

CHƯƠNG II: DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

BÀI 1: DÃY SỐ

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NHỚ

I. Khái niệm

Ta có khái niệm sau:

Mỗi hàm số $u: \{1; 2; 3; \dots; m\} \rightarrow \mathbb{R} (m \in \mathbb{N}^*)$ được gọi là một dãy số hữu hạn. Do mỗi số nguyên dương $k (1 \leq k \leq m)$ tương ứng với đúng một số u_k nên ta có thể viết dãy số đó dưới dạng khai triển: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$.

Số u_1 gọi là số hạng đầu, số u_m gọi là số hạng cuối của dãy số đó.

Ta có khái niệm về dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số) như sau:

Mỗi hàm số $u: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$ được gọi là một dãy số vô hạn.

Do mỗi số nguyên dương n tương ứng với đúng một số u_n nên ta có thể viết dãy số đó dưới dạng khai triển: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$

Dãy số đó còn được viết tắt là (u_n) .

Số u_1 gọi là số hạng thứ nhất (hay số hạng đầu), số u_2 gọi là số hạng thứ hai, ..., số u_n gọi là số hạng thứ n và là số hạng tổng quát của dãy số đó.

Chú ý:

Dãy số không đổi là dãy số có tất cả các số hạng đều bằng nhau.

II. CÁCH CHỌN MỘT DÃY SỐ

Ta có thể cho dãy số bằng một trong những cách sau:

- Liệt kê các số hạng của dãy số đó (với những dãy số hữu hạn và có ít số hạng).
- Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số đó.
- Cho công thức của số hạng tổng quát của dãy số đó.
- Cho bằng phương pháp truy hồi.

III. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Chú ý:

Không phải mọi dãy số đều là dãy số tăng hay dãy số giảm. Chẳng hạn, dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n$ có dạng khai triển: $-1, 1, -1, 1, -1, \dots$ không là dãy số tăng, cũng không là dãy số giảm.

IV. DÃY SỐ BỊ CHẶN

- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \leq M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \geq m$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
- Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới; tức là tồn tại các số m và M sao cho $m \leq u_n \leq M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm số hạng của dãy số

1. Phương pháp

Một dãy số có thể cho bằng:

- Liệt kê các số hạng (chỉ dùng cho các dãy hữu hạn và có ít số hạng);
- Công thức của số hạng tổng quát;
- Phương pháp mô tả;
- Phương pháp truy hồi.

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{n + (-1)^n}{2n + 1}$. Tìm 5 số hạng đầu tiên của dãy số.

□ Lời giải

Ví dụ 2. Cho dãy số (u_n) , từ đó dự đoán u_n

a) $(u_n): \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases};$

b) $(u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n \end{cases}$

□ Lời giải

Ví dụ 3. Cho dãy số (u_n) , từ đó dự đoán u_n

a) $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases};$

b) $(u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \end{cases}$

□ Lời giải

Dạng 2. Tính tăng giảm của dãy số

1. Phương pháp

- (u_n) là dãy số tăng $\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1, \forall n \in \mathbb{N}^* (u_n > 0).$$

- (u_n) là dãy số giảm $\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^* (u_n > 0).$$

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Xét tính đơn điệu của dãy số sau:

a) $u_n = 2n + 3$ b) $u_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}$

□ **Lời giải**

Ví dụ 2. Xét tính đơn điệu của dãy số sau:

a) $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$ b) $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - n}{n}$

□ **Lời giải**

a)

b)

a)

b)

Ví dụ 5. Xét tính đơn điệu của dãy số sau:

a) $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1}$

b) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

□ Lời giải

Ví dụ 6. Xét tính đơn điệu của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n + 1}$

$$b) \quad u_n = \frac{\sqrt{n+1} - 1}{n}$$

□ Lời giải

Ví dụ 7. Xét tính tăng - giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3^n}{2^{n+1}}$.

□ Lời giải

Ví dụ 8. Xét tính tăng - giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

□ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 9. Xét tính tăng - giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3^n}{n^2}$.

□ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Xét tính tăng - giảm của dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$.

□ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11. Với giá trị nào của a thì dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{na+2}{n+1}$

a) là dãy số tăng.

b) là dãy số giảm

□ Lời giải

Dạng 3. Dãy số bị chặn

1. Phương pháp

- (u_n) là dãy số bị chặn trên $\Leftrightarrow \exists M \in \mathbb{R}: u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn dưới $\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{R}: u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn $\Leftrightarrow \exists m, M \in \mathbb{R}: m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Chú ý:

+) Trong các điều kiện về bị chặn ở trên thì không nhất thiết phải xuất hiện dấu $'\equiv$

+) Nếu một dãy số tăng thì luôn bị chặn dưới bởi u_1 ; còn dãy số giảm thì bị chặn trên bởi u_1 .

2. Các ví dụ

Ví dụ 1. Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 3}$

b) $u_n = \frac{7n + 5}{5n + 7}$

□ Lời giải

Ví dụ 2. Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{1}{2n^2 - 3}$

b) $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$

□ Lời giải

Ví dụ 3. Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{1}{2n^2 - 1}$

b) $u_n = \frac{n - 1}{\sqrt{n^2 + 1}}$

□ Lời giải

Ví dụ 4. Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

a) $u_n = \frac{2n^2}{n^2 + 1}$

b) $u_n = \frac{2n^2 + 2n + 1}{n^2 + n + 4}$

□ Lời giải

.....

Ví dụ 5. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{3n + (-1)^n}{4n + (-1)^{n+1}}$

a) Tính 6 số hạng đầu tiên của dãy, nêu nhận xét về tính đơn điệu của dãy số.

b) Tính u_{2n} và u_{2n+1} . Chứng minh rằng $0 < u_n \leq \frac{3n+4}{4n-1}$.

□ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Xét tính bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn của các dãy số (u_n) cho bởi:

a) $u_n = \frac{2n+3}{n+2}$ b) $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$

□ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Xét tính bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn của các dãy số (u_n) cho bởi:

a) $u_n = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + n + 1}$ b) $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 2n + n}}$

□ **Lời giải**

.....

.....

Ví dụ 8. Chứng minh rằng dãy số $\frac{1}{n+1}$ giảm và bị chặn.

□ Lời giải

Ví dụ 9. Chứng minh rằng dãy số $1.2 \quad 2.3 \quad 3.4 \quad \dots \quad n(n+1)$ tăng và bị chặn trên.

□ Lời giải

Ví dụ 10. Chứng minh rằng dãy số $2n^2 - 3$ là một dãy số bị chặn.

□ Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4 \end{cases}$$

Ví dụ 11. Chứng minh rằng dãy số

a) Chứng minh rằng $u_n < 8$.

a) Giả sử tồn tại $u_n \geq 8 \Rightarrow u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4 \geq 8$

□ **Lời giải**

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$$

Ví dụ 12. Chứng minh rằng dãy số

a) Tìm 5 số hạng đầu tiên của dãy số

b) Chứng minh rằng dãy số bị chặn dưới bởi 1 và bị chặn trên bởi $\frac{3}{2}$

□ **Lời giải**

Ví dụ 13. Chứng minh rằng dãy số $\begin{cases} u_1 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$ tăng và bị chặn trên bởi 2.

