**CHƯƠNG**

**II**

**HÀM SỐ LŨY THỪA - HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT**

BÀI 4. HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Hàm số mũ** | **Hàm số logarit** |
| **Định nghĩa** | Hàm số được gọi là **hàm số mũ** cơ số a. | Hàm sốđược gọi là **hàm số lôgarit** cơ số a. |
| **Tập xác định** |  |  |
| **Tập giá trị** |  |  |
| **Tính đơn điệu** | * : Hàm số đồng biến trên .  * : Hàm số nghịch biến trên . | * : Hàm số đồng biến trên .  * : Hàm số nghịch biến trên . |
| **Đạo hàm** |  |  |
| **Đồ thị** |  |  |
|  |  |
| **Nhận xét** | Đồ thị:   * Đi qua điểm .  * Nằm ở phía trên trục hoành. * Nhận trục hoành làm tiệm cận ngang. | Đồ thị:   * Đi qua điểm .  * Nằm ở bên phải trục tung. * Nhận trục tung làm tiệm cận đứng. |

**CÁC GIỚI HẠN ĐẶC BIỆT CỦA MŨ VÀ LOGARIT.**

.



+) .



+).



+) .



+) .



+) Hệ quả: Nếu thì ; .



+).



+).



**CHÚ Ý:** Hàm số xác định khi và chỉ khi .



**HỆ THỐNG BÀI TẬP.**

**II ===I**

**DẠNG 1: GIỚI HẠN CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ**

***Câu 1.*** Tìm giới hạn .

***Lời giải***

Ta có .



Vậy .



***Câu 2.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.



Ta có .



Nên



Ta có .



Nên . Vậy .



***Câu 3.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.



Ta có .



Nên . Vậy .



***Câu 4.*** Tìm giới hạn

***Lời giải***

. Vậy .



***Câu 5.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

. Vậy .



***Câu 6.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

, đặt , khi thì .



.



Vậy .



***Câu 7.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.



. Vậy .



***Câu 8.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.



Ta có .



Ta có .



Nên . Vậy .



***Câu 9.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.



.



Ta có .



Mặt khác .



Và , mà .



Vậy .



***Câu 10.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

Ta có .



***Câu 11.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

Ta có .



.



***Câu 12.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.**..**



.



***Câu 13.*** Tìm giới hạn**.**

***Lời giải***

Ta có .



***Câu 14.*** Tìm giới hạn.

***Lời giải***

.



.



Ta có .



Và .



Vậy .



**DẠNG 2: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ MŨ – LOGARIT**

**Câu 1.** Tìm tập xác định của hàm số.

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .



Vậy tập xác định của hàm số là: .



**Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .



Vậy tập xác định của hàm số là: .



**Câu 3.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .



Vậy tập xác định của hàm số là: .



**Câu 4.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi . Vì nên ta có .



Vậy tập xác định của hàm số là: .



**Câu 5.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .



Vậy tập xác định của hàm số là: .



**Câu 6.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi: .



Vì nên hệ trở thành . Vậy tập xác định của hàm số là: .



**Câu 7.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi: .



Vì nên hệ trở thành .



Vậy tập xác định .



**Câu 8.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Điều kiện xác định: ; .



Vậy tập xác định .



**Câu 9.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi:



Vì nên hệ trở thành .



Vậy tập xác định của hàm số là: .



**Câu 10.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi .



Vậy tập xác định của hàm số là: .



**Câu 11.** Tìm tập xác định của hàm số .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi ..



Vậy tập xác định của hàm số là: .



**Câu 12.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  để hàm số có tập xác định là .

**Lời giải**

Điều kiện xác định: .



Hàm số đã cho xác định với , .



.



Vậy giá trị cần tìm là: .



**Câu 13.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  xác định với mọi  thuộc khoảng .

**Lời giải**

Hàm số đã cho xác định với mọi , .



, . Vậy giá trị cần tìm là .



**Câu 14.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có tập xác định .

**Lời giải**

Hàm số Ta có tập xác định khi và chỉ khi:, , ..



Vậy giá trị cần tìm là .



**Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có tập xác định .

**Lời giải**

Hàm số Ta có tập xác định là , .



Đặt , . Khi đó, bất phương trình trở thành:



, , .



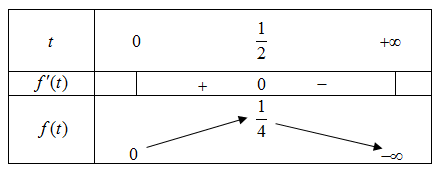
Xét hàm số , .



Ta có: ; .



Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, suy ra.



Suy ra .



**Câu 16.** Ta có bao nhiêu số tự nhiên  để hàm số  xác định trên khoảng ?

**Lời giải**

***Cách 1:***

Điều kiện: .



