



ĐỀ TDM-21

TỔ 13

Câu 1: [Mức độ 1] Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng

- A. a^3 . B. $3a^3$. C. $9a^3$. D. $27a^3$.

Câu 2: [Mức độ 1] Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là

- A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. B. $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. C. $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. D. $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 3: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -2)$ và bán kính bằng 3.

Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$. B. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$. D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

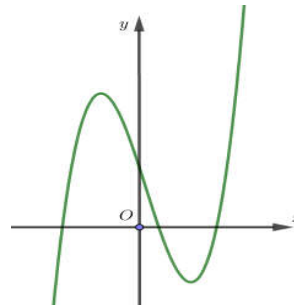
Câu 4: [Mức độ 1] Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$. B. $A_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$. C. $A_n^2 = \frac{2!}{(n-2)!}$. D. $A_n^2 = \frac{(n-2)!}{n!}$.

Câu 5: [Mức độ 1] Cho hai số phức và $z = 1 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $4 + 2i$. B. $4 - 2i$. C. $2 - 6i$. D. $-2 + 6i$.

Câu 6: [Mức độ 1] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

C. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 7: [Mức độ 1] Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 5$ và $\int_1^4 g(x)dx = -4$ thì $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. -9 . D. 9 .

Câu 8: [Mức độ 1] Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- A. $(\log_3 2; +\infty)$. B. $(-\infty; \log_3 2)$. C. $(-\infty; \log_2 3)$. D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 9: [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là





- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. \mathbb{R} . C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 10: [Mức độ 1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 5. B. -12. C. $\frac{1}{5}$. D. 12.

Câu 11: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -4)$. Tọa độ của vectơ \overline{OA} là

- A. $(3; 2; -4)$. B. $(3; -2; -4)$. C. $(3; 2; 4)$. D. $(-3; -2; 4)$.

Câu 12: [Mức độ 1] Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

- A. 2. B. 3. C. -2. D. -3.

Câu 13: [Mức độ 1] Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 18π . B. 4π . C. 12π . D. 6π .

Câu 14: [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 15: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 16: [Mức độ 1] Cho khối chóp có diện tích $B = 7a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{7}{2}a^3$. B. $7a^3$. C. $\frac{7}{6}a^3$. D. $\frac{7}{3}a^3$.

Câu 17: [Mức độ 1] Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \pi.R^2$. B. $S = 16\pi.R^2$. C. $S = 4\pi.R^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi.R^2$.

Câu 18: [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + x + C$. B. $\int f(x) dx = x^2 + x + C$.

C. $\int f(x) dx = x^3 + x + C$. D. $\int f(x) dx = 2x + C$.

Câu 19: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ pháp tuyến của (P)

- A. $\overline{n_2} = (1; 2; -2)$. B. $\overline{n_1} = (1; -2; 2)$. C. $\overline{n_4} = (1; -2; -3)$. D. $\overline{n_3} = (1; 2; 2)$.

Câu 20: [Mức độ 1] Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = \frac{9}{2}$. C. $x = 4$. D. $x = 9$.

Câu 21: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:





x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$					
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+		
$f(x)$	$+\infty$						3			$+\infty$

\swarrow 1 \nearrow \swarrow 1 \nearrow

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 22: [Mức độ 1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

- A. $z_2 = 2 - 3i$. B. $z_1 = -2 + 3i$. C. $z_3 = 2 + 3i$. D. $z_4 = -2 - 3i$.

Câu 23: [Mức độ 1] Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 1. C. -1. D. 3.

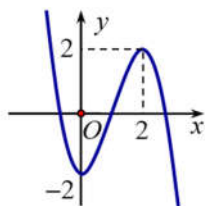
Câu 24: [Mức độ 2] Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng

- A. 6. B. 18. C. 2. D. 3.

Câu 25: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;4;-1)$. Phương trình của d là

- A. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Câu 26: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-2;2)$. B. $(0;2)$. C. $(2;+\infty)$. D. $(-\infty;2)$.

Câu 27: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2}$. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. -2.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = e^x + 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = e^x + C$. B. $\int f(x)dx = e^{x-3} + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x + 3x + C$. D. $\int f(x)dx = e^x - 3x + C$.