□ Lời giải

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

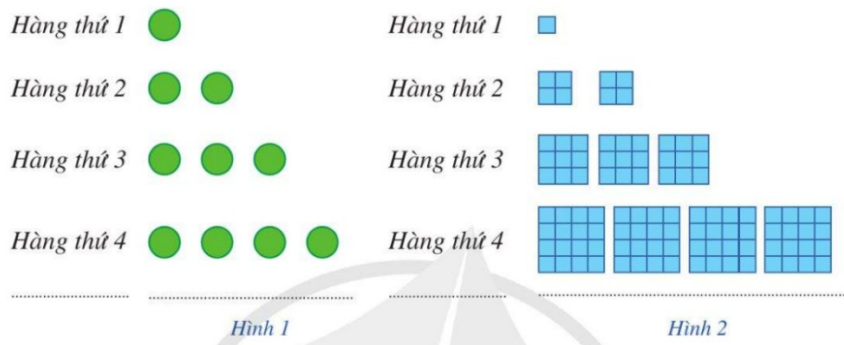
Bài 1. Viết năm số hạng đầu của mỗi dãy số có số hạng tổng quát u_n cho bởi công thức sau:

- a) $u_n = 2n^2 + 1$ b) $u_n = \frac{(-1)^n}{2n - 1}$ c) $u_n = \frac{2^n}{n}$ d) $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

□ Lời giải

Bài 2.a) Gọi u_n là số chấm ở hàng thứ n trong Hình 1. Dự đoán công thức của số hạng tổng quát cho dãy số (u_n) .

b) Gọi v_n là tổng diện tích của các hình tô màu ở hàng thứ n trong Hình 2 (mỗi ô vuông nhỏ là một đơn vị diện tích). Dự đoán công thức của số hạng tổng quát cho dãy số (v_n) .



□ Lời giải

Bài 3. Xét tính tăng, giảm của mỗi dãy số (u_n) , biết:

a) $u_n = \frac{n-3}{n+2}$

b) $u_n = \frac{3^n}{2^n \cdot n!}$

c) $u_n = (-1)^n \cdot (2^n + 1)$

□ Lời giải

.....
.....
.....
Bài 4. Trong các dãy số (u_n) được xác định như sau, dãy số nào bị chặn dưới, bị chặn trên, bị chặn?

a) $u_n = n^2 + 2$

b) $u_n = -2n + 1$

c) $u_n = \frac{1}{n^2 + n}$.

□ **Lời giải**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bài 5. Cho dãy số thực dương (u_n) . Chứng minh rằng dãy số (u_n) là dãy số tăng khi và chỉ khi $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

□ **Lời giải**

.....
.....
.....

Bài 6. Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi P_n (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau n tháng.

a) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng.

b) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng.

c) Dự đoán công thức của P_n tính theo n .

□ **Lời giải**

.....
.....
.....
.....
.....

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$.

D. $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Lời giải:

Câu 2. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải:

Câu 3. Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 0$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-1; 2; 5$.

B. $1; 4; 7$.

C. $4; 7; 10$.

D. $-1; 3; 7$.

Lời giải:

Câu 4. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

- A. $u_5 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{17}{12}$. C. $u_5 = \frac{7}{4}$. D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Lời giải:

Câu 5. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 2n$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $u_1 = -2$. B. $u_2 = 4$. C. $u_3 = -6$. D. $u_4 = -8$.

Lời giải:

Câu 6. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .

- A. $u_3 = \frac{8}{3}$. B. $u_3 = 2$. C. $u_3 = -2$. D. $u_3 = -\frac{8}{3}$.

Lời giải:

Câu 7. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

- A. $u_4 = \frac{5}{9}$. B. $u_4 = 1$. C. $u_4 = \frac{2}{3}$. D. $u_4 = \frac{14}{27}$.

Lời giải:

.....

Câu 8. Cho dãy (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$ Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $u_2 = \frac{5}{2}$. **B.** $u_3 = \frac{15}{4}$. **C.** $u_4 = \frac{31}{8}$. **D.** $u_5 = \frac{63}{16}$.

Lời giải:

.....

Câu 9. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8.** **B. 6.** **C. 5.** **D. 7.**

Lời giải:

.....

Câu 10. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8.** **B. 6.** **C. 9.** **D. 10.**

Lời giải:

.....

Câu 11. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A.** $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. **B.** $u_{n+1} = 2^n + 1$. **C.** $u_{n+1} = 2(n+1)$. **D.** $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Lời giải:

Câu 12. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .

- A. $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. B. $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. C. $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. D. $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.

Lời giải:

Câu 13. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. B. $u_{n-1} = 5^n$. C. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. D. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải:

Câu 14. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$. B. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$.
C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. D. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Lời giải:

Câu 15. Dãy số có các số hạng cho bởi: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$ có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

- A. $u_n = \frac{n+1}{n}$. B. $u_n = \frac{n}{n+1}$. C. $u_n = \frac{n-1}{n}$. D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Lời giải:

.....

Câu 16. Dãy số có các số hạng cho bởi: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$ có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

- A.** $u_n = 1.$ **B.** $u_n = -1.$ **C.** $u_n = (-1)^n.$ **D.** $u_n = (-1)^{n+1}.$

Lời giải:

.....

Câu 17. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là công thức nào dưới đây?

- A.** $u_n = -2n.$ **B.** $u_n = n - 2.$ **C.** $u_n = -2(n+1).$ **D.** $u_n = 2n - 4.$

Lời giải:

.....

Câu 18. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.** $u_n = n^{n-1}.$ **B.** $u_n = 2^n.$ **C.** $u_n = 2^{n+1}.$ **D.** $u_n = 2.$

Lời giải:

.....

.....

Câu 19. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. B. $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. C. $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. D. $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n-1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. B. $u_n = 2 + n^2$. C. $u_n = 2 + (n+1)^2$. D. $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Cho dãy số (u_n) , được xác định $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. B. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.
C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. D. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Lời giải:

[illegible]

$$u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n}$$

Câu 22. Cho dãy số (u_n) , được xác định $u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n}$ Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{-n+1}{n}$. B. $u_n = \frac{n+1}{n}$. C. $u_n = -\frac{n+1}{n}$. D. $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Lời giải:

[illegible]

$$\begin{aligned} & u_1 = 1 \\ & u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{aligned}$$

Câu 23. Cho dãy số (u_n) , được xác định $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$. B. $u_n = 1 - n$. C. $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. D. $u_n = n$.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 2(3^n)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Công thức truy hồi của dãy số đó là:

A.

$$\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, \quad n > 1 \end{cases}$$

B.

$$\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, \quad n > 1 \end{cases}$$

C.

$$\begin{array}{c} \updownarrow u_1 = 3 \\ \updownarrow u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{array}$$

D.

$$\begin{array}{c} \updownarrow u_1 = 3 \\ \updownarrow u_n = 6u_{n-1}, n > 1 \end{array}$$

Lời giải:

Câu 25. Cho dãy số (a_n) , được xác định

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{93}{16}$.

B. $a_{10} = \frac{3}{512}$.

C. $a_{n+1} + a_n = \frac{9}{2^n}$.

D. $a_n = \frac{3}{2^n}$.

Lời giải:

Câu 26. Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

A. $1; 1; 1; 1; 1; 1; \dots$

B. $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$

C. $1; 3; 5; 7; 9; \dots$

D. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots$

Lời giải:

Câu 27. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$.

B. $u_n = \frac{1}{n}$.

C. $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$.

D. $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

Lời giải:

Câu 28. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A. $u_n = \frac{2}{3^n}$. B. $u_n = \frac{3}{n}$. C. $u_n = 2^n$. D. $u_n = (-2)^n$.

Lời giải:

Câu 29. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. B. $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = \sqrt{n+2}$.

Lời giải:

Câu 30. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A. $u_n = \sin n$. B. $u_n = \frac{n^2+1}{n}$. C. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$. D. $u_n = (-1)^n \cdot (2^n + 1)$.

Lời giải:

C. Dãy số $u_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$ là dãy giảm. **D.** Dãy số $u_n = n + \sin^2 n$ là dãy tăng.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 33. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 34. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn trên?

- A.** $u_n = n^2$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = \frac{1}{n}$. **D.** $u_n = \sqrt{n+1}$

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 35. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A.** 0. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** Không bị chặn trên.

Lời giải:

.....

Câu 36. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sin n - \cos n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

- A. 0. B. - 1. C. $-\sqrt{2}$. D. Không bị chặn dưới.

Lời giải:

Câu 37. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sqrt{3} \cos n - \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số m và M nào dưới đây?

- A. $m = -2; M = 2$. B. $m = -\frac{1}{2}; M = \sqrt{3} + 1$.
C. $m = -\sqrt{3} + 1; M = \sqrt{3} - 1$. D. $m = -\frac{1}{2}; M = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Câu 38. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 5^{2n+5}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. Dãy số (u_n) bị chặn.
D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải:

.....

