**Bài 7.** Cho nửa đường tròn tâm  đường kính  và điểm  nằm chính giữa cung . Trên cung  lấy điểm  . Đường thẳng  cắt đường thẳng  tại . Đường thẳng  cắt đường thẳng  tại . Gọi  là hình chiếu của  trên . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác  nội tiếp.

b)  là tia phân giác của .

c) .

**Lời giải**

****

a)Ta có: ;  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tứ giác  có: 

Hay 

Mà  và  là hai góc đối nhau do đó tứ giác  nội tiếp (đpcm).

b) Ta có:  (do tứ giác  nội tiếp)

Hay 

Mà  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  )

   là tia phân giác của  (đpcm).

c) Dễ thấy   vuông cân tại   

Tứ giác  nội tiếp 

Từ đó ta có: 

Xét  và  có:  chung và  

 (đpcm).

**Bài 8.** Tứ giác  nội tiếp trong nửa đường tròn  đường kính ,  là giao điểm của  và , kẻ  tại ;  là trung điểm của . Chứng minh rằng:

a) Các tứ giác , nội tiếp.

b) Tia  là phân giác của .

c) Tứ giác  nội tiếp.

**Lời giải**

****

a) Ta có: ;  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tứ giác  có: 

Mà  và  là hai góc đối nhau do đó tứ giác  nội tiếp (đpcm).

Ta có: ;  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét tứ giác  có: 

Mà  và  là hai góc đối nhau do đó tứ giác  nội tiếp (đpcm).

b) Ta có:  (do tứ giác  nội tiếp)

Hay 

Mà  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  )

   là tia phân giác của  (đpcm).

c) Chứng minh tương tự ta có  là tia phân giác của  

Ta có  hay .

 do đó tứ giác  nội tiếp (đpcm).

**Bài 9.** Cho đường tròn  hai đường kính  và  vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng  lấy điểm  , đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai là . Đường thẳng vuông góc với  tại  cắt tiếp tuyến tại  với đường tròn  ở điểm .

a) Chứng minh tứ giác  nội tiếp được đường tròn.

b) Tứ giác  là hình gì?

c) Chứng minh tích  không đổi.

d) Chứng minh khi  di động trên đoạn thẳng  thì  chạy trên một đường thẳng cố định.

**Lời giải**

****

a) Ta có:  ( là tiếp tuyến của  );  (gt)



Xét tứ giác  có hai đỉnh  cùng nhìn đoạn  dưới một góc vuông

Do đó tứ giác  nội tiếp được đường tròn (đpcm).

b) Dễ thấy  

Mà  (do tứ giác  nội tiếp c/m câu a)

Lại có  (vì )

Từ các điều trên ta có  

Xét tứ giác  có   Tứ giác  là hình bình hành.

c) Xét  và  có ;  chung   không đổi.

d) Ta có 

Lại có tứ giác  là hình bình hành (c/m câu b)  không đổi

 luôn cách  một khoảng bằng  không đổi

  thuộc đường thẳng song song với  và cách  một khoảng  không đổi.

Vậy khi  di động trên đoạn thẳng  thì  chạy trên một đường thẳng cố định.

Ta suy ra kết quả  là tiếp tiếp tại  của 