

**Bài 1. (2 điểm)** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $x^2 - 6xy + 9y^2 - 49$

b)  $x^2 - 6x + 5$

**Bài 2. (1,5 điểm)** Thực hiện phép tính: 
$$A = \frac{1}{x-2} + \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 7x + 10} - \frac{2x - 4}{x - 5}$$

**Bài 3. (1,5 điểm)** Giải phương trình: 
$$\frac{x+2005}{4} + \frac{x+2004}{5} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004}$$

**Bài 4. (2 điểm)** Cho tam giác ABC. Gọi  $M, N$  thứ tự là trung điểm của cạnh  $AB, AC$ . Vẽ  $BE \perp MN, CF \perp MN$  ( $E, F$  thuộc đường thẳng MN)

a) Chứng minh rằng: Tứ giác  $BEFC$  là hình chữ nhật

b) Chứng minh rằng :  $S_{BEFC} = S_{ABC}$

**Bài 5. (2 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ), đường phân giác  $AD$ . Qua trung điểm  $M$  của BC, kẻ đường thẳng song song với AD, cắt AC và AB theo thứ tự ở  $E$  và  $K$ .  
Chứng minh rằng:

a)  $AE = AK$

b)  $BK = CE$

**Bài 6. (1 điểm)** Chứng minh rằng:  $n^3 + 3n^2 + 2n \vdots 6$  với mọi số nguyên  $n$

### ĐÁP ÁN

**Bài 1a)**

$$\begin{aligned}x^2 - 6xy + 9y^2 - 49 &= (x^2 - 6xy + 9y^2) - 7^2 \\ &= (x - 3y)^2 - 7^2 = (x - 3y - 7)(x - 3y + 7)\end{aligned}$$

**Bài 1b)**

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 5 &= x^2 - x - 5x + 5 \\ &= x(x - 1) - 5(x - 1) = (x - 1)(x - 5)\end{aligned}$$

**Bài 2.**

$$x^2 - 7x + 10 = (x - 5)(x - 2)$$

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{x-2} + \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 7x + 10} - \frac{2x - 4}{x - 5} = \frac{1}{x-2} + \frac{x^2 - x - 2}{(x-5)(x-2)} - \frac{2x-4}{x-5} \\ &= \frac{x-5 + x^2 - x - 2 - (2x-4)(x-2)}{(x-5)(x-2)} = \frac{-x^2 + 8x - 15}{(x-5)(x-2)} = \frac{-(x-5)(x-3)}{(x-5)(x-2)} = \frac{-x+3}{x-2}\end{aligned}$$

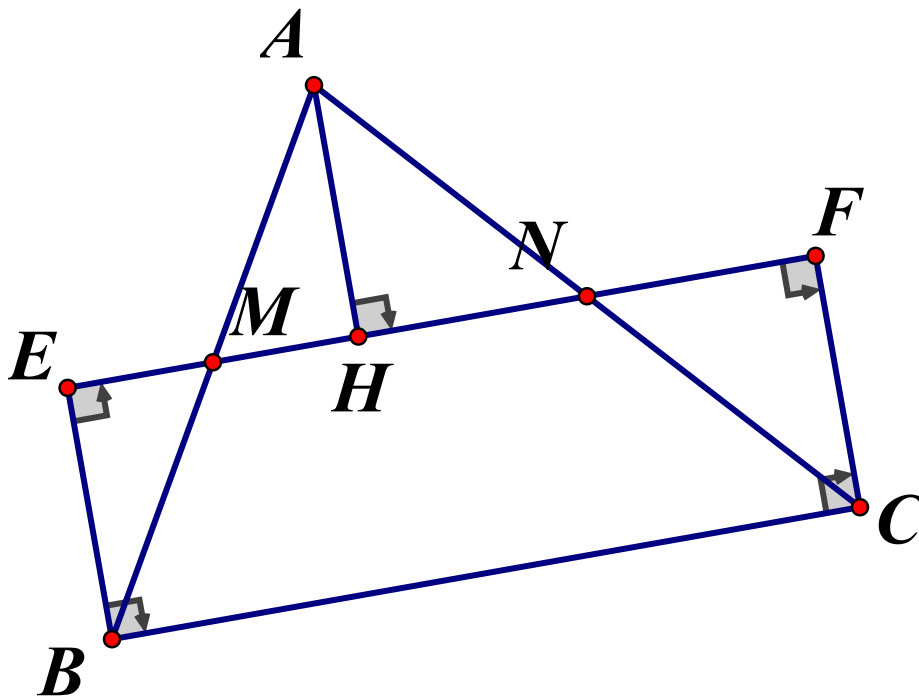
**Bài 3.**

$$\begin{aligned}a) \quad & \frac{x+2005}{4} + \frac{x+2004}{5} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004} \\ \Leftrightarrow & \left( \frac{x+2005}{4} + 1 \right) + \left( \frac{x+2004}{5} + 1 \right) = \left( \frac{x+4}{2005} + 1 \right) + \left( \frac{x+5}{2004} + 1 \right) \\ \Leftrightarrow & \frac{x+2009}{4} + \frac{x+2009}{5} - \frac{x+2009}{2005} - \frac{x+2009}{2004} = 0 \\ \Leftrightarrow & (x+2009) \left[ \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2005} - \frac{1}{2004} \right] = 0\end{aligned}$$

$$\text{Vì } \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2005} - \frac{1}{2004} \neq 0 \Rightarrow x + 2009 = 0 \Leftrightarrow x = -2009$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = -2009$