Câu 39. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}$, " $n = 1; 2; 3; \dots$ ". Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
- B.** Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
- C.** Dãy số (u_n) bị chặn.
- D.** Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải:

.....

Câu 40. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$, " $n = 2; 3; 4; \dots$ ". Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
- B.** Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
- C.** Dãy số (u_n) bị chặn.
- D.** Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải:

.....

Câu 41. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ B. $u_n = n + \frac{1}{n}$ C. $u_n = 2^n + 1$ D. $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Lời giải:

Câu 42. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$ B. $u_n = 3^n$ C. $u_n = \sqrt{n+1}$ D. $u_n = n^2$.

Lời giải:

Câu 43. Cho dãy số (u_n) , xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{6 + u_n}, "n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{6} \leq u_n < \frac{5}{2}$ B. $\sqrt{6} \leq u_n < 3$ C. $\sqrt{6} \leq u_n < 2$ D. $\sqrt{6} \leq u_n \leq 2\sqrt{3}$.

Lời giải:

Câu 44. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \sin \frac{p}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Số hạng thứ $n+1$ của dãy là $u_{n+1} = \sin \frac{p}{n+1}$.

B. Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

- C.** Dãy số (u_n) là một dãy số tăng.
- D.** Dãy số (u_n) không tăng không giảm.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 45. Cho dãy số (u_n) , với $u_n = (-1)^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số (u_n) là dãy số tăng. **B.** Dãy số (u_n) là dãy số giảm.
- C.** Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn. **D.** Dãy số (u_n) là dãy số không bị chặn.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

BÀI 2: CẤP SỐ CỘNG

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

I. ĐỊNH NGHĨA

Cấp số cộng là một dãy số, trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi d , tức là: $u_n = u_{n-1} + d$ ($n \geq 2$).

Số d được gọi là công sai của cấp số cộng.

Nếu (u_n) là cấp số cộng với công sai d thì với số tự nhiên $n \geq 2$, ta có: $u_n - u_{n-1} = d$.

Chú ý:

Khi $d = 0$ thì cấp số cộng là một dãy số không đổi.

II. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \text{ với } n \geq 2.$$

Nhận xét:

Từ công thức $u_n = u_1 + (n-1)d$, ta có: $n = \frac{u_n - u_1}{d} + 1$ với $n \geq 2$.

III. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$. Khi đó:

$$S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}.$$

Nhận xét:

$$\text{Do } u_n = u_1 + (n-1)d \text{ nên } u_1 + u_n = 2u_1 + (n-1)d. \text{ Suy ra } S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}.$$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Nhận dạng 1 dãy số là cấp số cộng

1. Phương pháp

Sử dụng định nghĩa (u_n) là một cấp số cộng khi và chỉ khi $u_{n+1} - u_n = d$, với d là một hằng số.

Để chứng minh dãy số (u_n) là một cấp số cộng, ta xét $d = u_{n+1} - u_n$

- Nếu d là hằng số thì (u_n) là một cấp số cộng với công sai d .
- Nếu d phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số cộng.

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1. Chứng minh các dãy số sau là cấp số cộng.

a) Dãy số (u_n) với $u_n = 2020n - 2021$.

b) Dãy số (u_n) với $u_n = -2n + 5$.

□ **Lời giải**

Ví dụ 2. Chứng minh các dãy số sau không phải là cấp số cộng.

a) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$.

b) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$.

▮ Lời giải

Dạng 2. Xác định số hạng, công sai và số hạng tổng quát của cấp số cộng

1. Phương pháp

- Xác định một cấp số cộng là xác định số hạng đầu u_1 và công sai d
- Từ những giả thiết ta thường lập hệ phương trình theo ẩn số u_1 và d rồi giải hệ đó.

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 15$ và $d = -2$. Tìm u_n .

▮ Lời giải

Ví dụ 2: Một cấp số cộng có 8 số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40. Khi đó công sai d của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

▮ Lời giải

Ví dụ 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Tìm số hạng u_{17} .

▮ Lời giải

Ví dụ 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Tìm số hạng u_{17} .

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 + 2u_5 = 0$ và $S_4 = 14$. Tính số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng.

▮ Lời giải

Dạng 3. Tính tổng các số hạng trong một cấp số cộng

1. Phương pháp

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

Tính tổng n số hạng đầu tiên nhờ công thức:

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $d = -5$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

▮ Lời giải

Ví dụ 2: Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tính tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên

▮ Lời giải

Ví dụ 3: Tính tổng $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \dots + (2n-1) - 2n$ với $n \geq 1$ và $n \in \mathbb{N}$.

▮ Lời giải

Ví dụ 4: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_2 + u_8 + u_9 + u_{15} = 100$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

▮ Lời giải

Ví dụ 5: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -3$ và $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

▮ **Lời giải**

Ví dụ 5. Biết $u_4 + u_8 + u_{12} + u_{16} = 224$. Tính S_{19} .

▮ **Lời giải**

Dạng 4: Giải phương trình (tìm x trong cấp số cộng)

1. Phương pháp

Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$.
Sử dụng các tính chất của cấp số cộng

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1: Cho các số $-4; 1; 6; x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm x .

▮ **Lời giải**

Ví dụ 2: Nếu các số $5 + m; 7 + 2m; 17 + m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

▮ **Lời giải**

Ví dụ 3: Với giá trị nào của x và y thì các số $-7; x; 11; y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng?

▮ **Lời giải**

Dạng 5. Chứng minh một hệ thức trong cấp số cộng lập thành cấp số cộng, bài toán có sử dụng yếu tố cấp số cộng

1. Phương pháp

Nếu (u_n) là một cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối cùng đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}.$$

Hệ quả: Ba số a, b, c (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$.

Sử dụng các tính chất của cấp số cộng

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1: Chứng minh rằng ba số dương a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi các số $\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}, \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

▮ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Cho a, b, c là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, chứng minh rằng

a) $a^2 + 2bc = c^2 + 2ab.$ b) $a^2 + 8bc = (2b + c)^2.$

▮ **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Một tam giác vuông có chu vi bằng $3a$ và ba cạnh lập thành một cấp số cộng. Tính độ dài ba cạnh của tam giác theo a .

▮ **Lời giải**

Ví dụ 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng:

$$x^3 - 3mx^2 + 2m(m - 4)x + 9m^2 - m = 0$$

▮ **Lời giải**

Ví dụ 5. Tìm giá trị của tham số m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng:

$$x^4 - 10x^2 + 2m^2 + 7m = 0$$

▮ **Lời giải**

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng? Vì sao?

a) $10, -2, -14, -26, -38$;

b) $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \frac{7}{2}$

c) $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$;

d) $1, 4, 7, 10, 13$.

▮ **Lời giải**

Bài 2. Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng? Nếu là cấp số cộng, hãy tìm số hạng đầu u_1 và công sai d .

- a) $u_n = 3 - 2n$ b) $u_n = \frac{3n+7}{5}$ c) $u_n = 3^n$.

▮ Lời giải

Bài 3. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$, công sai $d = 5$.

- a) Viết công thức của số hạng tổng quát u_n .
b) Số 492 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?
c) Số 300 có là số hạng nào của cấp số cộng trên không?

▮ Lời giải

Bài 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4, u_2 = 1$. Tính u_{10} .

▮ Lời giải

Bài 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = \frac{1}{3}$ và $u_1 + u_2 + u_3 = -1$.

- a) Tìm công sai d và viết công thức của số hạng tổng quát u_n .

- b) Số - 67 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?
c) Số 7 có phải là một số hạng của cấp số cộng trên không?

▮ Lời giải

Bài 6. Tính tổng 100 số hạng đầu của dãy số (u_n) với $u_n = 0,3n + 5$ với mọi $n \geq 1$.

