

## PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### Dành cho đối tượng học sinh trung bình

**Câu 1.** (Đề Minh Họa 2017) Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  $x = 1$  và  $x = -1$ .

**B.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

**C.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

**D.** Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  $y = 1$  và  $y = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án **D**.

**Câu 2.** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là

**A.**  $y = -2$ .

**B.**  $y = 1$ .

**C.**  $x = -1$ .

**D.**  $x = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1 \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$$

Ta có

Suy ra  $y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 3.** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x+1}{x-1}$  là

**A.**  $y = \frac{1}{4}$ .

**B.**  $y = 4$ .

**C.**  $y = 1$ .

**D.**  $y = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn**

**B.**

Tiệm cận ngang  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

**Câu 4.** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x+1}{x-1}$  là

**A.**  $y = 1$ .

**B.**  $y = \frac{1}{5}$ .

**C.**  $y = -1$ .

**D.**  $y = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y=5$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  là:

- A.  $y = \frac{1}{2}$ .      B.  $y = -1$ .      C.  $y = 1$ .      D.  $y = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$$

Ta có . Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y=2$ .

**Câu 6. (Mã 104 - 2020 Lần 1)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+1}{x-1}$  là:

- A.  $y = \frac{1}{3}$ .      B.  $y = 3$ .      C.  $y = -1$ .      D.  $y = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$  nên  $y=3$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 7. (Mã 101 – 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+2}{x-1}$  là

- A.  $x = 2$ .      B.  $x = -2$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ , suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là  $x=1$ .

**Câu 8. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x-3}$  là

- A.  $x = -3$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = 3$ .

**Lời giải.**

**Chọn D**

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{x-3} = -\infty$ . Suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng  $x=3$ .

- Câu 9. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-2}{x+1}$  là  
**A.**  $x = -2$ . **B.**  $x = 1$ . **C.**  $x = -1$ . **D.**  $x = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$  nên đường thẳng  $x = -1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

- Câu 10. (Mã 104 - 2020 Lần 2)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x+3}$  là  
**A.**  $x = -1$ . **B.**  $x = 1$ . **C.**  $x = -3$ . **D.**  $x = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -3^-} y = +\infty$  nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $x = -3$  làm tiệm cận đứng.

- Câu 11. (Đề Minh Họa 2021)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+4}{x-1}$   
**A.**  $x = 1$ . **B.**  $x = -1$ . **C.**  $x = 2$ . **D.**  $x = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left( \frac{2x+4}{x-1} \right) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{2x+4}{x-1} \right) = +\infty$

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là  $x = 1$

- Câu 12. (Mã 101 - 2021 Lần 1)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  là đường thẳng có phương trình:  
**A.**  $x = 1$ . **B.**  $x = -1$ . **C.**  $x = 2$ . **D.**  $x = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$ .

Do đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  là đường thẳng có phương trình  $x = 1$ .

**Câu 13.** (Mã 103 - 2021 - Lần 1) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $x=2$  .                      B.  $x=1$  .                      C.  $x=-\frac{1}{2}$  .                      D.  $x=-1$  .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$  nên  $x=1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 14.** (Mã 102 - 2021 Lần 1) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $x=-1$  .                      B.  $x=-2$  .                      C.  $x=2$  .                      D.  $x=1$  .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$  (hoặc  $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty$ ).

Vậy  $x=2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 15.** (Mã 104 - 2021 Lần 1) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x+2}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $x=2$  .                      B.  $x=-1$  .                      C.  $x=-2$  .                      D.  $x=1$  .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x+2} = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-1}{x+2} = +\infty$ .

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình  $x=-2$ .

**Câu 16.** (Mã 103 - 2019) Cho hàm số  $y=f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |   |   |           |
|------|-----------|---|---|-----------|
| x    | $-\infty$ | 0 | 3 | $+\infty$ |
| $y'$ | -         | - | 0 | +         |
| y    | 1         | 2 | 3 |           |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhìn bảng biến thiên ta thấy  $x=0$  hàm số không xác định nên  $x=0$  là TCD của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$  là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$  là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

**Câu 17. (Mã 102 - 2019)** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |     |      |           |
|------|-----------|-----|------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $1$  | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $-$ | $0$  |           |
| $y$  | $0$       | $2$ | $-2$ | $+\infty$ |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên đã cho ta có :

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  nên đường thẳng  $y = 0$  là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$  nên đường thẳng  $x = 0$  là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

**Câu 18. (Mã 101 - 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |           |      |           |     |
|------|-----------|-----------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $0$       | $1$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $-$       |           | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $2$       | $+\infty$ | $-2$ | $+\infty$ |     |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  Không tồn tại tiệm cận ngang khi  $x \rightarrow +\infty$ .

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  vậy hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận ngang  $y = 2$ .

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -4$ .

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng  $x = 0$ .

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

**Câu 19. (Đề Tham Khảo 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | 1         | $+\infty$ |
|-----|-----------|-----------|-----------|
| $y$ | 2         | $+\infty$ | 5         |

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3                                      B. 2                                      C. 4                                      D. 1

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$  nên đường thẳng  $x = 1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$  nên đường thẳng  $y = 2$  và  $y = 5$  là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

**Câu 20. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019)** Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

| $x$  | $-\infty$ | -1        | 0 | 1         | $+\infty$ |
|------|-----------|-----------|---|-----------|-----------|
| $y'$ | +         | +         | - | +         |           |
| $y$  | -4        | $+\infty$ | 2 | $-\infty$ | -1        |

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 4.                                      D. 1.

