|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT HÀ NỘI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CÁP THÀNH PHỐ**  **LỚP 9 NĂM HỌC 2018-2019**  **MÔN TOÁN** |

**Bài 1.**

1. Giải phương trình: 
2. Cho là tích của thừa số. Tính S (kết quả để dưới dạng phân số tối giản)

**Bài 2.**

1. Biết  là các số nguyên dương thỏa mãn chia hết cho 9. Chứng minh rằng cả và đều chia hết cho 3
2. Tìm số nguyên dương sao cho là tích của số tự nhiên liên tiếp

**Bài 3.**

1. Cho là các số thực dương nhỏ hơn 

Chứng minh rằng trong các số luôn luôn tồn tại ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng 1

1. Với các số thực dương thỏa mãn 

Tìm của biểu thức 

**Bài 4.** Cho tam giác vuông tại Đường tròn nội tiếp tam giác tiếp xúc với các cạnh lần lượt tại Gọi là giao điểm của và 

1. Chứng minh rằng 
2. Gọi là trung điểm của O là trung điểm của Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng
3. Gọi M là giao điểm của và Đường thẳng chứa đường cao của tam giác cắt đường thẳng tại N. Chứng minh rằng 

**Bài 5.** Xét bảng ô vuông cở gồm có 100 hình vuông có cạnh 1 đơn vị. Người ta điền vào mỗi ô vuông của bảng 1 số nguyên tùy ý sao cho hiệu hai số được điền ở hai ô chung cạnh bất kỳ đều có giá trị tuyệt đối không vượt quá 1. Chứng minh rằng tồn tại một số nguyên xuất hiện trong bảng ít nhất 6 lần

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

1. Phương trình , ĐKXĐ: 

Đặt với 

Từ (\*) ta có:

Thay vào hệ thức 



Vậy phương trình có tập nghiệm 

1. Với ta có:

Thay ta có:



**Bài 2.**

1. Ta có : (\*)

. Từ (\*) ta lại suy ra:

. Do đó 

1. Nhận xét : tích của 3 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 3

Ta thấy với nguyên dương thì không chia hết cho nên 

Đặt với nguyên dương. Ta có 



Vì nguyên dương nên Ta có các trường hợp sau:



Vậy thỏa mãn bài toán

**Bài 3.**

1. Ta có : Áp dụng BĐT Bunhia ta có:



; Do đó trong các số ;luôn luôn tồn tại ít nhất một số lớn hơn hoặc bằng 1

1. Ta có 

Mặt khác : 



Do đó 

Vậy của là Đạt được khi 

**Bài 4.**

****

1. Ta có 

Và nên 

1. Ta có do đó tứ giác nội tiếp mà nên vuông cân tại S  
   có nên là trung trực của 

Mặt khác vuông có nên suy ra đường trung trực của .Hay ba điểm thẳng hàng.

1. Vì là phân giác của nên .Áp dụng định lý Talet và hệ quả ta có: Mặt khác , 

Từ (1) và (2) suy ra mà nên 

**Bài 5.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ta thấy 2 ô vuông ở hai góc của hình vuông là xa nhau nhất. Gọi các số được điền vào mỗi ô vuông đó lần lượt là . Ta có:  ;, cộng vế theo vế ta có    Vậy là các số nguyên nên chỉ có tối đa 19 số nguyên khác nhau được điền vào trong bảng. Có 100 ô vuông trên bảng, nên theo nguyên lý Dirichle thì có ít nhất một số xuất hiện trên bảng lần | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | **A1** | **A2** | **A3** | **A4** | **A5** | **A6** | **A7** | **A8** | **A9** | **A10** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **A11** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **A12** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **A13** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **A14** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **A15** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **A16** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **A17** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **A18** | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **A19** | |