

TRƯỜNG THCS MIS
 Lớp:
 Họ tên:

ĐỀ KHẢO SÁT GIỮA HỌC KỲ 2
 MÔN TOÁN 9
 Thời gian: 90 phút

ĐỀ BÀI

Bài 1 (2 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} - \frac{4x + 2\sqrt{x} - 4}{x - 4}$ và $B = \frac{\sqrt{x} - 3}{2\sqrt{x} - x}$ (với $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$)

- 1) Tính giá trị biểu thức B khi $x = 25$
- 2) Đặt $P = A : B$ rút gọn P.
- 3) Với $x > 9$, tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2 (2 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai tổ làm hoa của một trường được giao làm tổng công 90 bông hoa. Tổ một đã làm vượt mức 15% kế hoạch của mình, tổ hai đã làm vượt mức 12% kế hoạch của mình nên cả hai tổ đã làm được 102 bông hoa. Hỏi mỗi tổ đã làm được bao nhiêu bông hoa?

Bài 3 (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4\sqrt{x-2y} + \frac{1}{y-3} = 5 \\ \sqrt{x-2y} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + 2$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.
- b) Gọi A, B là các giao điểm của (d) và (P). Tính chu vi tam giác OAB.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O) và dây cung BC cố định khác đường kính. Gọi A là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC (A khác B và C). Kẻ đường kính AK của đường tròn (O). Gọi D là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC; E, F lần lượt là hình chiếu của B và C trên AK. Chứng minh:

- a) Tứ giác ABDE nội tiếp
- b) $BD.AC = AD.KC$

c) DE vuông góc với AC

d) Khi A di động trên cung nhỏ BC, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định

Bài 5 (0,5 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x - \sqrt{x-2} - 2\sqrt{x+1} + 2020$.

Facebook nhóm (Quét bằng smartphone):



Nhóm

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1:

1) Thay $x = 25$ (Thỏa mãn đk) vào B ta được: $B = \frac{\sqrt{25} - 3}{2\sqrt{25} - 25} = \frac{-2}{15}$

Vậy Khi $x = 25$ thì $B = \frac{-2}{15}$

2) Ta có $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} - \frac{4x + 2\sqrt{x} - 4}{x - 4}$

$$A = \frac{(2 + \sqrt{x})^2}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} + \frac{\sqrt{x}(2 - \sqrt{x})}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} + \frac{4x + 2\sqrt{x} - 4}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{4 + 4\sqrt{x} + x + 2\sqrt{x} - x + 4x + 2\sqrt{x} - 4}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} \Leftrightarrow A = \frac{4x + 8\sqrt{x}}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{4\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} \Leftrightarrow A = \frac{4\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow P = A : B = \frac{4\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} - 3}{2\sqrt{x} - x}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{4\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}(2 - \sqrt{x})}{\sqrt{x} - 3} \Leftrightarrow P = \frac{4x}{\sqrt{x} - 3}$$

Vậy $P = \frac{4x}{\sqrt{x} - 3}$ với (với $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$)

3) Với $x > 9 \Rightarrow P > 0$

Ta có: $P = \frac{4x}{\sqrt{x} - 3} \Leftrightarrow P\sqrt{x} - 3P = 4x \Leftrightarrow 4x - P\sqrt{x} + 3P = 0$ (*)

Đặt $\sqrt{x} = y > 0$ ta có pt: $4y^2 - Py + 3P = 0$ (*)

$$\Delta_y = (-P)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3P = P^2 - 48P = P(P - 48)$$

Để P đạt giá trị nhỏ nhất thì PT (*) phải có nghiệm hay $\Delta_y \geq 0$

$$\Leftrightarrow P(P-48) \geq 0 \text{ mà } P > 0 \Rightarrow P-48 \geq 0 \Leftrightarrow P \geq 48$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \Delta_y = 0 \Leftrightarrow y = \frac{P}{8} = \frac{48}{8} = 6 > 0 \text{ (TMĐK)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 36$$

Vậy min $P = 48$ khi $x = 36$

Bài 2:

	Tổ 1	Tổ 2	Cả 2 tổ
Dự định	x	y	90
Thực tế	$100\% + 15\% = 115\% x = 1,15x$	$100\% + 12\% = 112\% x = 1,12y$	102

Theo dự định:

Gọi số bông hoa tổ 1 làm theo kế hoạch là x (bông hoa, $x \in N^*$)

Số bông hoa tổ 2 làm theo kế hoạch là y (bông hoa, $y \in N^*$)

Vì theo dự định hai tổ được giao làm tổng cộng 90 bông hoa nên ta có phương trình: $x + y = 90$ (1)

Theo thực tế:

- Tổ 1 làm vượt mức 15% kế hoạch của mình nên tổ 1 làm được $100 + 15 = 115\% x = 1,15x$ (bông hoa)
- Tổ 2 làm vượt mức 12% kế hoạch của mình nên tổ 2 làm được $100 + 12 = 112\% y = 1,12y$ (bông hoa)

Nên cả hai tổ đã làm được 102 bông hoa nên ta có phương trình: $1,15x + 1,12y = 102$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 1,15x + 1,12y = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,15x + 1,15y = 103,5 \\ 1,15x + 1,12y = 102 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,03y = 1,5 \\ 1,15x + 1,12y = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 \\ x = 40 \end{cases} (TM)$$

Vậy theo kế hoạch tổ 1 được giao làm 50 bông hoa và tổ 2 được giao làm 40 bông hoa.

Bài 3:

1.

$$\begin{cases} 4\sqrt{x-2y} + \frac{1}{y-3} = 5 \\ \sqrt{x-2y} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8\sqrt{x-2y} + \frac{2}{y-3} = 10 \\ \sqrt{x-2y} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9\sqrt{x-2y} = 9 \\ \sqrt{x-2y} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2y} = 1 \\ \frac{1}{y-3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 4 \end{cases}$$

2.

a) HS vẽ đồ thị

b) Xác định tọa độ điểm $A(-1;1)$ và $B(2;4)$ là giao điểm của (d) và (P)

Chu vi tam giác OAB là $OA + OB + BA = \sqrt{2} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}$

Bài 4:

a)

Chứng minh ABDE nội tiếp.

Có $AD \perp BC \Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$

$BE \perp AK \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$

$\Rightarrow D, E$ cùng nhìn AB dưới một góc vuông.

$\Rightarrow A, B, D, E$ cùng thuộc đường tròn.

$\Rightarrow ABDE$ nội tiếp.

b)

Chứng minh $BD.AC = AD.KC$

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACK$ có: $\hat{D} = \hat{C} = 90^\circ$

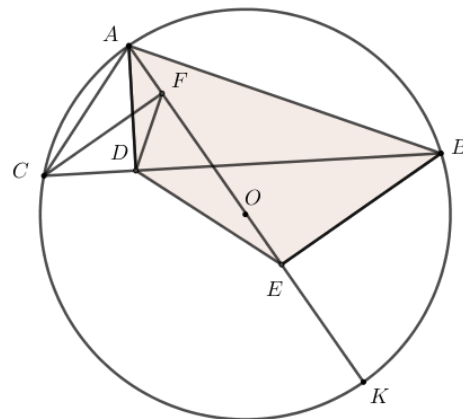
$\hat{B} = \hat{K}$ (cùng chứa AC)

Vậy $\triangle ABD \sim \triangle ACK$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{BD}{KC} \Rightarrow BD.AC = AD.KC$

c)

Chứng minh $DE \perp AC$

Gọi $DE \perp AC = I$



Tứ giác ABDE nội tiếp $\Rightarrow EDC = BAE$ hay $IDC = BAK$

Mà $BAK = BCK$ (cùng chắn cung BK)

