xác định của hàm số là: .

**Câu 12.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  để hàm số có tập xác định là .

**Lời giải**

Điều kiện xác định: .

Hàm số đã cho xác định với , .

.

Vậy giá trị cần tìm là: .

**Câu 13.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  xác định với mọi  thuộc khoảng .

**Lời giải**

Hàm số đã cho xác định với mọi , .

, . Vậy giá trị cần tìm là .

**Câu 14.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có tập xác định .

**Lời giải**

Hàm số Ta có tập xác định khi và chỉ khi:, , ..

Vậy giá trị cần tìm là .

**Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có tập xác định .

**Lời giải**

Hàm số Ta có tập xác định là , .

Đặt , . Khi đó, bất phương trình trở thành:

, , .

Xét hàm số , .

Ta có: ; .

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, suy ra.

 Suy ra .

**Câu 16.** Ta có bao nhiêu số tự nhiên  để hàm số  xác định trên khoảng ?

**Lời giải**

***Cách 1:***

Điều kiện: .

Nếu thì tập xác định của hàm số là (loại).

Nếu thì tập xác định của hàm số là .

Để hàm số xác định trên thì (tmđk ).

Do là số tự nhiên nên . Vậy Ta có giá trị của thỏa mãn.

***Cách 2:***

 Xét hàm số .

Đặt thì nghịch biến trong khoảng ;

 thì đồng biến trong khoảng .

Do đó, hàm số xác định trong khoảng ..

, mà suy ra . Vậy Ta có giá trị của thỏa mãn.

**Câu 17.** Ta có bao nhiêu giá trị nguyên của  thuộc khoảng  để hàm số  có tập xác định là ?

**Lời giải**

Hàm số xác định với mọi luôn đúng với mọi .

+) Ta có: , .

+) ,

Xét hàm số với ; .

 .

Bảng biến thiên của hàm số



Từ bảng biến thiên suy ra: .

Kết hợp điều kiện .

Kết luận: Ta có 2019 giá trị của thỏa mãn bài toán.

**Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  xác định trên khoảng .

**Lời giải**

Đặt ,.

Ta có luôn xác định trên khoảng , khi đó hàm số trở thành , .

Hàm số xác định trên khoảng khi và chỉ khi hàm số xác định với .

+) Với : xác định trên tập . Vậy không thoả mãn.

+) Với : Yêu cầu bài toán

 vô nghiệm .

Vậy giá trị cần tìm là .

**DẠNG 3: ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ - LOGARIT**

**Câu 1.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.

**Câu 2.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.

**Câu 3.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.

**Câu 4.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.

**Câu 5.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.

 .

**Câu 6.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.

**Câu 7.** Cho hàm số . Tính .

**Lời giải**

Sử dụng công thức: .

. Vậy .

**Câu 8.** Chứng minh rằng, nếu  thì .

**Lời giải**

Ta có ; ; .

Suy ra: .

**Câu 9.** Cho hàm số. Với điều kiện hàm số đã cho, tìm đạo hàm của hàm số đó.

**Lời giải**

**Phân tích:** Sử dụng các công thức:; .

Đạo hàm: .

**Câu 10.** Cho hàm số. Với điều kiện hàm số đã cho, tìm đạo hàm của hàm số đó.

**Lời giải**

**Phân tích:** Sử dụng các công thức:; .

Đạo hàm: .

**DẠNG 4: TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT NHỎ NHẤT CỦA BIỂU THỨC CHỨA HÀM MŨ, HÀM LÔGARÍT**

**Câu 1.** Cho hàm số  Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn 

**Lời giải**

Hàm số đã cho liên tục trên

Đặt .

.

; ; .

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên là .

**Câu 2.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  trên đoạn .

**Lời giải**

Ta có ; .

Khi đó: ; ; .

Vậy .

**Câu 3.** Tính hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn .

**Lời giải**

Ta có .

.

Mặt khác , , .

Suy ra , .

Do đó .

**Câu 4.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  trên đoạn .

**Lời giải**

.

.

Ta có . Vậy .

**Câu 5.** Cho . Tính giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Lời giải**

.

Ta có . Khi đó áp dụng BĐT Cauchy ta có:

.

Dấu xảy ra (vì ) .

Vậy giá trị lớn nhất của là khi .

**Câu 6.** Cho hai số thực ,  đều lớn hơn . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Lời giải**

Ta có .

Đặt . Do , nên .

Khi đó (Áp dụng BĐT Cauchy cho hai số dương và ).

Dấu xảy ra .

Vậy giá trị nhỏ nhất của là đạt được khi .

**Câu 7.** Cho , , . Biết rằng biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất  khi . Tính giá trị .

**Lời giải**

Ta có

 .

Dấu xảy ra .

Vậy giá trị nhỏ nhất của là đạt được khi .

Do đó .

**Câu 8.** Xét các số thực dương  thỏa mãn

 Tìm giá trị lớn nhất  của biểu thức 

**Lời giải**

Với dương, ta có

 (1).

Xét hàm số , có . Vậy hàm số luôn đồng biến trên khoảng .

Do đó: (1)

.

Ta có .

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .

Do đó từ , suy ra: .

Đặt , .

Suy ra: .

Ta có: (nhận).

Bảng biến thiên

Dựa vào BBT, ta có khi và chỉ khi.