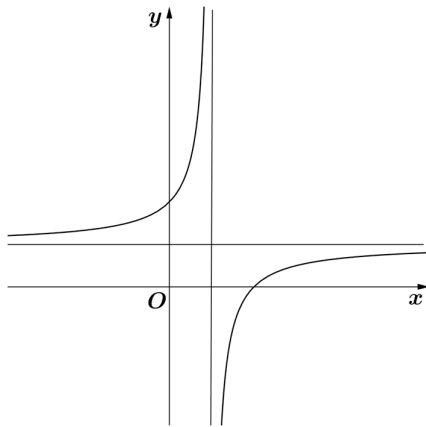
Câu 29: [Mức độ 1] Cho số phức z thỏa mãn $iz = 3 + 2i$. Số phức liên hợp của z là:

- A. $\bar{z} = -2 + 3i$. B. $\bar{z} = -2 - 3i$. C. $\bar{z} = 2 + 3i$. D. $\bar{z} = 2 - 3i$.

Câu 30: [Mức độ 2] Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

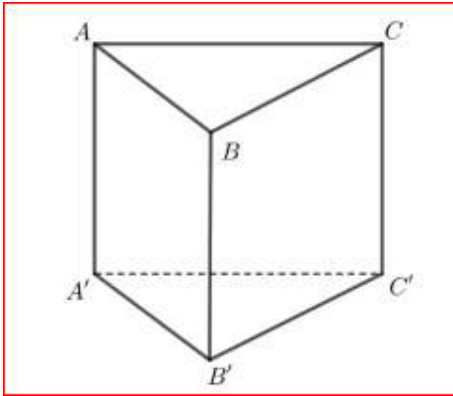
- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. B. $y' < 0, \forall x \neq 1$. C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.





Câu 31: [Mức độ 2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng $A'B$ và CC' bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .



Câu 32: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A. $x+2y+4z-17=0$. B. $x+2y+4z-4=0$.
C. $x+2y+2z-2=0$. D. $x+2y+2z-11=0$.

Câu 33: [Mức độ 2] Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^2 [2f(x)-1]dx$ bằng:

- A. 12. B. 14. C. 10. D. 11.

Câu 34: [Mức độ 2] Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

- A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 35: [Mức độ 2] Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 36: [Mức độ 2] Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 + b = 128$. B. $a^3 + b = 49$. C. $a^3 b = 128$. D. $a^3 b = 49$.

Câu 37: [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{1}{2}a$. B. $\sqrt{2}a$. C. a . D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.





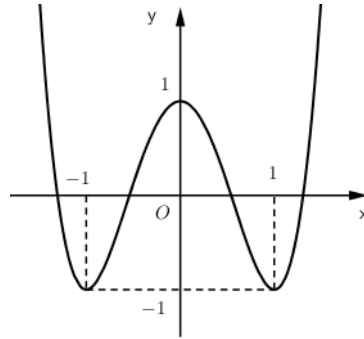
Câu 38: [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-3}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 39: [Mức độ 3] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

- A. 11. B. 21. C. 23. D. 10.

Câu 40: [Mức độ 3] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

- A. 4. B. 10. C. 12. D. 8.

Câu 41: [Mức độ 3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^x - 4^x)[\log_2(x+14) - 4] \leq 0$?

- A. 15. B. 14. C. 13. D. vô số.

Câu 42: [Mức độ 3] Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z - \overline{w} - 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

- A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{\sqrt{221}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 43: Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

- A. $4\sqrt{13}\pi a^2$. B. $4\sqrt{7}\pi a^2$. C. $8\sqrt{13}\pi a^2$. D. $8\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 44: [Mức độ 4] Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy).27^{15x}$?

- A. 18. B. 15. C. 17. D. 16.

Câu 45: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 6 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:





A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{x+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{7}$. D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{7}$.

Câu 46: [Mức độ 4] Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng

A. $3 \ln 2$. B. $2 \ln 3$. C. $\ln 15$. D. $\ln 2$.

Câu 47: Cho khối hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hình hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. B. $6\sqrt{3}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 48: [Mức độ 3] Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực) có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 8$?

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 49: [Mức độ 4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(-2; 1; -4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 4$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{85}$. B. $\sqrt{61}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{13}$.

Câu 50: [Mức độ 3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-10)(x^2 - 25)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $f(|x^3 + 8x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 10. B. 9. C. 25. D. 5.



**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.D	2.B	3.B	4.A	5.B	6.C	7.D	8.D	9.B	10.A
11.A	12.B	13.C	14.D	15.A	16.D	17.C	18.A	19.B	20.B
21.A	22.B	23.C	24.A	25.A	26.B	27.C	28.C	29.C	30.A
31.A	32.C	33.C	34.A	35.C	36.C	37.C	38.B	39.B	40.B
41.A	42.C	43.A	44.C	45.C	46.A	47.C	48.B	49.A	50.B

Câu 1. [Mức độ 1] Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. a^3 .

B. $3a^3$.

C. $9a^3$.

D. $27a^3$.

Lời giảiThể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng $(3a)^3 = 27a^3$.**Câu 2.** [Mức độ 1] Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$.