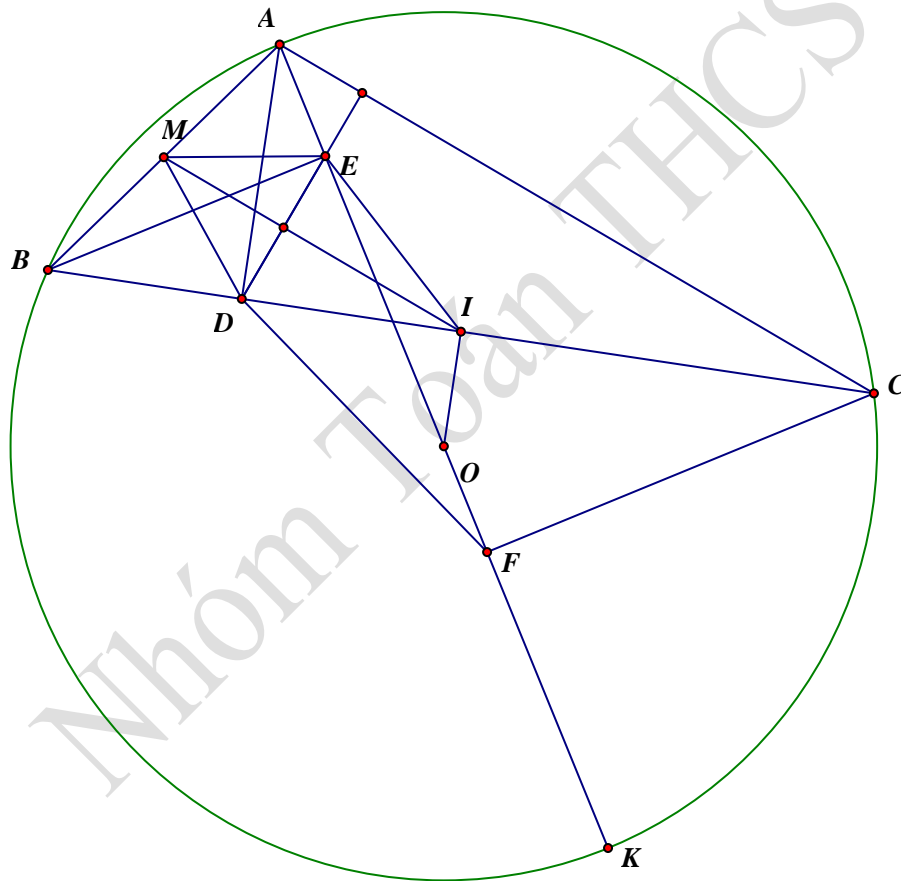
$$\Rightarrow IDC = BCK$$

Ta có: $ICD + DCK = ACK = 90^\circ \Rightarrow ICD + IDC = 90^\circ$

Xét $\triangle IDC$ có: $ICD + IDC = 90^\circ \Rightarrow DIC = 90^\circ$

$\Rightarrow DI \perp AC$ hay $DE \perp AC$

d)



Gọi M là trung điểm của AB, I là trung điểm của BC, $\Rightarrow IM$ là đường trung bình trong tam giác ABC.

$$\Rightarrow IM \parallel AC \Leftrightarrow IM \perp DE$$

Mà tam giác ABE vuông tại E, M là trung điểm AB $\Rightarrow EM = \frac{1}{2} AB$.

Tương tự ta có $MD = \frac{1}{2} AB \Rightarrow MD = ME$

$\Rightarrow IM$ là đường trung trực của DE.

Tương tự, gọi N là trung điểm của AC $\Rightarrow IN$ là đường trung trực của DF.

$\Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF.

Bài 5:

$$A = x - \sqrt{x-2} - 2\sqrt{x+1} + 2020 \quad (x \geq 2)$$

$$\Rightarrow 2A = 2x - 2\sqrt{x-2} - 4\sqrt{x+1} + 4040$$

$$\Leftrightarrow 2A = x - 2 - 2\sqrt{x-2} + 1 + x + 1 - 4\sqrt{x+1} + 4 + 4036$$

$$\Leftrightarrow 2A = (\sqrt{x-2} - 1)^2 + (\sqrt{x+1} - 2)^2 + 4036$$

$$\Rightarrow 2A \geq 4036 \Rightarrow A \geq 2018$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} - 1 = 0 \\ \sqrt{x+1} - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

$$\text{Vậy } A_{\min} = 2018 \Leftrightarrow x = 3$$

Nhóm Toán THCS