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là  $y = -1$  và  $y = 4$ .  
 $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ .  
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 1$ .  
 Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

**Câu 21. (Đề Tham Khảo 2017)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

| $x$  | $-\infty$ | $-2$ |           | $0$       |   | $+\infty$ |
|------|-----------|------|-----------|-----------|---|-----------|
| $y'$ |           |      |           | +         |   |           |
| $y$  |           |      | $-\infty$ | $+\infty$ | 1 | 0         |

A. 3

B. 2

C. 4

D. 1

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$ , suy ra đường thẳng  $x = -2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ , suy ra đường thẳng  $x = 0$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ , suy ra đường thẳng  $y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**Câu 22. (Mã 104 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

| $x$  | $-\infty$ | $0$       | $3$  | $+\infty$ |     |
|------|-----------|-----------|------|-----------|-----|
| $y'$ | $-$       | $0$       | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $0$       | $+\infty$ | $-3$ | $3$       |     |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình  $y = 3$  và  $y = 0$ .

Và  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  nên hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình  $x = 0$ .

**Câu 23.** (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

| x      | $-\infty$ | -2        | $+\infty$ |
|--------|-----------|-----------|-----------|
| $f(x)$ | $-\infty$ | $+\infty$ | 3         |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 2.

**Lời giải**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$  ta được tiệm cận ngang  $y = 3$

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = +\infty$  ta được tiệm cận đứng  $x = -2$

**Câu 24.** (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

| x      | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
|--------|-----------|---|-----------|
| $f(x)$ | -5        | 1 | -5        |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4                      B. 2                      C. 3                      D. 1

**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta có:

+ Tiệm cận ngang  $y = -5$

+ Tiệm cận đứng  $x = 2$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

| x    | $-\infty$ | 0 | 1         | $+\infty$ |
|------|-----------|---|-----------|-----------|
| $y'$ | +         | 0 | -         | +         |
| y    | 0         | 2 | $-\infty$ | 5         |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$  là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \Rightarrow y = 5$  là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$  là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |   |           |   |           |
|------|-----------|---|-----------|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | $1$       |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + |           | + |           |
| $y$  | 2         |   | $+\infty$ |   | 2         |
|      |           |   | $-\infty$ |   |           |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$  là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$  là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

**Câu 27.** (Sở Hà Nội 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |           |     |           |  |           |
|------|-----------|-----------|-----|-----------|--|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$      |     | $0$       |  | $+\infty$ |
| $y'$ |           | -         |     | +         |  | -         |
| $y$  | $+\infty$ |           | $1$ | $+\infty$ |  | $0$       |
|      |           | $-\infty$ |     | $1$       |  |           |

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

**Lời giải**

Ta có

$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty \Rightarrow x = 0$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là  $^3$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$

|      |           |             |           |           |
|------|-----------|-------------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$        | $1$       | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$         | $+$       | $+$       |
| $y$  | $1$       | $-\sqrt{2}$ | $+\infty$ | $-1$      |

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Do  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow$  TCD:  $x = 1$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow$  đồ thị có 2 tiệm cận ngang là  $y = \pm 1$

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có tổng số TCD và TCN là 3.

**Câu 29.** (Thi thử cụm Vũng Tàu 2019) Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $2$       | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $-$       | $-$       | $-$       |
| $f(x)$  | $0$       | $+\infty$ | $+\infty$ | $+\infty$ |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  nên đường thẳng  $y = 0$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  nên đồ thị hàm số  $y = f(x)$  không có tiệm cận ngang khi  $x \rightarrow +\infty$ .

•  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$  nên đường thẳng  $x = -2$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

•  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$  nên đường thẳng  $x = 2$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3 tiệm cận.

**Câu 30. (Đề minh họa 2022)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-2}$  là đường thẳng có phương trình:

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 3$ .                      D.  $x = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+2}{x-2} = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x-2} = -\infty$  nên suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là  $x = 2$ .

**Câu 31. (Mã 101-2022)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{2x+4}$  là đường thẳng có phương trình:

- A.  $x = -2$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $y = 1$ .                      D.  $y = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = 1$  suy ra tiệm cận ngang của đồ là đường thẳng  $y = 1$ .

**Câu 32. (Mã 102 - 2022)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{2x+4}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $y = -2$ .                      B.  $x = -2$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $y = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = 1$ .

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình  $y = 1$ .

**Câu 33. (Mã 103 - 2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       |           | $-$       |
| $f(x)$  | $-1$      | $+\infty$ | $-1$      |

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A.**  $x = -1$  .                      **B.**  $y = -1$  .                      **C.**  $y = -2$  .                      **D.**  $x = -2$  .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta thấy:  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$  .

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là  $x = -2$  .

**Câu 34. (Mã 104-2022)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       |           | $-$       |
| $f(x)$  | $-1$      | $+\infty$ | $-1$      |

Tiệm cận đứng của đồ thị đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A.**  $y = -1$  .                      **B.**  $y = -2$  .                      **C.**  $x = -2$  .                      **D.**  $x = -1$  .

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta có  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = +\infty$  , suy ra đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$  .

**Câu 35. (Mã 101-2023)** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-2}$  có phương trình là

- A.**  $x = 2$  .                      **B.**  $x = -2$  .                      **C.**  $x = 3$  .                      **D.**  $x = \frac{1}{2}$  .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-1}{x-2} = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-1}{x-2} = -\infty$ . Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là  $x=2$ .

