|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **BÀ RỊA – VŨNG TÀU**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI VÀO TRƯỜNG THPT CHUYÊN TỈNH VŨNG TÀU**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn : TOÁN CHUYÊN**  *Thời gian làm bài: 150 phút* |

**Câu 1. (3,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức với 

b) Giải phương trình : 

c) Giải phương trình 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

a) Cho các số thực thỏa mãn . Chứng minh phương trình sau luôn có nghiệm 

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn phương trình 

**Câu 3. (1,0 điểm)** Với các số thực dương thỏa mãn 

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Câu 4.(3,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn tâm O và có ba đường cao cắt nhau tại H. Gọi lần lượt là trung điểm của và BC

1. Chứng minh rằng vuông góc với và song song với OA
2. Gọi K, Qlần lượt là giao điểm của với và Chứng minh rằng 
3. Đường thẳng chứa tia phân giác của cắt lần lượt tại . Tia phân giác của cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại điểm P khác A. Chứng minh ba điểm thẳng hàng

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho tam giác cố định có diện tích S. Đường thẳng thay đổi đi qua trọng tâm của tam giác cắt các cạnh lần lượt tại M, N. Gọi lần lượt là diện tích các tam giác và Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. **Rút gọn biểu thức** **với** 

****

1. **Giải phương trình :** 

Điều kiện: . Phương trình tương đương



Vậy 

**c) Giải phương trình **

Cộng hai phương trình đã cho vế theo vế được 

Trường hợp 1: thay vào phương trình 2 của hệ ta được :



Trường hợp 2: thay vào pt 2 của hệ ta được :

Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm



**Câu 2. (2,0 điểm)**

**a) Cho các số thực thỏa mãn . Chứng minh phương trình sau luôn có nghiệm **

Phương trình đã cho Giả sử phương trình này vô nghiệm, khi đó cả hai phương trình (1), (2) đều vô nghiệm. Tức là :



Lúc này theo giả thiết thì 

Tuy nhiên điều này vô lý do 

Vậy điều giả sử sai . Ta có điều phải chứng minh

**b) Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn phương trình **

Đặt thì từ giả thiết ta được :



Do 

Với (thử lại đúng)

Với (vô lý)

Vậy 

**Câu 3. (1,0 điểm) Với các số thực dương thỏa mãn **

**Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức **

Ta có :



Do đó :



Vậy 

**Câu 4.(3,0 điểm)**

**Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn tâm O và có ba đường cao cắt nhau tại H. Gọi lần lượt là trung điểm của và BC**

****

1. **Chứng minh rằng vuông góc với và song song với OA**

****là đường trung trực của EF

Kẻ đường kính của (O)là hình bình hànhlà trung điểm của HT  


1. **Gọi K, Qlần lượt là giao điểm của với và Chứng minh rằng **

Các tứ giác là các tứ giác nội tiếp nên ta có :

và do 

là phân giác trong và phân giác ngoài của 

Theo tính chất đường phân giác thì 

1. **Đường thẳng chứa tia phân giác của cắt lần lượt tại . Tia phân giác của cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại điểm P khác A. Chứng minh ba điểm thẳng hàng**

Ta có cân tại A

là đường kính của 

Gọi G là giao điểm của và L là giao điểm của 

Khi đó tứ giác là hình bình hành nên đi qua trung điểm R của 

Áp dụng định lý Talet và tính chất đường phân giác ta được :



Mặt khác 

Giả sử cắt BC tại J’

Áp dụng định lý Talet ta có : 

Vậy ba điểm thẳng hàng

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho tam giác cố định có diện tích S. Đường thẳng thay đổi đi qua trọng tâm của tam giác cắt các cạnh lần lượt tại M, N. Gọi lần lượt là diện tích các tam giác và Tìm giá trị nhỏ nhất của **



Gọi D là trung điểm và là trọng tâm 

Ta có : 



. Mà 



Đẳng thức xảy ra 

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là đạt được khi và chỉ khi 