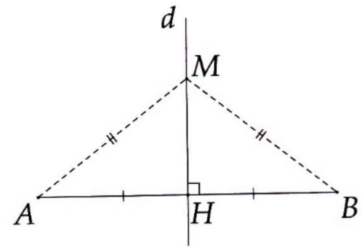
# CHỦ ĐỀ 7. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

## I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### 1. Định nghĩa đường trung trực:




Đường trung trực của một đoạn thẳng là đường thẳng vuông góc với đoạn thẳng ấy tại trung điểm của nó.

Trên hình vẽ bên, d là đường trung trực của đoạn thẳng AB. Ta cũng nói: A đối xứng B qua d.

**2. Định lí 1:** Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

**3. Định lí 2:** Điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

MA = MB $\Leftrightarrow$ M thuộc đường trung trực của AB.

**4.** Tập hợp các điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

## II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

### Dạng 1. Vận dụng tính chất của đường trung trực để giải quyết bài toán

*Phương pháp giải:* Sử dụng *Định lí 1*.

**1A.** Cho hai điểm A, B nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng MN, Chứng minh $\Delta$MAB = $\Delta$NAB.

**1B**. Cho $\Delta$ABC cân tại B. Lấy điểm D đối xứng với điểm B qua AC. Chứng minh $\Delta$ABD = $\Delta$CBD.

**2A.** Tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{C}$ = 30°. Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho AD = AC. Tính số đo góc $\widehat{BDA}$.

**2B**. Tam giác ABC có điểm A thuộc đường trung trực của BC.

Biết $\widehat{B}$ = 40°. Tính số đo của các góc trong $\Delta$ABC

**3A.** Tam giác DEF có DE < DF. Gọi d là đường trung trực của EF. M là giao điểm của d với DF.

a) Chứng minh DM + ME = DF.

b) Lấy bất kì điểm P nằm trên đường thẳng d (P $\neq$M). Chứng minh DP + PE > DF.

c) So sánh chu vi của hai tam giác DEM và DEP.

**3B.** Tam giác ABC có $\hat{B}$ - $\hat{C}$ = 30°. Đường trung trực của BC cắt AC ở K.

a) Chứng minh $\widehat{KBC} = \widehat{KCB}$.

b) Tính số đo góc $\widehat{ABK}$

c) Biết AB = 3 cm, AC = 5 cm. Tính chu vi tam giác ABK.

**4A.** Cho tam giác ABC. Các đường trung trực của AB và AC cắt BC tại M và N.

a) Biết = $\hat{B}$ 30°, $\hat{C}$ = 45°. Tính số đo góc $\widehat{BAC}$ và $\widehat{MAN}$.

b) Chứng minh $\widehat{MAN} = 2\widehat{BAC}$ - 180°.

**4B**. Cho tam giác ABC cân có $\hat{A}$ > 90°. Các đường trung trực của AB và AC cắt cạnh BC theo thứ tự ở D và E và hai trung trực cắt nhau ở F.

a) Biết $\hat{A}$ = 110°. Tính số đo góc $\widehat{DAE}$.

b) Chứng minh $2\widehat{BAC} = \widehat{DAE}$ +180°.

c) Tính góc $\widehat{DFE}$.

**5A.** Cho góc vuông $\widehat{xOy}$. Trên các tia Ox, Oy lấy hai điểm A và B (không trùng với O). Đường trưng trực của các đoạn thẳng OA và OB cắt nhau ở M. Chứng minh:

a) A, M, B thẳng hàng.

b) M là trung điểm của AB.

**5B.** Cho $\Delta$ABC vuông tại A. Đường trung trực của đoạn thẳng AC cắt AC tại H, cắt BC tại D. Nối A và D.

a) So sánh số đo góc $\widehat{DAB}$ và $\widehat{DBA}$.

b) Chứng minh D là trung điểm của BC

**Dạng 2. Chứng minh một điểm thuộc đường trung trực. Chứng minh một đường thẳng là đường trung trực của một đoạn thẳng**

*Phương pháp giải:*

• Để chứng minh điểm M thuộc trung trực của đoạn thẳng AB, ta dùng *Định lí 2* hoặc *Định nghĩa đường trung trực.*

• Để chứng minh đường thẳng d là đường trung trực của đoạn thẳng AB, ta chứng minh d chứa hai điểm cách đều A và B, hoặc dùng định nghĩa đường trung trực.