**Câu 36. (Mã 102-2023)** Cho hàm số  $y=f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |  |           |  |           |
|------|-----------|--|-----------|--|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |  | $1$       |  | $+\infty$ |
| $y'$ |           |  |           |  |           |
| $y$  |           |  | $+\infty$ |  | $3$       |

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.**  $x=-1$ .      **B.**  $x=-3$ .      **C.**  $x=3$ .      **D.**  $x=1$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$  suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là  $x=1$ .

**Câu 37. (Đề Minh Họa 2023)** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{3x-1}$  là đường thẳng có phương trình

- A.**  $y = \frac{1}{3}$       **B.**  $y = -\frac{2}{3}$       **C.**  $y = -\frac{1}{3}$       **D.**  $y = \frac{2}{3}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{3x-1}$  có phương trình  $y = \frac{2}{3}$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ . Xét các mệnh đề sau:

- (I). Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y=0$ .  
 (II). Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng  $x=1$  và  $x=2$ .  
 (III). Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Chỉ có (III) đúng.      **B.** Chỉ có (I) và (II) đúng.  
**C.** Chỉ có (I) và (III) đúng.      **D.** Cả (I), (II) và (III) đều đúng.

**Lời giải**

Ta có  $y = \frac{1}{x-2}$ .

$\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0$ . Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = 0$ . Do đó (I) đúng.

$\lim_{x \rightarrow 2} y = \infty$ . Vậy đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng  $x = 2$ . Do đó (II) sai.

Vì bậc tử thức bé hơn bậc mẫu thức nên hàm số không có tiệm cận xiên.

Do đó (III) đúng.

Vậy chọn đáp án **C**.

### Dành cho đối tượng học sinh khá – giỏi

**Câu 39.** Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

A.  $y = \frac{x+3}{2x-1}$       B.  $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$       C.  $y = \frac{4}{x-1}$       D.  $y = \frac{2x}{x^2+1}$ .

#### Lời giải

Hàm số  $y = \frac{x+3}{2x-1}$  có một tiệm cận đứng  $x = \frac{1}{2}$  và một tiệm cận ngang  $y = \frac{1}{2}$ .

Hàm số  $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3} = x - \frac{2}{x+3}$  có một tiệm cận đứng  $x = -3$  và một tiệm cận xiên  $y = x$ .

Hàm số  $y = \frac{4}{x-1}$  có một tiệm cận đứng  $x = 1$  và một tiệm cận ngang  $y = 0$ .

Hàm số  $y = \frac{2x}{x^2+1}$  có một tiệm cận ngang  $y = 0$ .

Vậy chọn đáp án **D**.

**Câu 40.** Đường thẳng  $2y+1=0$  là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

A.  $y = \frac{x+1}{2x+1}$       B.  $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$       C.  $y = \frac{2x+1}{1-x}$       D.  $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

#### Lời giải

Hàm số  $y = \frac{x+1}{2x+1}$  có tiệm cận ngang  $y = \frac{1}{2}$ .

Hàm số  $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$  không có tiệm cận ngang.

Hàm số  $y = \frac{2x+1}{1-x}$  có tiệm cận ngang  $y = -2$ .

Hàm số  $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$  có tiệm cận ngang  $y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2y+1=0$ .

Vậy chọn đáp án **D**.

**Câu 41.** Đường thẳng  $x = -1$  là tiệm cận đứng của hàm số nào sau đây?

A.  $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$       B.  $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$       C.  $y = \frac{x+1}{x^2+4x+3}$       D.  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$

**Lời giải**

Ta có  $x^2 + 1 > 0, \forall x$ , vậy hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$  không có tiệm cận đứng.  $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2-1} = \frac{x+2}{x-1}$  không có tiệm cận đứng là  $x = -1$ .

$y = \frac{x+1}{x^2+4x+3} = \frac{1}{x+3}$  không có tiệm cận đứng là  $x = -1$ .

$y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1}$  có tiệm cận đứng là  $x = -1$ .

Vậy chọn đáp án **B.**

**Câu 42.** Cho hàm số  $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$  (C). Khoảng cách từ  $M(2; -1)$  đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là :

**A.**  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

**B.**  $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$

**C.** 2

**D.** 4

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x+3} = 0$ . Vậy  $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$  ( $\Delta$ ) là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

$$d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

Vậy chọn đáp án **B.**

**Câu 43.** Với giá trị nào của  $m$  thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = x + m + \frac{3}{m-x}$  đi qua điểm  $M(1; 2)$ .

**A.**  $m = 1$

**B.**  $m = 0$

**C.**  $m = 2$

**D.** Một đáp án khác.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{m-x} = 0$

Vậy  $y = x + m$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Để  $M(1; 2)$  nằm trên tiệm cận xiên thì  $2 = 1 + m \Leftrightarrow m = 1$ .

Vậy chọn đáp án **A.**

**Câu 44.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  có đồ thị là (C),  $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ . Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ  $M_0$  đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

**A.** 2.

**B.** 4.

**C.** 1.

**D.** 0.

**Lời giải**

Ta có tiệm cận đứng  $\Delta_1: x+1=0$ .