▮ Lời giải

Bài 7. Chiều cao (đơn vị: centimét) của một đứa trẻ n tuổi phát triển bình thường được cho bởi công thức:

$$x_n = 75 + 5(n - 1).$$

(Nguồn: <https://bibabo.vn>)

a) Một đứa trẻ phát triển bình thường có chiều cao năm 3 tuổi là bao nhiêu centimét?

b) Dãy số (x_n) có là một cấp số cộng không? Trung bình một năm, chiều cao mỗi đứa trẻ phát triển bình thường tăng lên bao nhiêu centimét?

▮ Lời giải

Bài 8. Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

a) Kí hợp đồng lao động 3 năm?
b) Kí hợp đồng lao động 10 năm?

Câu 1. Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số cộng?

- A.** $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}; \dots$
- B.** $15\sqrt{2}; 12\sqrt{2}; 9\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; \dots$
- C.** $\frac{4}{5}; 1; \frac{7}{5}; \frac{9}{5}; \frac{11}{5}; \dots$
- D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{\sqrt{3}}; \dots$

.....

.....

.....

.....

$$u_1 = -\frac{1}{2}, \quad d = \frac{1}{2}.$$

- A. $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$. B. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$. D. $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Lời giải:

Câu 3. Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

- A. 7; 12; 17, B. 6; 10; 14. C. 8; 13; 18. D. 6; 12; 18.

Lời giải:

Câu 4. Cho hai số -3 và 23 . Xen kê giữa hai số đã cho n số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai $d=2$. Tìm n .

- A. $n=12$. B. $n=13$. C. $n=14$. D. $n=15$.

Lời giải:

Câu 5. Biết các số $C_n^1; C_n^2; C_n^3$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với $n > 3$. Tìm n .

- A. $n=5$. B. $n=7$. C. $n=9$. D. $n=11$.

Lời giải:

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đầu lần lượt là $5; 9; 13; 17; \dots$.

Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng.

- A. $u_n = 5n + 1$. B. $u_n = 5n - 1$. C. $u_n = 4n + 1$. D. $u_n = 4n - 1$.

Lời giải:

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$. B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1).$

D. $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1).$

Lời giải:

Câu 8. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 7 - 3n.$ B. $u_n = 7 - 3^n.$ C. $u_n = \frac{7}{3n}.$ D. $u_n = 7 \cdot 3^n.$

Lời giải:

Câu 9. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = (-1)^n (2n+1).$ B. $u_n = \sin \frac{\pi}{n}.$
 C. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} - 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}.$

Lời giải:

Câu 10. Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào không phải là cấp số cộng?

A. $u_n = -4n + 9.$ B. $u_n = -2n + 19.$ C. $u_n = -2n - 21.$ D. $u_n = -2^n + 15.$

Lời giải:

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_{15} = 34.$ B. $u_{15} = 45.$ C. $u_{13} = 31.$ D. $u_{10} = 35.$

Lời giải:

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}$ và $d = -\frac{1}{4}$. Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_5 = -\frac{5}{4}.$ B. $S_5 = \frac{4}{5}.$ C. $S_5 = \frac{5}{4}.$ D. $S_5 = -\frac{4}{5}.$

Lời giải:

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $d = -2$ và $S_8 = 72$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 .

- A. $u_1 = 16$. B. $u_1 = -16$. C. $u_1 = \frac{1}{16}$. D. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Lời giải:

Câu 14. Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của n số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ n của cấp số cộng đó là u_n có giá trị là bao nhiêu?

- A. $u_n = 57$. B. $u_n = 61$. C. $u_n = 65$. D. $u_n = 69$.

Lời giải:

Câu 15. Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ mười hai bằng 23. Khi đó công sai d của cấp số cộng đã cho là bao nhiêu?

- A. $d = 2$. B. $d = 3$. C. $d = 4$. D. $d = 5$.

Lời giải:

Câu 16. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = \frac{3n^2 - 19n}{4}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A. $u_1 = 2; d = -\frac{1}{2}$. B. $u_1 = -4; d = \frac{3}{2}$.
C. $u_1 = -\frac{3}{2}; d = -2$ D. $u_1 = \frac{5}{2}; d = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Câu 17. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = n^2 + 4n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đã cho.

A. $u_n = 2n + 3$. B. $u_n = 3n + 2$. C. $u_n = 5 \cdot 3^{n-1}$. D. $u_n = 5 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{n-1}$.

Lời giải:

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2001$ và $u_5 = 1995$. Khi đó u_{1001} bằng:
A. $u_{1001} = 4005$. B. $u_{1001} = 4003$. C. $u_{1001} = 3$. D. $u_{1001} = 1$.

Lời giải:

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) , biết: $u_n = -1, u_{n+1} = 8$. Tính công sai d của cấp số cộng đó.
A. $d = -9$. B. $d = 7$. C. $d = -7$. D. $d = 9$.

Lời giải:

Câu 20. Cho cấp số cộng (u_n) . Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

A. $\frac{u_{10} + u_{20}}{2} = u_5 + u_{10}$. B. $u_{90} + u_{210} = 2u_{150}$.

C. $u_{10} \cdot u_{30} = u_{20}$. D. $\frac{u_{10} \cdot u_{30}}{2} = u_{20}$.

Lời giải:

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_2 + u_{23} = 60$. Tính tổng S_{24} của 24 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

A. $S_{24} = 60$. B. $S_{24} = 120$. C. $S_{24} = 720$. D. $S_{24} = 1440$.

Lời giải:

Câu 22. Một cấp số cộng có 6 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 17; tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A. $d = 2$. B. $d = -3$. C. $d = 4$. D. $d = 5$.

Lời giải:

Câu 23. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 u_7 = 75 \end{cases}$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A. $d = \frac{1}{2}$. B. $d = \frac{1}{3}$. C. $d = 2$. D. $d = 3$.

Lời giải:

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\begin{cases} u_1 = 13 \\ d = -3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = 10 \\ d = -3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = 13 \\ d = -4 \end{cases}$

Lời giải:

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} u_1 = 18 \\ d = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = 4 \end{cases}$

Lời giải:

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$. Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) biết $d < 10$.

- A. $d = 3$. B. $d = 4$. C. $d = 5$. D. $d = 6$.

Lời giải:

.....

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases}$. Tính u_2 .

- A.** $u_2 = 3$. **B.** $u_2 = 6$. **C.** $u_2 = 9$. **D.** $u_2 = 12$.

Lời giải:

.....

Câu 28. Tính tổng $T = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$.

- A.** $T = 5651265$. **B.** $T = 5651256$. **C.** $T = 5651625$. **D.** $T = 5651526$.

Lời giải:

.....

Câu 29. Tính tổng $T = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 2^2 - 1^2$.

- A.** $T = 500500$. **B.** $T = 500005$. **C.** $T = 505000$. **D.** $T = 500050$.

Lời giải:

.....

Câu 30. Cho cấp số cộng $u_1; u_2; u_3; \dots; u_n$ có công sai d , các số hạng của cấp số cộng đã cho đều khác 0 . Với giá trị nào của d thì dãy số $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots; \frac{1}{u_n}$ là một cấp số cộng?

- A.** $d = -1$. **B.** $d = 0$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 2$.

Lời giải:

.....
.....
.....
.....
Câu 31. Ba góc của một tam giác vuông tạo thành cấp số cộng. Hai góc nhọn của tam giác có số đo (độ) là:

- A.** 20° và 70° . **B.** 45° và 45° . **C.** 20° và 45° . **D.** 30° và 60° .

Lời giải:

.....
.....
.....
.....
Câu 32. Ba góc $A, B, C (A < B < C)$ của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc bé nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng:

- A.** 40° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 80° .

Lời giải:

.....
.....
.....
.....
Câu 33. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

- A.** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. **D.** $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$.

Lời giải:

.....
.....
.....
.....
Câu 34. Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- A.** 1635. **B.** 1792. **C.** 2055. **D.** 3125.

Lời giải:

.....
.....
.....
.....
Câu 35. Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,....Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- A.** 73. **B.** 75. **C.** 77. **D.** 79.

Lời giải:

Câu 36. Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 (giờ) thì sau mỗi giờ thì số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

- A. 78. B. 156. C. 300. D. 48.