**6A.** Cho đoạn thẳng AB = 5 cm. Vẽ đường tròn tâm A bán kính 4 cm và đường tròn tâm B bán kính 3 cm. Hai đường tròn này cắt nhau tại D, E. Chứng minh:

a) Điểm A thuộc đường trung trực của DE;

b) AB là đường trung trực của DE;

c) $\widehat{ADB} = 90°$.

**6B.** Cho đoạn thẳng AB. Dựng các tam giác cân MAB, NAB lần lượt tại M và N (M, N nằm khác phía so với AB). Chứng minh:

a) Điểm M thuộc đường trung trực của AB;

b) MN là đường trung trực của AB.

**7A**. Cho $\Delta$DEF có DE = DF. Lấy điểm K nằm trong tam giác sao cho KE = KF. Kẻ KP vuông góc với DE (P $\in$ DE), KQ vuông góc với DF (Q$\in$DF). Chứng minh:

a) K thuộc đường trung trực của EF và PQ;

b) DK là đường trung trực của EF và PQ. Từ đó suy ra PQ//EF.

**7B.** Cho góc $\widehat{xOy}$ khác góc bẹt Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc tia Oz. Qua M vẽ đường thẳng a vuông góc với Ox tại A, cắt Oy tại C và vẽ đường thẳng b vuông góc với Oy tại B, cắt Ox tại D. Chứng minh.:

a) Điểm O thuộc đường trung trực của AB;

b) OM là đường trung trực của AB;

c) Điểm M thuộc đường trung trực của CD

**Dạng 3. Xác định vị trí của điểm thỏa mãn yêu cầu đề bài**

*Phương pháp giải:* Sử dụng *Định lí 2* để xác định một điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng.

**8A.** Cho hai điểm A, B nằm cùng phía với đường thẳng d. Xác định vị trí điểm M trên đường thẳng d sao cho M cách đều hai điểm A và B.

**8B.** Cho tam giác ABC. Một đường thẳng d đi qua A và không cắt đoạn thẳng BC. Tìm vị trí điểm D trên đường thẳng d sao cho D cách đều hai điểm B và C.

**Dạng 4. Sử dụng tính chất đường trung trực vào bài toán về cực trị (tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất)**

*Phương pháp giải:*

• Sử dụng tính chất đường trung trực để thay đổi độ dài một đoạn thẳng bằng độ dài một đoạn thẳng khác bằng nó.

• Sử dụng bất đẳng thức tam giác để tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất.

**9A.** Hai điểm A, B cùng nằm trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d. Tìm vị trí điểm C trên đường thẳng d sao cho giá trị của tổng CA + CB là nhỏ nhất.

**9B.** Hai nhà máy được xây dựng tại hai địa điểm A và B cùng nằm về một phía của khúc sông thẳng. Tìm trên bờ sông một địa điểm C để xây trạm bơm sao cho tổng chiều dài đường ống dẫn nước từ C đến A và đến B là nhỏ nhất.

## III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

**10.** Cho góc $\widehat{xOy} = 35°$. Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B. Gọi C là điểm đối xứng với A qua Oy.

a) Chứng minh $\Delta$OAB = $\Delta$OCB.

b) Tính số đo góc $\widehat{AOC}$

**11.** Cho tam giác ABC vuông tại A có góc $\widehat{C} = 60°$. Lấy điểm D đối xứng với điểm C qua AB.

a) Chứng minh $\Delta$BCD là tam giác đều.

b) Biết BC = $2\sqrt{3}$. Tính độ dài các cạnh AB, AC.

**12.** Cho $\Delta$ABC, đường phân giác AD. Trên tia AC lấy điểm E sao cho AE = AB. Chứng minh:

a) DB = DE;

b) AD là đường trung trực của BE.

**13.** Cho $\Delta$ABC cân tại A, M là trung điểm của BC. ME vuông góc với AB, MF vuông góc với AC. Chứng minh:

a) AM là trung trực của của BC;

b) ME = MF và AM là trung trực của EF;

c) EF// BC.

**14.** Cho tam giác ABC có AB < AC. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho CD = AB. Hai đường trung trực của BD và AC cắt nhau tại E. Chứng minh:

a) $\Delta$ABE = $\Delta$CDE;

b) Điểm E cách đều hai cạnh AB và AC.

**15.** Cho tam giác ABC cân tại A ( $\widehat{A} < 90°$). Đường trung trực của cạnh AC cắt tia CB tại điểm D. Trên tia đối của tia AD lấy điểm E sao cho AE = BD. Chứng minh.:

a) Chứng minh $\Delta$ADC cân;

b) Chứng minh $\widehat{DAC} = \widehat{ABC}$;

c) Chứng minh AD = CE;

d) Lấy F là trung điểm của DE. Chứng minh CF là đường trung trực của DE.