Tiệm cận ngang  $\Delta_2 : y - 2 = 0$ .

$$d_1 = d(M_0, \Delta_1) = |x_0 + 1|; d_2 = d(M_0, \Delta_2) = |y_0 - 2| = \frac{1}{|x_0 + 1|}.$$

$$d_1 + d_2 = |x_0 + 1| + \frac{1}{|x_0 + 1|} \geq 2$$

Khi đó

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $d_1 + d_2$  là 2.

Do đó chọn đáp án #A.

- Câu 45.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  (C). Tìm điểm  $M \in (C)$  có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất. Chọn câu trả lời đúng?
- A.**  $M_1(0;1)$       **B.**  $M_2(-2;3)$       **C.**  $M_3(0;-2)$       **D.** Cả 2 điểm  $M_1$  và  $M_2$ .

**Lời giải**

Theo kết quả từ bài 8, ta có:

$$d_1 + d_2 = 2 \Leftrightarrow (x_0 + 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1 \\ x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 3 \end{cases}$$

Vậy các điểm cần tìm  $M_1(0;1); M_2(-2;3)$ .

Do đó chọn đáp án **D.**

- Câu 46.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$  có đồ thị (C). Tích khoảng cách từ  $M$  bất kỳ trên (C) đến hai đường tiệm cận của (C) bằng:
- A.**  $2\sqrt{2}$       **B.** 2      **C.**  $\sqrt{2}$       **D.** 1.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -2} y = \infty$  Vậy  $x + 2 = 0 (\Delta_1)$  là tiệm cận đứng.

Mặt khác,  $y = x + \frac{4}{x+2}$  và  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x+2} = 0$ .

Vậy  $x - y = 0 (\Delta_2)$  là tiệm cận xiên.

Gọi  $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ . Khi đó  $y_0 = x_0 + \frac{4}{x_0 + 2}$ .

Ta có  $d(M_0, \Delta_1) = |x_0 + 2|$

$$d(M_0, \Delta_2) = \frac{|x_0 - y_0|}{\sqrt{2}} = \frac{\left| x_0 - x_0 - \frac{4}{x_0 + 2} \right|}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}|x_0 + 2|}$$

$$d(M_0, \Delta_1) \cdot d(M_0, \Delta_2) = |x_0 + 2| \frac{4}{\sqrt{2} |x_0 - 2|} = 2\sqrt{2}$$

Vậy

Do đó chọn đáp án #A.

- Câu 47.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$  là  $(C_m)$ . Giá trị của  $m$  làm cho  $(C_m)$  không có tiệm cận đứng là:  
**A.**  $m = 0$ . **B.**  $m = 1$  **C.**  $m = 0$  hoặc  $m = 1$ . **D.**  $m = 0$  hoặc  $m = -1$ .

**Lời giải**

Hàm số không có tiệm cận đứng khi  $x = m$  là nghiệm của:

$$2x^2 - 3x + m = 0 \text{ tức là } 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án **C.**

- Câu 48.** Cho hàm số  $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$  có đồ thị  $(C_m)$ .  
 Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị  $(C_m)$  có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên. Chọn câu trả lời đúng.

- A.**  $m = \frac{7}{2}$  **B.**  $m = \frac{3}{2}$  **C.**  $m = 2$  **D.**  $m = 0$

**Lời giải**

Ta có  $m = 0$  thì  $y = \frac{6x - 2}{x + 2}$  có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

$$m \neq 0 \text{ thì } y = mx + 6 - 2m + \frac{4m - 14}{x + 2}.$$

Nếu  $4m - 14 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$  thì hàm số không có tiệm cận.

Vậy chọn đáp án **D.**

- Câu 49.** Với giá trị của  $m$  thì đồ thị hàm số  $y = \frac{x + 2}{x^2 - 4x + m}$  chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang. Chọn câu trả lời đúng.  
**A.** 4. **B.** 3 **C.** 2. **D.** 1

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0$ , vậy  $y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang thì  $x^2 - 4x + m = 0$  có nghiệm  $x \neq 2$ .

$$\text{Tức là: } \begin{cases} \Delta = 4 - m = 0 \\ 12 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$$

Vậy chọn đáp án #A.

- Câu 50.** Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị hàm số  $y = \frac{mx - 1}{2x + m}$  có tiệm cận đứng đi qua  $M(-1, \sqrt{2})$ . Chọn câu trả lời đúng:
- A.  $m = \frac{1}{2}$       B.  $m = 2$       C.  $m = 0$       D.  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\frac{m}{2}} y = \infty$ . Vậy  $x = -\frac{m}{2}$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Để tiệm cận đứng qua  $M(-1, \sqrt{2})$  thì  $-\frac{m}{2} = -1 \Leftrightarrow m = 2$ .

Vậy chọn đáp án **B.**

- Câu 51.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{3x^2 - 12x + 1}{x^2 - 4x - 5}$  có bao nhiêu tiệm cận. Chọn câu trả lời đúng.
- A. 4.      B. 3.      C. 2      D. 5.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1} y = \infty$ , vậy  $x = -1$  là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow 5} y = \infty$ , vậy  $x = 5$  là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow \infty} y = 3$ , vậy  $y = 3$  là tiệm cận ngang.

Do đó chọn đáp án **B.**

- Câu 52.** Cho hàm số  $y = \frac{3x - 1}{x + 2}$  (C) và đường thẳng  $5x - 12y + 7 = 0$  ( $\Delta$ ). Khoảng cách từ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đến đường thẳng ( $\Delta$ ) bằng:
- A.  $\frac{46}{13}$       B.  $\frac{37}{13}$       C.  $\frac{41}{3}$       D. 3.