Lời giải:

Câu 37. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

- A. 98. B. 100. C. 102. D. 104.

Lời giải:

Câu 38. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ 2 giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Vậy hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- A. 5.2500.000 đồng. B. 10.125.000 đồng.
C. 4.000.000 đồng. D. 4.245.000 đồng.

Lời giải:

BÀI 3: CẤP SỐ NHÂN

A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

I. ĐỊNH NGHĨA

Cấp số nhân là một dãy số, trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi q , tức là: $u_n = u_{n-1} \cdot q \ (n \geq 2)$.

Số q được gọi là công bội của cấp số nhân.

Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q và $u_n \neq 0$ với mọi $n \geq 1$ thì với số tự nhiên $n \geq 2$, ta có:

$$\frac{u_n}{u_{n-1}} = q.$$

Chú ý:

Khi $q = 1$ thì cấp số nhân là một dãy số không đổi.

II. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

Nếu cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức:

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \ (n \geq 2).$$

III. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ NHÂN

Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 1$.

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n. \text{ Khi đó: } S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

Chú ý: Nếu $q = 1$ thì $S_n = nu_1$.

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Chứng minh một dãy số là cấp số nhân

1. Phương pháp

- Xác định một cấp số nhân là xác định số hạng đầu u_1 và công bội q
- Từ những giả thiết ta thường lập hệ phương trình theo ẩn số u_1 và q rồi giải hệ đó.

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n + 9, \ (n \geq 1) \end{cases}$.

a) Chứng minh dãy số (v_n) với $v_n = u_n + 3, \ n \geq 1$ là một cấp số nhân.

b) Tìm công thức tổng quát của dãy số (u_n) .

□ Lời giải

Ví dụ 2: Xét trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân, (nếu có) tìm công bội của cấp số nhân đó:

a). $u_n = (-3)^{2n+1}$

b). $u_n = (-1)^n \cdot 5^{3n+2}$

c). $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$

d). $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{9}{u_n} \end{cases}$

□ Lời giải

Ví dụ 3: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n + 9, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Chứng minh rằng dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n + 3, \forall n \geq 1$ là một cấp số nhân. Hãy xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó.

□ Lời giải

Ví dụ 4: Cho x, 3, y theo thứ tự lập thành cấp số nhân và $x^4 = y\sqrt{3}$. Tìm x, y.

▮ Lời giải

Dạng 2. Xác định các số hạng của cấp số nhân, tổng của cấp số nhân

1. Phương pháp

Dựa vào giả thuyết, ta lập một hệ phương trình chứa công bội q và số hạng đầu u_1 , giải hệ phương trình này tìm được q và u_1 .

Để xác định số hạng thứ k , ta sử dụng công thức: $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$.

Để tính tổng của n số hạng, ta sử dụng công thức: $S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, q \neq 1$. Nếu $q = 1$ thì $u_1 = u_2 = u_3 = \dots = u_n$, do đó $S_n = nu_1$.

2. Các ví dụ rèn luyện kỹ năng

Ví dụ 1: Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

a)
$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} u_2 = 6 \\ S_3 = 43. \end{cases}$$

▮ Lời giải

Ví dụ 2: Cho CSN (u_n) có các số hạng thỏa:
$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$$

- Tìm số hạng đầu và công bội của CSN.
- Hỏi tổng bao nhiêu số hạng đầu tiên bằng 3069?
- Số 12288 là số hạng thứ mấy?

▮ Lời giải

Ví dụ 3: Cho cấp số nhân (u_n) . Tìm u_1 và q, biết rằng:

$$1) \begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = \frac{35}{2} \\ u_1 u_5 = 25 \\ u_i > 0 (i = 1, \dots, 5) \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = -42 \\ u_3 + u_5 = 20 \end{cases}$$

$$4) u_1 + u_6 = 165; u_3 + u_4 = 60.$$

$$5) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 351 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 8u_2 + 5\sqrt{5}u_5 = 0 \\ u_1^3 + u_3^3 = 189 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} u_1 u_2 u_3 = 1728 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 63 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 7 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 21 \end{cases}$$

▮ Lời giải

Ví dụ 3: Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

a)
$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} u_3 + u_5 = 90 \\ u_2 - u_6 = 240 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} = \frac{7}{12} \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 30 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 340 \end{cases}$$

▮ Lời giải

Ví dụ 4: Tìm a, b biết rằng: 1, a, b là 3 số hạng liên tiếp của cấp số cộng và $1, a^2, b^2$ là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân.

▮ Lời giải

Ví dụ 5: Tìm số hạng đầu của CSN biết công bội bằng 3, tổng số các số hạng là 728 và số hạng cuối bằng 486.

▮ Lời giải

Ví dụ 8: Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân biết tổng của chúng là 19 và tích là 216.

▮ Lời giải

Ví dụ 9: Tìm công bội của một cấp số nhân có số hạng đầu là 7, số hạng cuối là 448 và tổng số các số hạng là 889.

▮ Lời giải

Ví dụ 10: Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, trong đó số hạng thứ hai nhỏ hơn số hạng thứ nhất 35, còn số hạng thứ ba lớn hơn số hạng thứ tư 560.

▮ Lời giải

Ví dụ 11: Tìm các số dương a và b sao cho a, a + 2b, 2a + b lập thành một cấp số cộng và $(b + 1)^2$, ab + 5, $(a + 1)^2$ lập thành một cấp số nhân.

▮ Lời giải

Ví dụ 12: Tính các tổng sau:

a). $S_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$

b). $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$

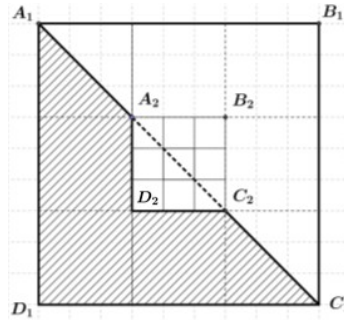
c). $S_n = \left(3 + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(9 + \frac{1}{9}\right)^2 + \dots + \left(3^n + \frac{1}{3^n}\right)^2$

d). $S_n = 6 + 66 + 666 + \dots + \underbrace{666\dots6}_{n \text{ số } 6}$

▮ Lời giải

Dạng 3. Các bài toán thực tế

Câu 1. Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

▮ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

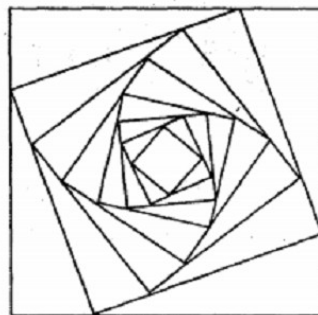
.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông $C_i (i \in \{1, 2, 3, \dots\})$. Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết $T = \frac{32}{3}$, tính a ?

▮ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân? Vì sao?

5; - 0,5; 0,05; - 0,005; 0,0005

- a) $-9, 3, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \dots$
- b) $2, 8, 32, 64, 256, \dots$
- c) $2, 8, 32, 64, 256, \dots$

▮ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Chứng minh mỗi dãy số (u_n) với số hạng tổng quát như sau là cấp số nhân:

- a) $u_n = \frac{-3}{4} \cdot 2^n$
- b) $u_n = \frac{5}{3^n}$
- c) $u_n = (-0,75)^n$

▮ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

a) Tìm u_9 .

b) Số -320 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân trên?

c) Số 160 có phải là một số hạng của cấp số nhân trên không?

▮ Lời giải

Bài 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_3 = \frac{27}{4}$.

a) Tìm công bội q và viết năm số hạng đầu của cấp số nhân trên.

b) Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân trên.

▮ Lời giải

Bài 5. Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là $1\%/$ năm. Gọi u_n là số dân của tỉnh đó sau n năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi.

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau n năm kể từ năm 2020.

b) Tính số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020.

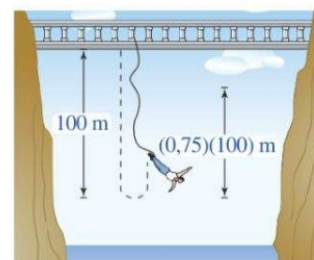
□ Lời giải

Bài 6. Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 4% (so với năm trước đó).