**16.** Cho $\Delta$ABC nhọn, đường cao AH. Lấy các điểm P và Q lần lượt đối xứng với H qua AB; AC.

a) Chứng minh AP = AQ.

b) Cho $\widehat{BAC}$ = 60°. Tính số đo góc $\widehat{PAQ}$

c) Gọi I , K lần lượt là giao điểm của PQ với AB, AC. Chứng minh $\widehat{API} = \widehat{AHI}$ và $\widehat{AHK} = \widehat{AQK}$.

d) Chứng minh HA là tia phân giác của $\widehat{IHK}$.

**17.** Cho $\widehat{xOy}$ = 90°. Trên tia Ox lấy điểm A, trên tia Oy lấy điểm B. Kẻ đường trung trực HM của đoạn thẳng OA (H $\in$ OA, M $\in$ AB). Chứng minh M thuộc đường trung trực của OB.

**18.** Cho tam giác ABC cố định, đường phân giác AI ( I $\in$ BC ). Trên đoạn thẳng IC lấy điểm H. Từ H kẻ đường thẳng song song với AI, cắt AB kéo dài tại E và cắt AC tại F. Chứng minh:

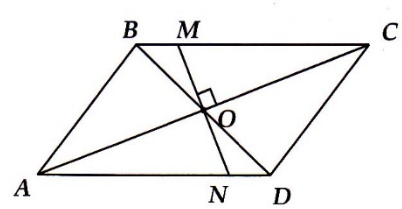
a) Đường trung trực của EF luôn đi qua đỉnh A của tam giác ABC;

b) Khi H di động trên đoạn thẳng İC thì đường trung trực của đoạn thẳng EF luôn cố định.

**19.** Cho tam giác ABC có AB < AC. Xác định điểm D trên AC sao cho DA + DB = AC.

**20.** Cho góc $\widehat{xAy}$, B và C là hai điểm lần lượt thuộc hai tia Ax và Ay. Tìm một điểm M cách đều hai cạnh của góc và cách đều hai điểm B và C.

**21.** Cho bốn điểm A, B, C, D tạo thành hình có AB / / CD và BC//AD như hình vẽ. Giao điểm của AC và BD là O. Từ O vẽ vuông góc với AC cắt cạnh BC, AD lần lượt tại M, N. Chứng minh AC là trung trực của MN và AM = MC = CN = NA




**22.** Cho $\Delta$ABC có AB = 10 cm, AC = 13 cm, Trên tia đối tia AC lấy điểm E sao cho AE = AB. Qua A kẻ đường thẳng d vuông góc với BE. M là điểm bất kì trên đường thẳng d.

a) Chứng minh MB + MC $\geq$ EC.

b) Tìm vị trí điểm M trên đường thẳng d sao cho MB + MC đạt giá trị nhỏ nhất và cho biết giá trị đó là bao nhiêu.

**23.** Cho tam giác ABC. Tìm điểm E thuộc đường phân giác của góc ngoài tại đỉnh A sao cho tam giác EBC có chu vì nhỏ nhất.

**24*.** Cho điểm A nằm trong góc nhọn $\widehat{xOy}$.

a) Tìm hai điểm M, N thuộc Ox và Oy sao cho AM + AN là nhỏ nhất.

b) Tìm hai điểm B, C thuộc Ox và Oy sao cho $\Delta$ABC có chu vi nhỏ nhất

## HƯỚNG DẪN

**1A.** Do A, B nằm trên đường trung trực

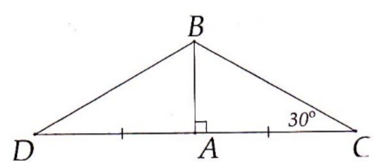
của đoạn thẳng MN nên

AM = AN, BM = BN.

Suy ra $\Delta$MAB = $\Delta$NAB (c.c.c).