**Lời giải**

Ta có tiệm cận đứng của đồ thị (C) là  $x = -2$ .

Tiệm cận ngang của đồ thị (C) là  $y = 3$ .

Vậy giao điểm của hai tiệm cận là  $I(-2; 3)$ .

$$d(I, \Delta) = \frac{|5(-2) - 12 \cdot 3 + 7|}{\sqrt{25 + 144}} = \frac{39}{13} = 3.$$

Vậy chọn đáp án **D.**

- Câu 53.** Câu nào sau đây là sai?

- A. Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$  có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

**B.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+5}{x^2+1}$  có một tiệm cận ngang.

**C.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x^2-x-6}$  có một tiệm cận ngang và 2 tiệm cận đứng.

**D.** Tất cả các ý A, B, C đều sai.

### Lời giải

Ta có đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  có một tiệm cận đứng  $x=1$  và một tiệm cận ngang  $y=2$ . Vậy A là đúng.

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+5}{x^2+1}$  chỉ có một tiệm cận ngang  $y=0$ .

Vậy B là đúng.

Đồ thị  $y = \frac{x+2}{x^2-x-6} = \frac{1}{x-3}$  có một tiệm cận đứng  $x=3$  và một tiệm cận ngang  $y=0$ . Vậy C là sai.

Do đó chọn đáp án **C**.

**Câu 54.** Cho các hàm số sau:

$$y = \frac{x+1}{x-1} (C_1); \quad y = \frac{2x+1}{x^2+1} (C_2); \quad y = \frac{1}{x} (C_3); \quad y = x^3 + 3x (C_4)$$

Các đồ thị của các hàm số trên, đồ thị hàm số nào không có tiệm cận?

**A.**  $(C_1)$  và  $(C_3)$       **B.**  $(C_4)$       **C.**  $(C_3)$  và  $(C_4)$       **D.**  $(C_2), (C_3)$  và  $(C_4)$ .

### Lời giải

Ta có: Đồ thị  $(C_1)$  có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Đồ thị  $(C_2)$  có một tiệm cận ngang.

Đồ thị  $(C_3)$  có một tiệm cận ngang.

Đồ thị  $(C_4)$  không có tiệm cận.

Vậy chọn đáp án **B**.

**Câu 55.** Tìm phương trình các đường tiệm cận của hàm số  $y = x + \sqrt{x^2+1}$ . Chọn câu trả lời đúng.

**A.**  $y=2x$       **B.**  $y=0$       **C.**  $y=2x$  và  $y=0$       **D.** Một đáp án khác.

### Lời giải

Ta có: 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{x} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sqrt{x^2 + 1} - 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = 0$$

Vậy  $y = 2x$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số khi  $x \rightarrow +\infty$ .

Mặt khác, 
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x} = 0$$

Vậy  $y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số khi  $x \rightarrow -\infty$ .

Vậy chọn đáp án **C**.

**Câu 56. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} \text{ là}$$

**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Tiệm cận ngang:**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left( 5 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 5$$

Ta có:

nên đồ thị hàm

số có một tiệm cận ngang  $y = 5$ .

**Tiệm cận đứng:**

Cho 
$$x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có: 
$$\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(5x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+1}{x+1} = \frac{6}{2} = 3$$

nên  $x = 1$  không là tiệm

cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left( \frac{1}{x+1} \cdot \frac{5x^2 - 4x - 1}{x-1} \right) = -\infty$$

$$\text{vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{x+1} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x-1} = -4 < 0 \end{cases}$$

Khi đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng  $x = -1$ .

Tổng cộng đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

**Câu 57. (Đề Tham Khảo 2018)** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A.  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

B.  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

C.  $y = \sqrt{x^2 - 1}$

D.  $y = \frac{x}{x + 1}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x+1} = -\infty$  nên đường thẳng  $x = -1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 58. (Mã 110 2017)** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$ .

A. 2

B. 3

C. 0

D. 1

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 1$$

Ta có:  $\Rightarrow y = 1$  là đường tiệm cận ngang.

Mặt khác:

$$\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\frac{3}{2}$$

$\Rightarrow x = 1$  không là đường tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x-4)}{(x+1)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x-4)}{(x+1)} = +\infty$$

$\Rightarrow x = -1$  là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

**Câu 59. (Mã 123 2017)** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số:  $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$

A. 2

B. 3

C. 1

D. 0

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = \frac{x+1}{x+4}$  (với điều kiện xác định), do đó đồ thị hàm có 1 tiệm cận đứng.

- Câu 60. (Mã 101 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x}$  là  
**A.** 1                                      **B.** 2                                      **C.** 0                                      **D.** 3

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định của hàm số:  $D = [-9; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x} = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x} = -\infty$ .  
 $\Rightarrow$  TCD:  $x = -1$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{(x^2 + x)(\sqrt{x+9} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{(x^2 + x)(\sqrt{x+9} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9} + 3)} = \frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow x = 0$  không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

- Câu 61. (Mã 102 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x}$  là  
**A.** 2                                      **B.** 1                                      **C.** 3                                      **D.** 0

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định của hàm số:  $D = [-4; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{1}{4}$ .

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x} = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x} = -\infty$

$\Rightarrow$  TCD:  $x = -1$ .