- Viết công thức tính giá trị của ô tô sau 1 năm, 2 năm sử dụng.
- Viết công thức tính giá trị của ô tô sau n năm sử dụng.
- Sau 10 năm, giá trị của ô tô ước tính còn bao nhiêu triệu đồng?

□ Lời giải

Bài 7. Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (Hình 3). Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống.



Hình 3

□ Lời giải

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là một cấp số nhân?

- | | |
|-----------------------------------|--|
| A. 2; 4; 8; 16; K | B. $1; -1; 1; -1; L$ |
| C. $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; L$ | D. $a; a^3; a^5; a^7; L \ (a \neq 0)$ |

Lời giải:

Câu 2. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $1; 2; 4; 8; \dots$

B. $3; 3^2; 3^3; 3^4; \dots$

C. $4; 2; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$

D. $\frac{1}{p}; \frac{1}{p^2}; \frac{1}{p^4}; \frac{1}{p^6}; \dots$

Lời giải:

Câu 3. Dãy số $1; 2; 4; 8; 16; 32; \dots$ là một cấp số nhân với:

A. Công bội là 3 và số hạng đầu tiên là 1.

B. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1.

C. Công bội là 4 và số hạng đầu tiên là 2.

D. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2.

Lời giải:

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

A. $-2; 10; 50; -250$.

B. $-2; 10; -50; 250$.

C. $-2; -10; -50; -250$.

D. $-2; 10; 50; 250$.

Lời giải:

Câu 5. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là:

A. 720.

B. 81.

C. 64.

D. 56.

Lời giải:

Câu 6. Tìm x để các số $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

A. $x = 14$.

B. $x = 32$.

C. $x = 64$.

D. $x = 68$.

Lời giải:

Câu 7. Tìm tất cả giá trị của x để ba số $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $x = \pm \frac{1}{3}$. C. $x = \pm \sqrt{3}$. D. $x = \pm 3$.

Lời giải:

Câu 8. Tìm x để ba số $1+x$; $9+x$; $33+x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A. $x = 1$. B. $x = 3$. C. $x = 7$. D. $x = 3$; $x = 7$.

Lời giải:

Câu 9. Với giá trị x, y nào dưới đây thì các số hạng lần lượt là -2 ; x ; -18 ; y theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân?

- A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = -54 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -10 \\ y = -26 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -6 \\ y = -54 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -6 \\ y = 54 \end{cases}$.

Lời giải:

Câu 10. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là x ; 12 ; y ; 192 . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $x = 1$; $y = 144$. B. $x = 2$; $y = 72$. C. $x = 3$; $y = 48$. D. $x = 4$; $y = 36$.

Lời giải:

Câu 11. Thêm hai số thực dương x và y vào giữa hai số 5 và 320 để được bốn số $5; x; y; 320$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\begin{cases} x = 25 \\ y = 125 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 20 \\ y = 80 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 15 \\ y = 45 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 30 \\ y = 90 \end{cases}$

Lời giải:

Câu 12. Ba số hạng đầu của một cấp số nhân là $x-6; x$ và y . Tìm y , biết rằng công bội của cấp số nhân là 6 .

- A. $y = 216$. B. $y = \frac{324}{5}$. C. $y = \frac{1296}{5}$. D. $y = 12$.

Lời giải:

Câu 13. Hai số hạng đầu của của một cấp số nhân là $2x+1$ và $4x^2-1$. Số hạng thứ ba của cấp số nhân là:

- A. $2x-1$. B. $2x+1$. C. $8x^3-4x^2-2x+1$ D. $8x^3+4x^2-2x-1$.

Lời giải:

Câu 14. Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = \frac{p}{2} \\ u_n = \sin \frac{2\pi p}{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$

Lời giải:

Câu 15. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) không phải là cấp số nhân.

B. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.

C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.

D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=\frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Lời giải:

Câu 16. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

$u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$ **B.** $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$ **C.** $u_n = n + \frac{1}{3}$ **D.** $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$

A.

Lời giải:

Câu 17. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = 7 - 3n$ **B.** $u_n = 7 - 3^n$ **C.** $u_n = \frac{7}{3n}$ **D.** $u_n = 7 \cdot 3^n$

Lời giải:

Câu 18. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $u_1; u_3; u_5; \dots$

B. $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$

C. $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$

D. $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$

Lời giải:

.....

Câu 19. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3; 9; 27; 81; Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho.

- A.** $u_n = 3^{n-1}$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = 3^{n+1}$. **D.** $u_n = 3 + 3^n$.

Lời giải:

.....

Câu 20. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

- A.** $q = 3$. **B.** $q = -3$. **C.** $q = 2$. **D.** $q = -2$.

Lời giải:

.....

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $u_5 = -\frac{27}{16}$. **B.** $u_5 = -\frac{16}{27}$. **C.** $u_5 = \frac{16}{27}$. **D.** $u_5 = \frac{27}{16}$.

Lời giải:

.....

Câu 22. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $S_6 = 130$. **B.** $u_5 = 256$. **C.** $S_5 = 256$. **D.** $q = -4$.

Lời giải:

Câu 23. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

A. Số hạng thứ 5.

B. Số hạng thứ 6.

C. Số hạng thứ 7.

D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Lời giải:

Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$ và $q = -\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

A. Số hạng thứ 103.

B. Số hạng thứ 104.

C. Số hạng thứ 105.

D. Không là số hạng của cấp số đã cho.

Lời giải:

Câu 25. Một cấp số nhân có công bội bằng 3 và số hạng đầu bằng 5. Biết số hạng chính giữa là 32805. Hỏi cấp số nhân đã cho có bao nhiêu số hạng?

A. 18.

B. 17.

C. 16.

D. 9.

Lời giải:

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_n = 81$ và $u_{n+1} = 9$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $q = \frac{1}{9}$.

B. $q = 9$.

C. $q = -9$.

D. $q = -\frac{1}{9}$.

Lời giải:

Câu 27. Một dãy số được xác định bởi $u_1 = -4$ và $u_n = -\frac{1}{2}u_{n-1}, n \geq 2$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số đó là:

A. $u_n = 2^{n-1}$. B. $u_n = (-2)^{n-1}$. C. $u_n = -4(2^{n+1})$. D. $u_n = -4 \cdot \frac{10^{n-1}}{20}$.

Lời giải:

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = -1025$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = 1023$.

Lời giải:

Câu 29. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_n = 4^{n-1}$. B. $S_n = \frac{n(1+4^{n-1})}{2}$. C. $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$. D. $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$.

Lời giải:

Câu 30. Một cấp số nhân có 6 số hạng với công bội bằng 2 và tổng số các số hạng bằng 189. Tìm số hạng cuối u_6 của cấp số nhân đã cho.

A. $u_6 = 32$. B. $u_6 = 104$. C. $u_6 = 48$. D. $u_6 = 96$.

Lời giải:

Câu 31. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -6$ và $q = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng 2046. Tìm n .

A. $n = 9$. B. $n = 10$. C. $n = 11$. D. $n = 12$.

Lời giải:

Câu 32. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân đã cho.

- A. $u_4 = 100$. B. $u_4 = 124$. C. $u_4 = 500$. D. $u_4 = 624$.

Lời giải:

Câu 33. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = \frac{3^n - 1}{3^{n-1}}$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân đã cho.

- A. $u_5 = \frac{2}{3^4}$. B. $u_5 = \frac{1}{3^5}$. C. $u_5 = 3^5$. D. $u_5 = \frac{5}{3^5}$.

Lời giải:

Câu 34. Một cấp số nhân có số hạng thứ bảy bằng $\frac{1}{2}$, công bội bằng $\frac{1}{4}$. Hỏi số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng bao nhiêu?

- A. 4096. B. 2048. C. 1024. D. $\frac{1}{512}$.

Lời giải:

Câu 35. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$ và $u_6 = -486$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho, biết rằng $u_3 > 0$.