**1B.** Tương tự **1A.**

**2A.** AB là đường trung trực của AC



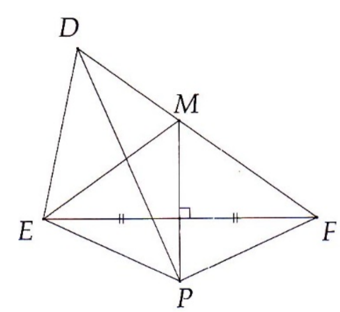

=> BD = BC => $\Delta$DBC cân tại B

=> $\widehat{BDA} = \widehat{C} = 30^\circ$

**2B.** Tương tự **2A**

Tính được: $\widehat{ACB} = 40^\circ; \widehat{BAC} = 100^\circ$

**3A.** Do DE < DF nên M thuộc cạnh DF.




a) Có M thuộc đường trung trực của

EF nên ME = MF

=> DM + ME = DM + MF = DF.

b) Vì P thuộc đường trung trực của

EF nên PE = PF =>DP + PE = DP + PF.

Xét $\Delta$DEF: DP + PF > DF.

Vậy DE + PE > DF.

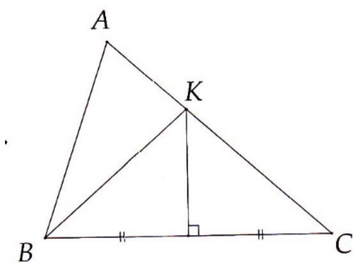
c) Từ ý a) và ý b) suy ra DP + PE > DM + ME.

Vậy chu vi tam giác DEP lớn hơn chu vi tam giác DEM.

**3B.** Do $\widehat{B} > \widehat{C}$ nên AC > AB và K thuộc cạnh AC.

a) K thuộc đường trung trực của BC => KB = KC

=> $\Delta$BKC cân tại K => $\widehat{KBC} = \widehat{KCB}$




b) Ta có:

$\widehat{ABK} = \widehat{ABC} - \widehat{KBC} = \widehat{ABC} - \widehat{C} = 30^\circ$

c) Ta có:

AK + BK = AK + KC = AC = 5cm.

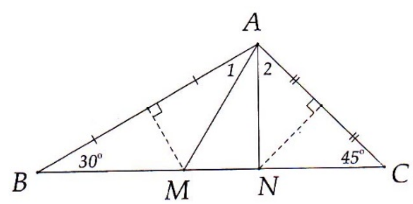
=> AB + AK + BK= 3 + 5 = 8 cm.

Vậy chu vi tam giác ABK là 8 cm

**4A.** a) Từ giả thiết suy ra AB > AC và M nằm giữa B và N.

Ta có MA = MB, NA = NC.

$\begin{cases} \widehat{B} = \widehat{A}_1 = 30^\circ \\ \widehat{C} = \widehat{A}_2 = 45^\circ \end{cases}$. Nên AN $\perp$ BC




Xét $\Delta$ABC: $\widehat{A}$ = 105°.

Vậy $\widehat{MAN} = 90^\circ - \widehat{ABN} + \widehat{BAM} = 30^\circ$

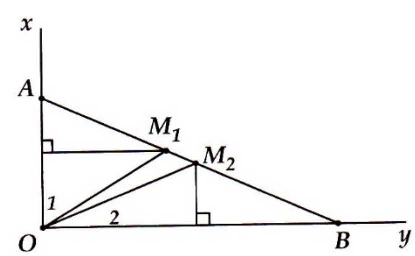
b) Có: $\widehat{MAN} = \widehat{A} - (\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2) = \widehat{A} - (\widehat{B} + \widehat{C}) = \widehat{A} - (180^\circ - \widehat{A})$

Vậy $\widehat{MAN} = 2\widehat{A} - 180^\circ$

**4B.** Tương tự **4A**. Có

$\widehat{DAE} = 40^\circ$ và $\widehat{DFE} = 70^\circ$

**5A.** a) Gọi $M_1$,$M_2$ lần lượt là giao điểm của trung trực đoạn OA,OB với AB.




$M_1A = M_1O$ nên $\widehat{A} = \widehat{O}_1$

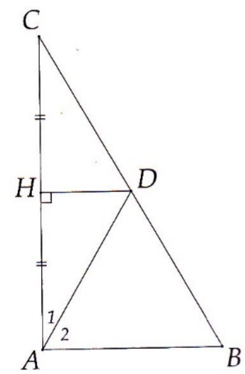
$M_2O = M_2B$ nên $\hat{B} = \hat{O}_2$.

=> $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{A} + \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{M_1OM_2} = 0^\circ \Rightarrow M_1 \equiv M_2 \equiv M$

Vậy A, B, M thẳng hàng.

b) Từ kết quả ý a) và MA = MB nên M là trung điểm của AB.