**Bài 4.**



- a) Ta có  $MN$  là đường trung bình của  $\triangle ABC \Rightarrow MN \parallel BC$   
 Mặt khác :  $BE \perp EF; CF \perp EF \Rightarrow BE \parallel CF$  &  $\sphericalangle BEF = 90^\circ$   
 Vậy  $BEFC$  là hình chữ nhật

- b) Kẻ  $AH \perp MN$   
 Xét  $\triangle AHM$  vuông tại H và  $\triangle BEM$  vuông tại E có:

$$\begin{aligned} \sphericalangle AMH &= \sphericalangle BME; AM = BM \\ \Rightarrow \triangle AHM &= \triangle BEM \text{ (Cạnh huyền – góc vuông)} \\ \Rightarrow S_{AHM} &= S_{BEM} \text{ (1)} \end{aligned}$$

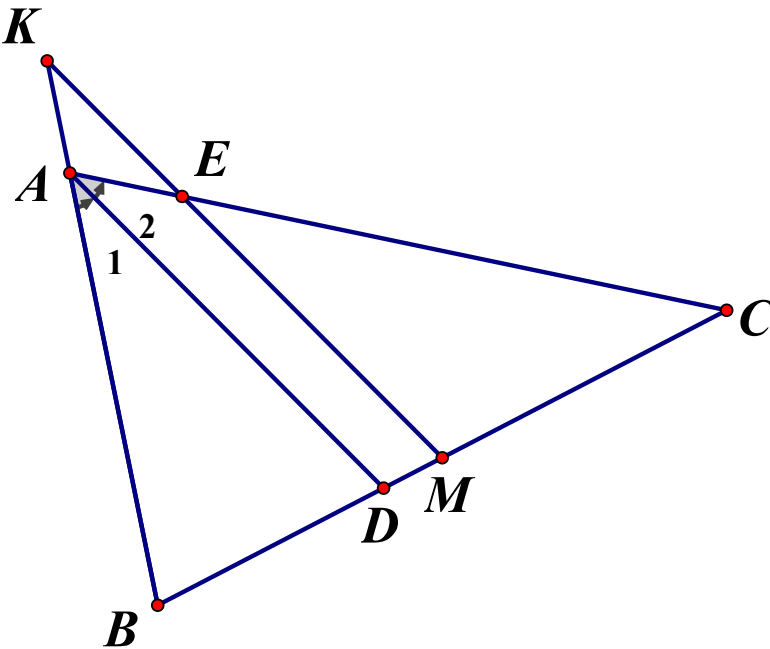
Chứng minh tương tự, ta có:  $\triangle AHN = \triangle CFN \Rightarrow S_{AHN} = S_{CFN}$  (2)

Từ (1) và (2) ta có:  $S_{AHM} + S_{AHN} = S_{BEM} + S_{CFN}$

Mà  $S_{BEFC} = S_{BEM} + S_{BMNC} + S_{CFN}; S_{ABC} = S_{BMNC} + S_{AHM} + S_{AHN}$

$$\Rightarrow S_{BEFC} = S_{ABC}$$

Bài 5.



a)  $\angle K = \angle A_1$  (đồng vị);  $\angle A_1 = \angle A_2$  (so le trong)

Mà  $\angle A_1 = \angle A_2$  (AD là tia phân giác)  $\Rightarrow \angle A_1 = \angle K \Rightarrow \triangle AKE$  cân tại A  
 $\Rightarrow AE = AK$

b)

Vì  $MK \parallel AD$  nên:  $\frac{AK}{BK} = \frac{DM}{BM} \Rightarrow \frac{AK}{DM} = \frac{BK}{BM}$  (1)

Vì  $AD \parallel EM$  nên:  $\frac{CE}{AE} = \frac{CM}{DM} \Rightarrow \frac{CE}{CM} = \frac{AE}{DM}$  (2)

Vì  $AK = AE$  (c/m a) nên  $\frac{AK}{DM} = \frac{AE}{DM}$  (3)

Từ (1) (2) (3)  $\Rightarrow \frac{BK}{BM} = \frac{CE}{CM}$

Mà  $BM = CM$  (M là trung điểm của BC)

$$\Rightarrow BK = CE$$

**Bài 6.**

Ta có:

$$\begin{aligned}n^3 + 3n^2 + 2n &= n(n^2 + 3n + 2) = n(n^2 + n + 2n + 2) \\ &= n[(n^2 + n) + (2n + 2)] = n(n+1)(n+2)\end{aligned}$$

Vì  $n$  là số nguyên nên:  $n; n+1; n+2$  là ba số nguyên liên tiếp  
Do đó có ít nhất một số chia hết cho 2, 1 số chia hết cho 3  
 $\Rightarrow n(n+1)(n+2):6$  hay  $n^3 + 3n^2 + 2n:6$  với mọi số nguyên  $n$