**A. GIỚI THIỆU BĐT CÔ-SI**

1. **BĐT Cô –si dạng cơ bản:**
2. BĐT cô-si 2 biến: Cho $x;y$ là các số thực không âm ta có:

Dạng 1: $\frac{x+y}{2}\geq \sqrt{xy}$ Dạng 2: $x+y\geq 2\sqrt{xy}$ Dạng 3: $\left(\frac{x+y}{2}\right)^{2}\geq xy$

Dấu bằng xảy ra khi $x=y$

1. BĐT cô-si 3 biến; Cho $x;y;z$ là các số thực không âm ta có:

Dạng 1: $\frac{x+y+z}{3}\geq \sqrt{xyz}$ Dạng 2: $x+y+z\geq 3\sqrt{xyz}$ Dạng 3: $\left(\frac{x+y+z}{3}\right)^{3}\geq xyz$

Ý nghĩa hình học : Trong các hình chữ nhật có cùng chu vi, hình vuông có diện tích lớn nhất.

 Trong các hình chữ nhật có cùng chu vi, hình vuông có diện tích lớn nhất.

1. **BĐT Cô-si cho** $n$ **số không âm**

$∀a\_{1}; a\_{2};...; a\_{n}\geq 0$, ta có: $a\_{1}+a\_{2}+...+a\_{n}\geq n.\sqrt[n]{a\_{1}a\_{2}...a\_{n}}$

Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi $a\_{1}=a\_{2}=...=a\_{n}$

BĐT Cô-si ngược dấu cho $n$ số không âm

$∀a\_{1}; a\_{2};...; a\_{n}\geq 0$, ta có: $a\_{1}a\_{2}...a\_{n}\leq \left(\frac{a\_{1}+a\_{2}+...+a\_{n}}{n}\right)^{n}$

Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi $a\_{1}=a\_{2}=...=a\_{n}$

**B. Bài tập**

**Câu 1. (Nhận biết)** Bất đẳng thức Côsi cho hai số $a, b$ không âm có dạng nào trong các dạng được cho dưới đây?

**A.** $\frac{a+b}{2}\geq 2\sqrt{a+b}$. **B.** $\frac{a-b}{2}\geq 2\sqrt{ab}$. **C.** $\frac{a+b}{2}\geq \sqrt{ab}$. **D.** $\frac{a+b}{2}\geq 2\sqrt{ab}$.

**Bài giải**

**Cách 1. Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có:**$ \frac{a+b}{2}\geq \sqrt{ab}$**. Chọn đáp án C**

**Cách 2. Trắc nghiệm**

**Câu 2. (Nhận biết) Cho ba số không âm** $a, b,c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $a+b+c\geq 3\sqrt[3]{abc}$. **B.** $abc\geq 3\sqrt[3]{a+b+c}$.

**C.** $a+b+c\geq 3\sqrt{abc}$. **D.** $a+b+c\geq 4\sqrt[3]{abc}$.

Bài giải

Cách 1. Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có:

$a+b+c\geq 3\sqrt[3]{abc}$ Chọn đáp án A

Cách 2. Trắc nghiệm

**Câu 3. (Thông hiểu) Cho** $a, b,c$.  **là số thực dương , bất đẳng thức nào sau đây đúng**

$A.  \frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\geq 6$$B.  \frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\geq 3 .$

$C.  \frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\geq 4 . D.  \frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c}\geq 8 .$

**Bài giải**

**Ta có :**



Câu 4. Cho  là số dương lớn hơn 1,b là số dương lớn hơn a, bất đẳng thức nào sau đây đúng:

**A. **.

**B. **.

**C. **.

**D. **

**Bài giải**



Đáp án B.

**Câu 5. (Thông hiểu)** Chứng minh rằng:

a) $\left(x+y\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\geq 4 \left(x;y>0\right)$ b) $\left(x+y+z\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\geq 9 (x;y;z>0)$

**Lời giải**

1. Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có:



Và 

Do đó 

b : chứng minh tương tự câu a

**Câu 6. (Thông hiểu)** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng:



**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho ba số dương ta được



Bất đẳng thức được chứng minh. Dấu đẳng thức xẩy ra khi và chỉ khi



**Câu 7. (Vận dụng )** Cho ba số thực dương $a,b,c$ thoả mãn $\left\{\begin{array}{c}a>c\\b>c\end{array}\right.$.

 Chứng minh rằng:

$$\sqrt{c\left(a-c\right)}+\sqrt{c\left(b-c\right)}\leq \sqrt{ab}$$

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Cô Si, ta có:

 (đpcm)

**Câu 8. (Vận dụng cao)** Cho ba số thực dương $a,b,c$. Chứng minh rằng:

$$1+\sqrt[3]{abc}\leq \sqrt[3]{\left(1+a\right)\left(1+b\right)\left(1+c\right)}$$

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có:





 (đpcm)