**5B.** a) Từ giả thiết suy ra DC = DA => $\hat{C} = \hat{A}_1$



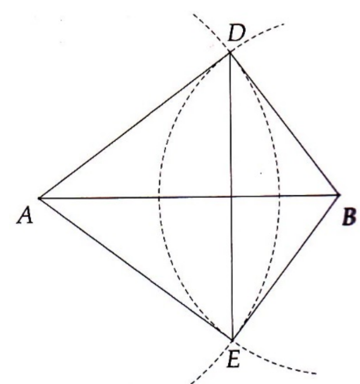

$\begin{cases} \hat{A}_2 + \hat{A}_1 = 90^\circ \\ \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B}$

b) $\hat{A}_2 = \hat{B}$ => DA = DB.

Mà DC = DA => DC = DB.

=> ĐPCM

**6A.** a) Từ giả thiết suy ra AD = AE.




Suy ra điểm A thuộc đường trung trực của DE.

b) Tương tự ý a), ta có điểm điểm B thuộc đường trung trực của DE.

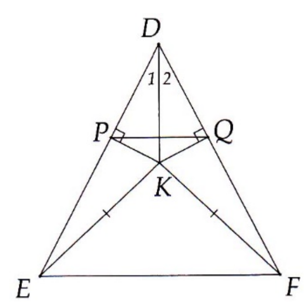
Vậy AB là đường trung trực của DE.

c) Ta có $AD^2 + DB^2 = 4^2 + 3^2 = 25$.

Mà $AB^2 = 25$.

Vậy $\Delta$ABD vuông tại D.

**6B**. Tương tự **6A**.




**7A.** a) Ta có: $\begin{cases} DE = DF \\ KE = KF \end{cases}$ nên K, D thuộc trung trực của EF.

$\Delta$DEK = $\Delta$DFK (c.c.c)

=> $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$ => DK là đường phân giác góc $\widehat{DEF}$.

=> $\Delta$DPK = $\Delta$DQK

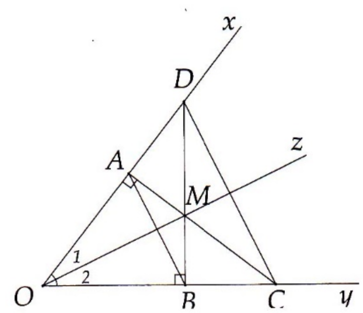
=> KP = KQ và DP = DQ.

Từ đó suy ra K, D thuộc trung trực của PQ.

b) Từ ý a) ta có DK là đường trung trực của PQ và DK là đường trung trực của EF. Suy ra DK $\perp$ PQ, DK $\perp$ EF.

Vậy PQ // EF.

**7B.** a) $\Delta$OAM = $\Delta$OEM (ch-gn)




$$\begin{cases} OA = OB \\ MA = MB \end{cases}$$

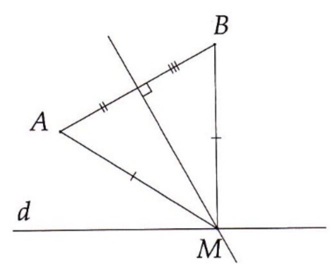
=> O thuộc trung trực của AB.

b) Từ ý a) ta có OM là trung trực của AB.

$\Delta$OBD = $\Delta$OAC (cgv-gn)

Tương tự **7A**, ta có OM là trung trực của DC.

**8A.** Vì điểm M cách đều hai điểm A và B nên M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB.

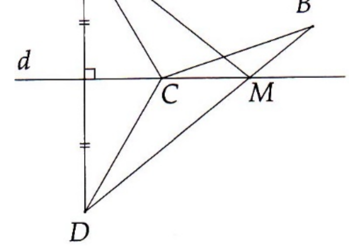



Vậy điểm M là giao điểm của đường thẳng d với đường trung trực của AB.

Chú ý: Nếu A, B nằm sao cho AB $\perp$ d thì không tồn tại điểm cần tìm.

**8B.** Tương tự **8A.**

**9A.** Lấy D là điểm đối xứng, với A qua d. Theo tính chất đường trung trực: CA = CD.




Do đó CA + CB = CD + CB.

Gọi M là giao điểm của BD và d.

Nếu C không trùng với M thì xét

$\Delta$BCD, ta có: CB + CD > BD hay

CA + CB > BD (1).

Nếu C trùng với M thì:

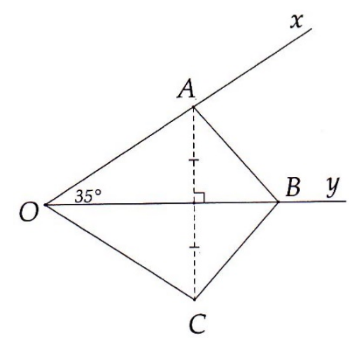
CA + CB = MA + MB = MD + MB = BD (2).