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

- Câu 62.** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$ .  
**A.**  $x = 3$  và  $x = 2$ .                      **B.**  $x = 3$ .                      **C.**  $x = -3$  và  $x = -2$ .                      **D.**  $x = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \\&= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x-1)^2 - (x^2+x+3)}{(x^2-5x+6)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} \\&= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})} = -\frac{7}{6}\end{aligned}$$

Tương tự  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\frac{7}{6}$ . Suy ra đường thẳng  $x=2$  **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty$ . Suy ra đường thẳng  $x=3$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

- Câu 63. (Mã 103 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$  là  
**A.** 3                                      **B.** 2                                      **C.** 0                                      **D.** 1

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định  $D = [-25; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$ . Biến đổi  $f(x) = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)}$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+25}+5)} = +\infty$  nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng  $x = -1$ .

- Câu 64. (Mã 104 2018)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$  là  
**A.** 3                                      **B.** 2                                      **C.** 1                                      **D.** 0

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định hàm số  $D = [-16; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$ .  
 Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \frac{1}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = +\infty$$

vì  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (\sqrt{x+16} + 4) = \sqrt{15} + 4 > 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x+1) = 0$  và  $x \rightarrow (-1)^+$  thì  $x > -1 \Rightarrow x+1 > 0$ .

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16} + 4)} = -\infty$$

Tương tự

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là  $x = -1$ .

- Câu 65. (Chuyên Sơn La 2019)** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x}$  là  
**A.** 3.                                      **B.** 0.                                      **C.** 1.                                      **D.** 2.

**Lời giải**

TXĐ:  $D = [-4; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$ .

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x} = -\infty$

Nên đường thẳng  $x = -1$  là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x \rightarrow 0} y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+4} - 2)(\sqrt{x+4} + 2)}{x(x+1)(\sqrt{x+4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+4} + 2)} = \frac{1}{4}$$

Nên đường thẳng  $x = 0$  không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng  $x = -1$ .

- Câu 66. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019)** Đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$  có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?  
**A.** 4.                                      **B.** 3.                                      **C.** 1.                                      **D.** 2.

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số  $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

TH1:  $x < -1 \Rightarrow x+1 < 0$ . Khi đó  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{-\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ .

Suy ra hàm số TCN  $y = -1$ , không có TCD.

TH2:  $x > 1 \Rightarrow x+1 > 0$ . Khi đó  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ .

Suy ra hàm số TCN  $y = 1$ , TCD  $x = 1$ .

Vậy hàm số có 2 TCN và 1 TCD

$$y = \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2}$$

**Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{6}{x}} - \frac{2}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4+\frac{6}{x}} - \frac{2}{x}}{1+\frac{2}{x}} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^{\pm}} \frac{\sqrt{x(4x+6)} - 2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^{\pm}} \frac{(x+2)(4x-2)}{(x+2)(\sqrt{x(4x+6)}+2)} = \lim_{x \rightarrow -2^{\pm}} \frac{4x-2}{\sqrt{x(4x+6)}+2} = \frac{-5}{2}$$

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang  $y = \pm 2$ .

số  $y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$  là

### Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Dkxd: } \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 2, x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = +\infty$

nên đường thẳng  $x=2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \right) = 0$$

nên đường thẳng  $y=0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$y = \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2 - 2x - 3}$$

## Lời giải

**Chọn A**

$$D = [-2; 2] \setminus \{-1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2 - 2x - 3} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2 - 2x - 3} = -\infty$$

Điểm  $x = -1$  là tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

Vậy  $m + n = 1$ .

**Câu 70.** Gọi  $n, d$  lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}. \text{ Khẳng định nào sau đây là đúng?}$$

- A.**  $n = 0, d = 2$       **B.**  $n = d = 1$       **C.**  $n = 1, d = 2$       **D.**  $n = 0, d = 1$

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định:  $D = (0; 1)$ .

Từ tập xác định suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.  $n = 0$ .

$$+) \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}} = -\infty$$

$$+) \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}} = -\infty$$

Suy ra đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng,  $d = 2$ .

**Câu 71. (Đề Minh Họa 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} \text{ có hai tiệm cận ngang}$$

- A.**  $m < 0$   
**B.**  $m = 0$   
**C.**  $m > 0$   
**D.** Không có giá trị thực nào của  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét các trường hợp sau:

Với  $m = 0$ : hàm số trở thành  $y = x + 1$  nên không có tiệm cận ngang.

Với  $m < 0$ :

hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \frac{x+1}{\sqrt{1-|m|x^2}}$  có tập xác định là  $D = \left( -\frac{1}{\sqrt{|m|}}; \frac{1}{\sqrt{|m|}} \right)$  suy ra không tồn tại giới hạn  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$  hay hàm số không có tiệm cận ngang. Với  $m > 0$ :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{-x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}.$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{|x|\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}.$$

và

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là:  $y = \frac{1}{\sqrt{m}}; y = -\frac{1}{\sqrt{m}}$  khi  $m > 0$ .

**Câu 72. (Chuyên KHTN - 2020)** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên  $m$  để đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$$

có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của  $S$  là

**A.** vô số. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện xác định  $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x^2-6x+2m > 0 \end{cases}$ .

Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình  $x^2-6x+2m=0$  có hai nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9-2m > 0 \\ x_1+x_2 > -2 \\ (-2)^2-6(-2)+2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ 3 > -2 \\ 4+12+2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ m > -8 \end{cases}$$

phân biệt  $x_1, x_2$  lớn hơn -2

Do đó tập  $S = \{-7; -6; -5; \dots; 4\}$  có 12 giá trị.