Nếu thì tập xác định của hàm số là (loại).



Nếu thì tập xác định của hàm số là .



Để hàm số xác định trên thì (tmđk ).



Do là số tự nhiên nên . Vậy Ta có giá trị của thỏa mãn.



***Cách 2:***

Xét hàm số .



Đặt thì nghịch biến trong khoảng ;



thì đồng biến trong khoảng .



Do đó, hàm số xác định trong khoảng ..



, mà suy ra . Vậy Ta có giá trị của thỏa mãn.



**Câu 17.** Ta có bao nhiêu giá trị nguyên của  thuộc khoảng  để hàm số  có tập xác định là ?

**Lời giải**

Hàm số xác định với mọi luôn đúng với mọi .



+) Ta có: , .



+) ,



Xét hàm số với ; .

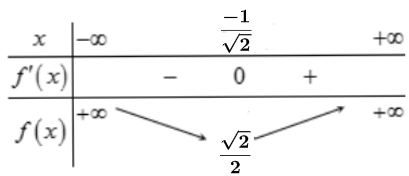


.



Bảng biến thiên của hàm số





Từ bảng biến thiên suy ra: .



Kết hợp điều kiện .



Kết luận: Ta có 2019 giá trị của thỏa mãn bài toán.



**Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  xác định trên khoảng .

**Lời giải**

Đặt ,.



Ta có luôn xác định trên khoảng , khi đó hàm số trở thành , .



Hàm số xác định trên khoảng khi và chỉ khi hàm số xác định với .



+) Với : xác định trên tập . Vậy không thoả mãn.



+) Với : Yêu cầu bài toán



vô nghiệm .



Vậy giá trị cần tìm là .



**DẠNG 3: ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ - LOGARIT**

**Câu 1.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.



**Câu 2.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.



**Câu 3.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.



**Câu 4.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.



**Câu 5.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.



.



**Câu 6.** Tính đạo hàm của hàm số .

**Lời giải**

.



**Câu 7.** Cho hàm số . Tính .

**Lời giải**

Sử dụng công thức: .



. Vậy .



**Câu 8.** Chứng minh rằng, nếu  thì .

**Lời giải**

Ta có ; ; .



Suy ra: .



**Câu 9.** Cho hàm số. Với điều kiện hàm số đã cho, tìm đạo hàm của hàm số đó.

**Lời giải**

**Phân tích:** Sử dụng các công thức:; .



Đạo hàm: .



**Câu 10.** Cho hàm số. Với điều kiện hàm số đã cho, tìm đạo hàm của hàm số đó.

**Lời giải**

**Phân tích:** Sử dụng các công thức:; .



Đạo hàm: .



**DẠNG 4: TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT NHỎ NHẤT CỦA BIỂU THỨC CHỨA HÀM MŨ, HÀM LÔGARÍT**

**Câu 1.** Cho hàm số  Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn 

**Lời giải**

Hàm số đã cho liên tục trên



Đặt .



.



; ; .



Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên là .



**Câu 2.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  trên đoạn .

**Lời giải**

Ta có ; .



Khi đó: ; ; .



Vậy .



**Câu 3.** Tính hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn .

**Lời giải**

Ta có .



.



Mặt khác , , .



Suy ra , .



Do đó .



**Câu 4.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  trên đoạn .

**Lời giải**

.



.



Ta có . Vậy .



**Câu 5.** Cho . Tính giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Lời giải**

.



Ta có . Khi đó áp dụng BĐT Cauchy ta có:



.



Dấu xảy ra (vì ) .



Vậy giá trị lớn nhất của là khi .



**Câu 6.** Cho hai số thực ,  đều lớn hơn . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Lời giải**

Ta có .



Đặt . Do , nên .



Khi đó (Áp dụng BĐT Cauchy cho hai số dương và ).



Dấu xảy ra .



Vậy giá trị nhỏ nhất của là đạt được khi .



**Câu 7.** Cho , , . Biết rằng biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất  khi . Tính giá trị .

**Lời giải**

Ta có



.



Dấu xảy ra .



Vậy giá trị nhỏ nhất của là đạt được khi .



Do đó .



**Câu 8.** Xét các số thực dương  thỏa mãn

 Tìm giá trị lớn nhất  của biểu thức 

**Lời giải**

Với dương, ta có



(1).



Xét hàm số , có . Vậy hàm số luôn đồng biến trên khoảng .



Do đó: (1)



.



Ta có .



Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .



Do đó từ , suy ra: .



Đặt , .



Suy ra: .



Ta có: (nhận).



Bảng biến thiên



Dựa vào BBT, ta có khi và chỉ khi.