So sánh (1) và (2) ta thấy điểm C trùng M hay C là giao điểm của BD và d thì giá trị của tổng CA + CB là nhỏ nhất.

Chú ý: Điểm C tìm được ở vị trí M như vậy là điểm duy nhất. Thật vậy, nếu lấy E đối xứng với B qua d thì AE vẫn cắt d ở M đúng vị trí mà BD cắt d.

**9B.** Tương tự **9A.**

**10.** a) Từ giả thiết suy ra OB là đường trung trực của AC.



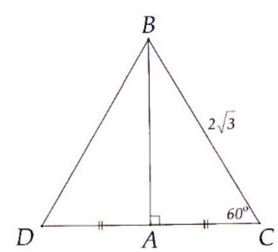

=> OA = OC, BA = BC.

=> $\Delta$OAB = $\Delta$OCB (c .c .c).

b) Từ ý a) suy ra:

$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = 35^\circ \Rightarrow \widehat{AOC} = 70^\circ$

**11.** a) Có AB là đường trung trực của CD nên BD = BC




=> $\Delta$BCD cân có $\widehat{C}$ = 60°

=> $\Delta$BCD đều.

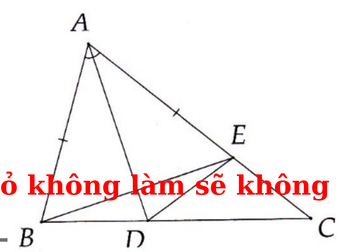
b) $\Delta$BCD đều

=> CD = BC = $2\sqrt{3} \Rightarrow CA = \dfrac{CD}{2} = \sqrt{3}$

Xét $\Delta$ABC vuông tại A, ta có:

AB = $\sqrt{BC^2 - AC^2}$ = 3

**12.** $\Delta$ABD = $\Delta$AED (c.g.c)



=> DB = DE (1).

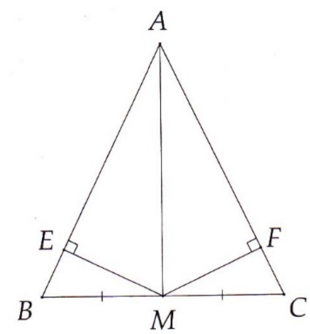
b) Theo giả thiết: AB = AE (2).

Từ (1) và (2) , suy ra AD là đường

trung trực của BE.

**13.** a) Từ giả thiết suy ra AB = AC và MB = MC

=> AM là trung trực của của BC




b) $\Delta$ABC cân tại A nên $\widehat{B} = \widehat{C}$.

$\Delta$BEM = $\Delta$CFM ( ch-gn) => ME = MF.

$\Delta$BEM = $\Delta$CFM (ch-gn) => BE = CF.

Mà AB = AC =>AE = AF.

Mặt khác, ME = MF. Do đó AM là

trung trực của EF.

c) Ta có: AM là đương trung trực của

BC và EF

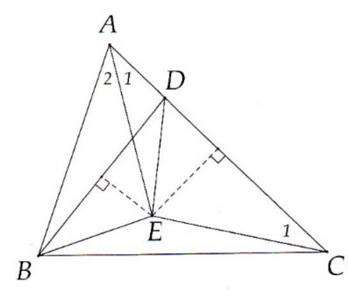
=> AM $\perp$ BC, AM $\perp$ EF => EF // BC.

**14.** a) Vì hai đường trung trực của BD

và AC cắt nhau tại E nên EA = EC,

EB = ED.

=> $\Delta$ABE = $\Delta$CDE (c.c.c).




b) $\Delta$ABE = $\Delta$CDE => $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1$

Mà EA = EC => $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$

=> AE là tia phân giác của góc $\widehat{BAC}$

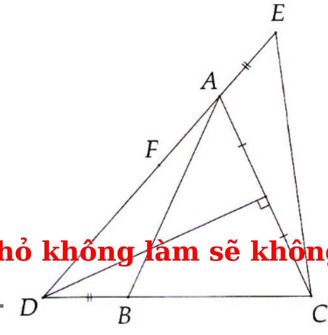
=> điểm E cách đều hai cạnh AB và AC.

**15.** a) Vì D thuộc đường trung trực của

AC nên DA = DC.