- A. $q = -3$. B. $q = -\frac{1}{3}$. C. $q = \frac{1}{3}$. D. $q = 3$.

Lời giải:

Câu 36. Cho cấp số nhân $u_1; u_2; u_3; \dots$ với $u_1 = 1$. Tìm công bội q để $4u_2 + 5u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất?

- A. $q = -\frac{2}{5}$. B. $q = 0$. C. $q = \frac{2}{5}$. D. $q = 1$.

Lời giải:

Câu 37. Một cấp số nhân có số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ sáu bằng 64, thì số hạng tổng quát của cấp số nhân đó có thể tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $u_n = 2^{n-1}$. B. $u_n = 2^n$ C. $u_n = 2^{n+1}$. D. $u_n = 2n$.

Lời giải:

Câu 38. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$. B. $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$. C. $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$. D. $u_k = u_1 + (k-1)q$

Lời giải:

Câu 39. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $u_7 = u_4 \cdot q^3$. B. $u_7 = u_4 \cdot q^4$. C. $u_7 = u_4 \cdot q^5$. D. $u_7 = u_4 \cdot q^6$.

Lời giải:

Câu 40. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Với $1 < k < m$, đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- A. $u_m = u_k \cdot q^k$. B. $u_m = u_k \cdot q^m$. C. $u_m = u_k \cdot q^{m-k}$. D. $u_m = u_k \cdot q^{m+k}$.

Lời giải:

Câu 41. Cho một cấp số nhân có n số hạng ($n > k > 55$). Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $u_1 \cdot u_n = u_2 \cdot u_{n-1}$. B. $u_1 \cdot u_n = u_5 \cdot u_{n-4}$. C. $u_1 \cdot u_n = u_{55} \cdot u_{n-55}$. D. $u_1 \cdot u_n = u_k \cdot u_{n-k+1}$.

Lời giải:

Câu 42. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) , biết $\begin{cases} u_6 = 192 \\ u_7 = 384 \end{cases}$.

- A. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 3 \end{cases}$.

Lời giải:

Câu 43. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ q = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 3 \end{cases}$.

Lời giải:

Câu 44. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $q = 2$. B. $q = -4$. C. $q = 4$. D. $q = -2$.

Lời giải:

Câu 45. Một cấp số nhân có năm số hạng mà hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng cuối bằng $\frac{1}{16}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ q = -2 \end{cases}$

Lời giải:

Câu 46. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và thỏa

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 49 \\ u_1 + u_3 = 35 \end{cases}$$

Tính $P = u_1 + 4q^2$.

A. $P = 24$.

B. $P = 29$.

C. $P = 34$.

D. $P = 39$.

Lời giải:

Câu 47. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases}$. Tìm q biết rằng $q > 1$.

A. $q = \frac{5}{4}$.

B. $q = 4$.

C. $q = \frac{4}{3}$.

D. $q = 3$.

Lời giải:

Câu 48. Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1, y+2, x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính x^2+y^2 .

- A. $x^2+y^2=40$. B. $x^2+y^2=25$. C. $x^2+y^2=100$. D. $x^2+y^2=10$.

Lời giải:

Câu 49. Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1 ; đồng thời các số $x, 2y, 3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0 . Tìm giá trị của q .

- A. $q=\frac{1}{3}$. B. $q=\frac{1}{9}$. C. $q=-\frac{1}{3}$. D. $q=-3$.

Lời giải:

Câu 50. Cho dãy số tăng a, b, c (cấp 4) theo thứ tự lập thành cấp số nhân; đồng thời $a, b+8, c$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $a, b+8, c+64$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $P=a-b+2c$.

- A. $P=\frac{184}{9}$. B. $P=64$. C. $P=\frac{92}{9}$. D. $P=32$.

Lời giải:

Câu 51. Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội q . Tìm q .

- A. $q=2$. B. $q=-2$. C. $q=-\frac{3}{2}$. D. $q=\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Câu 52. Cho bốn số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q > 1$; còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm q biết rằng $a+d=14$ và $b+c=12$.

- A. $q=\frac{18+\sqrt{73}}{24}$. B. $q=\frac{19+\sqrt{73}}{24}$. C. $q=\frac{20+\sqrt{73}}{24}$. D. $q=\frac{21+\sqrt{73}}{24}$.

Lời giải:

Câu 53. Gọi $S=1+11+111+\dots+111\dots1$ (n số 1) thì S nhận giá trị nào sau đây?

- A. $S=\frac{10^n-1}{81}$. B. $S=10\frac{10^n-10}{81}$
C. $S=10\frac{10^n-10}{81}n$. D. $S=\frac{1}{9}\frac{10^n-10}{9}n$

Lời giải:

$$S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 11.3^{10} = a + \frac{21.3^p}{4}, \quad P = a + \frac{b}{4}.$$

Câu 54. Biết rằng

Tính

- A. $P = 1.$ B. $P = 2.$ C. $P = 3.$ D. $P = 4.$

Lời giải:

Câu 55. Một cấp số nhân có ba số hạng là a, b, c (theo thứ tự đó) trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội $q \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{bc}.$ B. $\frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}.$ C. $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{ba}.$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}.$

Lời giải:

Câu 56. Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng:

- A. $56^\circ.$ B. $102^\circ.$ C. $252^\circ.$ D. $168^\circ.$

Lời giải:

Câu 57. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là $12\,288\,m^2$). Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. $6m^2.$ B. $8m^2.$ C. $10m^2.$ D. $12m^2.$

Lời giải:

Câu 58. Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cọc trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10 . Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

- A.** Hòa vốn. **B.** Thua 20000 đồng.
- C.** Thắng 20000 đồng. **D.** Thua 40000 đồng.

[illegible]

File word và đáp án chi tiết vui lòng liên hệ zalo: 0834 332 133

Giáo viên có nhu cầu sở hữu trọn bộ file word Bài giảng Toán 9,10 11,12 và bộ đề kiểm tra kết thúc chuyên đề, giữa kì, cuối kì có lời giải chi tiết của Thầy giáo, Tác giả Trần Đình Cư vui lòng liên hệ zalo Trần Đình Cư: 0834 332 133 để được hỗ trợ tối đa . Ủng hộ chính chủ để được bảo hành và nhiều ưu đãi khác.

Tránh mua các trang và cá nhân khác

ÔN TẬP CHƯƠNG 2

PHẦN 1: GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $u_1 = \frac{1}{3}$ và $u_n = 3u_{n-1}$ với mọi $n \geq 2$. Số hạng thứ năm của dãy số (u_n) là:

A. 27.

B. 9.

C. 81.

D. 243.

▮ **Lời giải**

Bài 2: Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A. 21, - 3, - 27, - 51, - 75.

B. $\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, \frac{15}{4}$.

C. $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$.

D. $\frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}, \frac{1}{60}$.

▮ **Lời giải**

Bài 3: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$, công sai $d = 4$. Công thức của số hạng tổng quát u_n là:

A. $u_n = -5 + 4n$.

B. $u_n = -1 - 4n$.

C. $u_n = -5 + 4n^2$.

D. $u_n = -9 + 4n$.

▮ **Lời giải**

Bài 4: Tổng 100 số tự nhiên lẻ đầu tiên tính từ 1 là:

A. 10000.

B. 10100.

C. 20000.

D. 20200.

▮ **Lời giải**

Bài 5: Trong các dãy số (u_n) cho bằng phương pháp truy hồi sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. Dãy số (u_n) được xác định bởi: $u_1 = 1$ và $u_n = u_{n-1}(n-1)$ với mọi $n \geq 2$.

B. Dãy số (u_n) được xác định bởi: $u_1 = 1$ và $u_n = 2u_{n-1} + 1$ với mọi $n \geq 2$.

C. Dãy số (u_n) được xác định bởi: $u_1 = 1$ và $u_n = u_{n-1}^2$ với mọi $n \geq 2$.

D. Dãy số (u_n) được xác định bởi: $u_1 = 3$ và $u_n = \frac{1}{3} u_{n-1}$ với mọi $n \geq 2$.

▢ Lời giải

Bài 6: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = -\frac{1}{10}$. Khi đó $\frac{1}{10^{2017}}$ là số hạng thứ:
A. 2016. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 2019

▢ Lời giải

Bài 7: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là dãy số tăng?
A. $u_n = \sin n$. **B.** $u_n = n(-1)^n$. **C.** $u_n = \frac{1}{n}$. **D.** $u_n = 2^{n+1}$.