**Câu 73. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019)** Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = \frac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$  ( $m, n$  là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng  $m+n$ .  
**A.** 0 **B.** -3 **C.** 3 **D.** 6

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo công thức tìm nhanh tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ta có

Đồ thị hàm số nhận  $x = -\frac{d}{c} = -m - 3 = 0$  làm TCD  $\Rightarrow m = -3$

Đồ thị hàm số nhận  $y = \frac{a}{c} = n - 3 = 0$  làm TCN  $\Rightarrow n = 3$ .

Vậy  $m + n = 0$ .

**Câu 74.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ . Tìm  $a, b$  để đồ thị hàm số có  $x=1$  là tiệm cận đứng và  $y = \frac{1}{2}$  là tiệm cận ngang.

**A.**  $a = -1; b = 2$       **B.**  $a = 4; b = 4$       **C.**  $a = 1; b = 2$       **D.**  $a = -1; b = -2$

**Lời giải**

**Chọn C**

+  $b = 0 \Rightarrow$  đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+1}{-2}$  không có tiệm cận.

+  $b \neq 0$ , tập xác định của hàm số  $y = \frac{ax+1}{bx-2}$  là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{b} \right\}$ .

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a + \frac{1}{x}}{b - \frac{2}{x}} = \frac{a}{b}$$

$\Rightarrow$  đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+1}{bx-2}$  có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = 2a$ .

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{b}^+} y = \lim_{x \rightarrow \frac{2}{b}^+} \frac{ax+1}{bx-2} = \begin{cases} +\infty \\ -\infty \end{cases}$$

$\Rightarrow$  đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+1}{bx-2}$  có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = \frac{2}{b} \Rightarrow \frac{2}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow a = 1$ .

Vậy  $a = 1; b = 2$ .

**Câu 75.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 2016x + 2017} - 24\sqrt{7}}{x - m}$  có tiệm cận đứng?

**A.** vô số.      **B.** 2.      **C.** 2017      **D.** 2019.

**Lời giải**

**Chọn C**

Biểu thức:  $\sqrt{-x^2 + 2016x + 2017}$  có nghĩa khi  $-x^2 + 2016x + 2017 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2017$ .

Đặt  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2016x + 2017}$ .

$x - m = 0 \Leftrightarrow x = m$ . Vậy đồ thị nếu có tiệm cận đứng chỉ có thể là  $x = m$ , khi đó điều kiện là:

Xét

$$\begin{cases} -1 \leq x \leq 2017 \\ f(m) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in [-1; 2017] \\ \sqrt{-m^2 + 2016m + 2017} \neq 24\sqrt{7} \end{cases} \quad (1)$$

$$(*) \Leftrightarrow m^2 - 2016m + 2015 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2015 \end{cases} \quad (2)$$

Ta có

Từ (1), (2)  $\Rightarrow m \in [-1; 2017] \setminus \{1; 2015\} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}}$  có  $2019 - 2 = 2017$  số nguyên  $m$  thỏa mãn bài toán  $\rightarrow$  đáp án **C**.

**Câu 76. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-1}{x^3 + 3x^2 + m+1} \text{ có đúng một tiệm cận đứng?}$$

A.  $\begin{cases} m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$       C.  $-5 \leq m < -1$       D.  $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$ .

+ Nếu  $f(1) = 0 \Rightarrow m = -5$ . Khi đó  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4 = (x-1)(x+2)^2$  nên

$$y = \frac{x-1}{f(x)} = \frac{1}{(x-2)^2}.$$

Như vậy, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng  $x = 2$ .

+ Nếu  $m \neq -5$  thì đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi  $f(x)$  có đúng 1 nghiệm thực khác 1.

Xét  $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$  có  $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$  và hàm số đạt cực đại tại  $x = -2, f(-2) = m + 5$ ; hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0, f(0) = m + 1$ .

Để  $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$  có đúng 1 nghiệm thực khi

$$\begin{cases} f(-2) < 0 \\ f(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 5 < 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng khi  $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$ .

**Câu 77. (Sở Vĩnh Phúc 2022)** Có bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-1}{x^2 - (2m+1)x + m^2 - 3} \text{ có đúng hai đường tiệm cận?}$$

A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 0.

### Lời giải

#### Chọn C

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2 - (2m+1)x + m^2 - 3}$  có 1 tiệm cận ngang là  $y=0$ .

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2 - (2m+1)x + m^2 - 3}$  có đúng hai đường tiệm cận

U Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2 - (2m+1)x + m^2 - 3}$  có đúng 1 tiệm cận đứng

U Phương trình  $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 3 = 0$  có nghiệm kép hoặc phương trình  $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 3 = 0$  có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ \Delta > 0 \\ 1 - (2m+1) + m^2 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+1)^2 - 4(m^2 - 3) = 0 \\ (2m+1)^2 - 4(m^2 - 3) > 0 \\ m^2 - 2m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{13}{4} \\ m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy có ba giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 78.** (THPT Lương Văn Can - 2018) Cho đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$ . Khi đó đường thẳng nào

sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)-2}$ ?