=> $\Delta$ADC cân.

b) $\Delta$ADC cân => $\widehat{DAC} = \widehat{DCA}$.



Vì AB = AC nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACD}$.

=> $\widehat{DAC} = \widehat{ABC}$

c) Ta có :

$\widehat{EAC} + \widehat{DAC} = \widehat{DBA} + \widehat{ABC} (=180^\circ)$

Từ kết quả ý a), suy ra $\widehat{EAC} = \widehat{ADB}$.

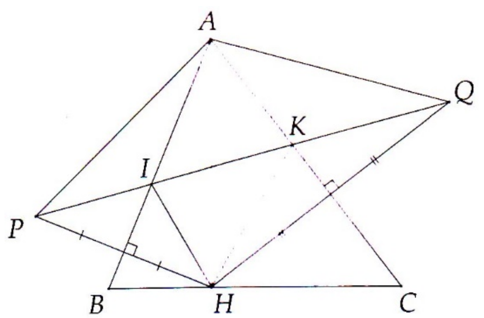
Chứng minh được $\Delta$EAC = $\Delta$DBA (c.g.c) => AD = CE.

d) Ta có: AD = CE, AD = CD nên CE = CD.

=> CF là đường trung trực của DE.

**16.** a) Từ giả thiết suy ra AP = AH và AQ = AH nên AP = AQ

b) Ta có:




$\widehat{PAQ} = \widehat{PAH} + \widehat{HAQ}$

$2(\widehat{BAH} + \widehat{HAC})$

$= 2\widehat{BAC} = 120^\circ$

c) $\Delta$API = $\Delta$AHI (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{API} = \widehat{AHI}$ (1)

$\Delta$AHK = $\Delta$AQK ( c.c.c)

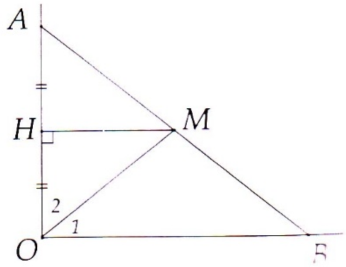
=> $\widehat{AHK} = \widehat{AQK}$ (2)

d) Có AP = AQ => $\Delta$PAQ cân tại A => $\widehat{API} = \widehat{AQK}$ (3).

Từ (1),(2) và (3) có: $\widehat{AHI} = \widehat{AHK}$

=> HA là tia phân giác của $\widehat{IHK}$.

**17.** Ta có MA = MO => $\widehat{O_2} = \widehat{A}$



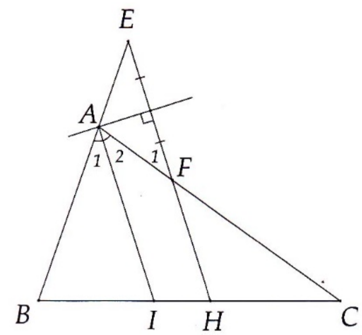

Mặt khác, $\widehat{A} + \widehat{B} = \widehat{O_2} + \widehat{O_1} = 90^\circ$

=> $\widehat{O_1} = \widehat{B}$ => MO = MB.

Vậy M thuộc trung trực của OB

**18.** a) Vì HE // AI nên $\widehat{E} = \widehat{A_1}$ (đồng vị) và $\widehat{F_1} = \widehat{A_2}$ (so le trong).

Mà $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$, do đó $\widehat{E} = \widehat{F_1}$



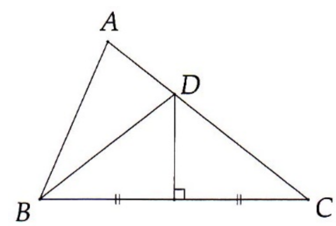

=> AE = AF

=> Đường trung trực của EF luôn đi qua đỉnh A của tam giác ABC.

b) Vì EF//AI nên đường trung trực của EF vuông góc với AI.

Từ kết quả ý a), suy ra đường trung trực của EF luôn đi qua điểm A và vuông góc với AI cố định. Vậy đường trung trực của đoạn thẳng EF luôn cố định.

**19.** Ta có: AC = DA + DC. Suy ra:




DA + DB = AC

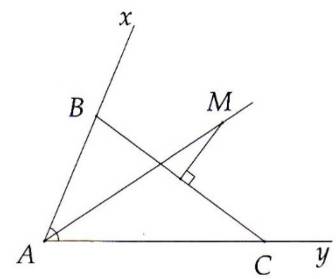
⇔ DA + DB = AD + DC

⇔ DB = DC

⇔ D thuộc đường trung trực của BC.