▢ Lời giải

Bài 8: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của mỗi dãy số (u_n) sau, biết số hạng tổng quát:

a) $u_n = \frac{n^2}{n+1}$; b) $u_n = \frac{2}{5^n}$ c) $u_n = (-1)^n \cdot n^2$

▢ Lời giải

Bài 9: Cho cấp số cộng (u_n) . Tìm số hạng đầu u_1 , công sai d trong mỗi trường hợp sau:

a) $u_2 + u_5 = 42$ và $u_4 + u_9 = 66$; b) $u_2 + u_4 = 22$ và $u_1 \cdot u_5 = 21$.

▢ Lời giải

Bài 10: Cho cấp số nhân (u_n) . Tìm số hạng đầu u_1 , công bội q trong mỗi trường hợp sau:

a) $u_6 = 192$ và $u_7 = 384$ b) $u_1 + u_2 + u_3 = 7$ và $u_5 - u_2 = 14$.

▢ Lời giải

Bài 11: Tứ giác $ABCD$ có số đo bốn góc A, B, C, D theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Biết số đo góc C gấp 5 lần số đo góc A . Tính số đo các góc của tứ giác $ABCD$ theo đơn vị độ.

▮ Lời giải

Bài 12: Người ta trồng cây theo các hàng ngang với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây, ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu?

▮ Lời giải

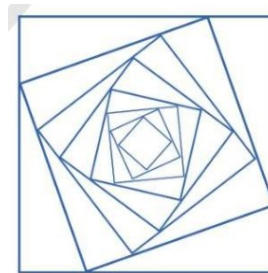
Bài 13: Một cái tháp có 11 tầng. Diện tích của mặt sàn tầng 2 bằng nửa diện tích của mặt đáy tháp và diện tích của mặt sàn mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt sàn mỗi tầng ngay bên dưới. Biết mặt đáy tháp có diện tích là 12288 m^2 . Tính diện tích của mặt sàn tầng trên cùng của tháp theo đơn vị mét vuông.

▮ Lời giải

Bài 14: Một khay nước có nhiệt độ 23°C được đặt vào ngăn đá của tủ lạnh. Biết sau mỗi giờ, nhiệt độ của nước giảm 20%. Tính nhiệt độ của khay nước đó sau 6 giờ theo đơn vị độ $^{\circ}\text{C}$.

□ Lời giải

Bài 15: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 4. Người ta chia mỗi cạnh hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông C_2 (Hình 4). Từ hình vuông C_2 lại làm tiếp tục như trên để có hình vuông C_3 . Cứ tiếp tục quá trình như trên, ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$. Gọi a_n là độ dài cạnh hình vuông C_n . Chứng minh rằng dãy số (a_n) là cấp số nhân.



Hình 4

□ Lời giải

Bài 16: Ông An vay ngân hàng 1 tỉ đồng với lãi suất $12\%/năm$. Ông đã trả nợ theo cách: Bắt đầu từ tháng thứ nhất sau khi vay, cuối mỗi tháng ông trả ngân hàng cùng số tiền là a (đồng) và đã trả hết nợ sau đúng 2 năm kể từ ngày vay. Hỏi số tiền mỗi tháng mà ông An phải trả là bao nhiêu đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn)?

□ Lời giải

BÀI TẬP TỔNG ÔN CHƯƠNG 2

PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. Dãy số có $u_{n+1} = a \cdot 3^{n+1}$.

B. Hiệu số $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot a$.

C. Với $a > 0$ thì dãy số tăng.

D. Với $a < 0$ thì dãy số giảm.

▢ **Lời giải**

Câu 2: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 1$. Dãy số (u_n) là dãy số

A. Bị chặn trên bởi 1. B. Giảm.

C. Bị chặn dưới bởi 2. D. Tăng.

▢ **Lời giải**

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

A. 287.

B. 289.

C. 288.

D. 286.

▢ **Lời giải**

Câu 4: Xác định số hàng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

A. $u_1 = 3$ và $d = 4$.

B. $u_1 = 3$ và $d = 5$.

C. $u_1 = 4$ và $d = 5$.

D. $u_1 = 4$ và $d = 3$.

▢ **Lời giải**

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

A. $S_{16} = -24$.

B. $S_{16} = 26$.

C. $S_{16} = -25$.

D. $S_{16} = 24$.

▢ **Lời giải**

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

A. $u_1 = 2$; $d = 4$.

B. $u_1 = 2$; $d = 3$.

C. $u_1 = 2$; $d = 2$.

D. $u_1 = 3$; $d = 2$.

▮ Lời giải

Câu 7: Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 2^8 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tích của bốn số đó là :

- A.** 585. **B.** 161. **C.** 404. **D.** 276.

▮ Lời giải

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng là.

- A.** - 244. **B.** - 274. **C.** - 253. **D.** - 285.

▮ Lời giải

Câu 9: Cho dãy số u_n biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

- A.** $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = 3^{n+1}$. **C.** $u_n = 3^{n-1}$. **D.** $u_n = n^{n+1}$.

▮ Lời giải

- Câu 10:** Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$$
. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là
- A. $S_8 = 3280$. B. $S_8 = 9841$. C. $S_8 = 3820$. D. $S_8 = 1093$.

▮ **Lời giải**

PHẦN 2 : TỰ LUẬN

- Câu 11:** Tìm giá trị x dương nhỏ nhất thỏa mãn ba số $\sin x, \sin 2x, \sqrt{3} \cos x$ lập thành cấp số cộng.

▮ **Lời giải**

- Câu 12:** Chứng minh rằng ba số dương a,b,c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi các số $\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}, \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

▮ **Lời giải**

- Câu 13:** Chu vi của một đa giác là 45 cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3\text{cm}$. Biết cạnh lớn nhất là 15 cm, tính số cạnh của đa giác đó.

▮ **Lời giải**

a) Tổng của chúng bằng 15 và tích của chúng bằng 105.

b) Tổng của chúng bằng 21 và tổng bình phương của chúng bằng 155.

▮ Lời giải

$$a^2 + 2bc = c^2 + 2ab \quad \text{và} \quad a^2 + 8bc = (2b + c)^2.$$

▮ Lời giải

Câu 16:

Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n + 9, \quad (n \geq 1) \end{cases}.$$

- a) Chứng minh dãy số (v_n) với $v_n = u_n + 3, n \geq 1$ là một cấp số nhân.
- b) Tìm công thức tổng quát của dãy số (u_n) .

▮ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Cho cấp số nhân có
$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}.$$

- a) Tìm số hạng đầu tiên và công bội
- b) Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên.
- c) Tổng của bao nhiêu số hạng đầu sẽ bằng 765.
- d) Số 12288 là số hạng thứ mấy?

▮ Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18: Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) , biết

a)
$$\begin{cases} u_5 - u_1 = 15 \\ u_4 - u_2 = 6 \end{cases}.$$

b)
$$\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_3 + u_5 = 240 \end{cases}.$$

c)
$$\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}.$$

d)
$$\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 10 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 20 \end{cases}.$$

▮ Lời giải

Câu 19: Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) , biết

a) $\begin{cases} u_1 = 1 \\ S_8 = \frac{3^8 - 1}{2} \end{cases}$.

b) $\begin{cases} S_4 = 40 \\ S_8 = 680 \end{cases}$.

▮ Lời giải

Câu 20: Tìm ba số khác nhau tạo thành cấp số cộng có tổng bằng 6, biết rằng nếu hoán đổi vị trí số hạng thứ nhất và số hạng thứ hai đồng thời giữ nguyên số hạng thứ ba ta được cấp số nhân.

▮ Lời giải

.....