A.  $x=1$ .

B.  $x=-2$ .

C.  $x=-1$ .

D.  $x=2$ .

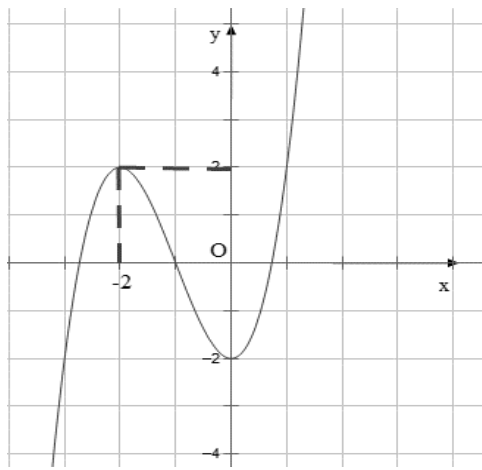
### Lời giải

$$f(x)=2 \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x-1}=2 \Rightarrow 3x-1=2x-2 \Leftrightarrow x=-1.$$

Với  $y = \frac{1}{f(x)-2}$  ta có  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$

Vậy đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)-2}$  có đường tiệm cận đứng  $x=-1$ .

**Câu 79.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2019}{f(x)-1}$  là

- A.** 1.                      **B.** 2.                      **C.** 3.                      **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

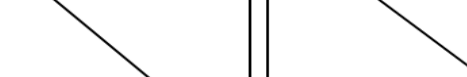
Từ đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  suy ra tập xác định của hàm số  $y = f(x)$  là  $D = \mathbb{R}$

Do đó số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2019}{f(x)-1}$  chính là số nghiệm của phương trình  $f(x) = 1$ .

Qua đồ thị ta có: Đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm phân biệt nên phương trình  $f(x) = 1$  có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số  $y = \frac{2019}{f(x)-1}$  có 3 đường tiệm cận đứng.

**Câu 80. (Chuyên Thái Bình - 2020)** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  có bảng biến thiên như sau:

| $x$                                                                                 | $-\infty$ | $-1$ | $+\infty$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------|------|-----------|
| $y'$                                                                                | -         |      |           |
| $y$                                                                                 | 2         |      | $+\infty$ |
|  |           |      |           |
|                                                                                     | $-\infty$ |      | $-2$      |

Hỏi đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A.** 4.                      **B.** 3.                      **C.** 2.                      **D.** 1.

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = -\frac{1}{2}$ .

Suy ra đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)}$  có hai đường tiệm cận ngang là  $y = \frac{1}{2}$  và  $y = -\frac{1}{2}$ .

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  ta thấy: phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1 < -1 < x_2$ .

Khi đó:  $f(x_1) = f(x_2) = 0$ .

Ta có:  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow x_1} f(x) = 0 \\ f(x) > 0 \text{ khi } x \rightarrow x_1^- \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_1} \frac{1}{f(x)} = +\infty$  và  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow x_2} f(x) = 0 \\ f(x) > 0 \text{ khi } x \rightarrow x_2^- \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_2} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ .

Vậy đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{f(x)}$  có hai tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = x_1$  và  $x = x_2$ .

Do đó chọn **A**.

**Câu 81. (Kim Liên - Hà Nội 2019)** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(\tan x) = \cos^4 x$ . Tìm tất cả các giá

trị thực của  $m$  để đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{2019}{f(x) - m}$  có hai tiệm cận đứng.

**A.**  $m < 0$ .

**B.**  $0 < m < 1$ .

**C.**  $m > 0$ .

**D.**  $m < 1$ .

### Lời giải

#### Chọn B

$$f(\tan x) = \cos^4 x \Leftrightarrow f(\tan x) = \frac{1}{(1 + \tan^2 x)^2} \Rightarrow f(t) = \frac{1}{(1 + t^2)^2}$$

$$g(x) = \frac{2019}{f(x) - m} \Rightarrow g(x) = \frac{2019}{\frac{1}{(1 + x^2)^2} - m}$$

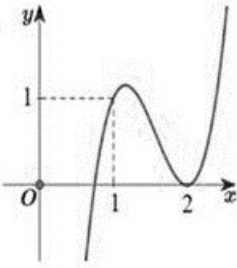
Hàm số

Hàm số  $g(x)$  có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình  $\frac{1}{(1 + x^2)^2} - m = 0$  có hai nghiệm

$$\Leftrightarrow (1 + x^2)^2 = \frac{1}{m} > 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1$$

phân biệt

**Câu 82. (THPT Quỳnh Lưu- Nghệ An- 2019)** Cho hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ sau.



Hỏi đồ thị hàm số  $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-1}}{(x+1)[f^2(x) - f(x)]}$  có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 5.                      B. 4.                      C. 6.                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $g(x) = \frac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{(x+1)f(x)[f(x)-1]}$

Đkxd:  $\begin{cases} x \geq 1 \\ f(x) \neq 0 \\ f(x) \neq 1 \end{cases}$

Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , ta có:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = x_1 \end{cases}$  với  $x = 2$  là nghiệm kép,  $x_1 \in (0; 1)$ .

$f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$  với  $x_2 \in (1; 2); x_3 > 2$ .

Vậy  $g(x) = \frac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{a^2(x+1)(x-2)^2(x-x_1)(x-1)(x-x_2)(x-x_3)}$

$= \frac{\sqrt{x-1}}{a^2(x+1)(x-2)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}$

Vậy đồ thị hàm số có 3 TCD  $x = 2; x = x_2; x = x_3$  (do  $x \geq 1$  nên ta loại  $x = -1; x = x_1$ ).