Vậy D là giao điểm của AC với đường trung trực của BC thì DA + DB = AC.

**20.** Vì M cách đều hai cạnh của góc $\widehat{xAy}$ nên M thuộc tia phân giác của $\widehat{xAy}$.




Vì M cách đều B và C nên M thuộc đường trung trực của BC.

Vậy M là giao điểm của tia phân giác góc $\widehat{xAy}$ và đường trung trực của BC

Chú ý: Nếu B, C ở vị trí mà AB = AC thì sẽ tìm được vô số điểm M nằm trên trung trực của BC.

**21.** Chứng minh được:

$\Delta$BAC = $\Delta$DCA (g.c.g) nên BC = AD;

$\Delta$BOC = $\Delta$DOA (g.c.g) nên OC = AO

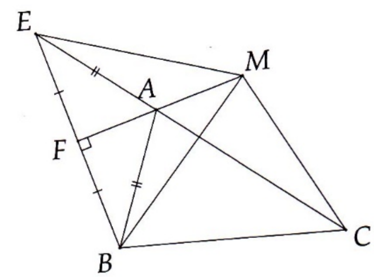
Do BC // AD nên $\widehat{MCO} = \widehat{NAO}$ (so le trong)

$\Delta$MOC = $\Delta$NO A => OM = ON,

AC $\perp$ MN tại trung điểm của MN nên AC là trung trực của MN. Suy ra AM = AN và CM = CN, và được MN cũng là trung trực của AC nên AM = MC. Suy ra ĐPCM.

**22.** a) Gọi F là giao điểm của đường

thẳng d với AB nên AF $\perp$ BE.




$\Delta$AEF = $\Delta$ABF (ch-cgv).

=> FE = FB => AF là đường trung

trực của AB => ME = MB.

=>MB + MC = ME + MC.

Nếu điểm M không trùng điểm A,

xét $\Delta$MEC có ME + MC > EC

nên MB + MC > EC (1).

Nếu điểm M trùng điểm A, khi đó:

MB + MC = AB + AC = AE + AC = EC (2).

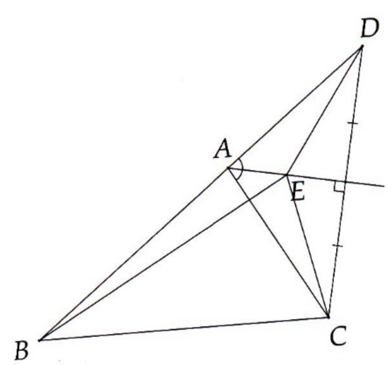
Từ (1) và (2) suy ra MB + MC $\geq$ EC.

b) Từ ý a) ta thấy khi điểm M trùng điểm A thì MB + MC đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, ta có:

MB + MC = EC = AB + AC = 23cm.

**23.** Lấy điểm D đối xứng với

điểm C qua đường thẳng AE.




=> AE là đường trung trực

của CD =>ED = EC

=> EB + EC = EB + ED.

Tương tự **9A.** suy ra điểm E

trùng với điểm A thì giá trị

của tổng EB + EC nhỏ nhất.

Khi đó, chu vi của tam giác

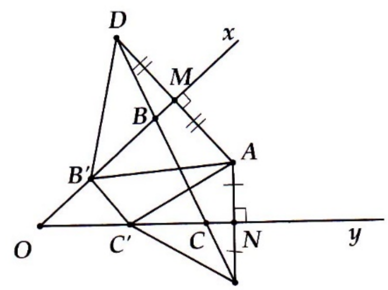
EBC cũng là nhỏ nhất

**24*.** a) Từ A vẽ AM $\perp$ Ox. Đoạn AM nhỏ hơn các đoạn từ A đến bất cứ điểm nào trên Ox.

Tương tự AN $\perp$ Oy.

Suy ra AM + AN tìm được như

trên là có giá trị nhỏ nhất.




b) Lấy D đối xứng với A qua Ox,

lấy E đối xứng với A qua Oy.

Đường DE cắt Ox, Oy lần lượt

tại B, C cần tìm.

Thật vậy, lấy bất kì điểm B',C'

khác B,C thì ta luôn có:

BD + BC + CE < B' D + B'C' + C' E.

Mặt khác, ta có: AB + BC + CA = BD + BC + CE,

AB' + B'C' + C'A + B'D + B'C' + C'E.

Vậy B, C là hai điểm thỏa mãn yêu cầu đề bài.

..........................................................................................................................................................

.................................