B. $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

C. $y' = \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$.

D. $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giảiTrên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-1} = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.**Câu 3:** [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3.Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

B. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Lời giải*FB tác giả: Anh Võ Quang*Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R có dạng:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \text{ nên chọn đáp án B}$$

Câu 4: [Mức độ 1] Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$.

B. $A_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$.

C. $A_n^2 = \frac{2!}{(n-2)!}$.

D. $A_n^2 = \frac{(n-2)!}{n!}$.

Lời giải*FB tác giả: Anh Võ Quang***Câu 5.** [Mức độ 1] Cho hai số phức và $z = 1 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

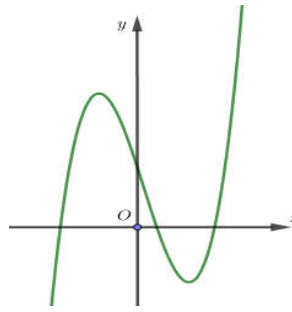
A. $4 + 2i$.

B. $4 - 2i$.

C. $2 - 6i$.

D. $-2 + 6i$.

Lời giải*FB tác giả: Trần Minh Hải*Ta có $z + w = 4 - 2i$ **Câu 6.** [Mức độ 1] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



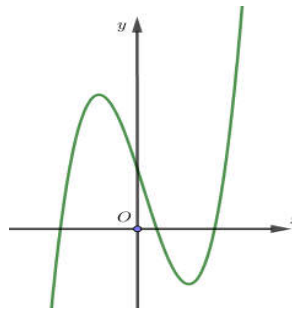
A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

C. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Lời giải



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $a > 0$ loại A và B.
Và hình dáng đồ thị là đồ thị hàm số bậc 3 loại D.

Câu 7. [Mức độ 1] Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 5$ và $\int_1^4 g(x)dx = -4$ thì $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. -9.

D. 9.

Lời giải

FB tác giả: Hieu Tran

Ta có $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx = 5 - (-4) = 9$.

Câu 8. [Mức độ 1] Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

A. $(\log_3 2; +\infty)$.

B. $(-\infty; \log_3 2)$.

C. $(-\infty; \log_2 3)$.

D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Hieu Tran

Ta có $2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$.

Câu 9. [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. \mathbb{R} .

C. $(0; +\infty)$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

FB tác giả : Hkt Dohanh

Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là \mathbb{R} .





Câu 10. [Mức độ 1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 5.

B. -12.

C. $\frac{1}{5}$.

D. 12.

Lời giải

FB tác giả : Hkt Dohanh

Ta có công bội của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = 5$.

Câu 11. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -4)$. Tọa độ của vector \overline{OA} là

A. $(3; 2; -4)$.B. $(3; -2; -4)$.C. $(3; 2; 4)$.D. $(-3; -2; 4)$.

Lời giải

FB tác giả: Ngoc Anh

Nguyễn

Ta có $\overline{OA} = (3; 2; -4)$.

Câu 12. [Mức độ 1] Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. -2.

D. -3.

Lời giải

FB tác giả: Ngoc Anh Nguyen

Ta có phần thực của số phức bằng 3.

Câu 13. [Mức độ 1] Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 18π .B. 4π .C. 12π .D. 6π .

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Hung

Thể tích của khối trụ là: $V = \pi r^2 \cdot h = 12\pi$.

Câu 14. [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 2$.B. $x = -\frac{1}{2}$.C. $x = -1$.D. $x = 1$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Hung

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Câu 15. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Hung

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = -3; x = -1; x = 1; x = 2$.





Câu 16. [Mức độ 1] Cho khối chóp có diện tích $B = 7a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{7}{2}a^3$.

B. $7a^3$.

C. $\frac{7}{6}a^3$

D. $\frac{7}{3}a^3$

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Hung

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{7}{3}a^3$.

Câu 17. [Mức độ 1] Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi.R^2$.

B. $S = 16\pi.R^2$.

C. $S = 4\pi.R^2$.

D. $S = \frac{4}{3}\pi.R^2$.

Lời giải

FB Lê Năng .Tác giả: Lê Đình Năng

Diện tích S của mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi.R^2$.

Câu 18. [Mức độ 1] Cho hàm số $f(x) = x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + x + C$.

B. $\int f(x) dx = x^2 + x + C$.

C. $\int f(x) dx = x^3 + x + C$.

D. $\int f(x) dx = 2x + C$

Lời giải

FB Lê Năng .Tác giả: Lê Đình Năng

Ta có $\int f(x) dx = \int (x^2 + 1) dx = \frac{x^3}{3} + x + C$.

Câu 19. [Mức độ 1] Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ pháp tuyến của (P)

A. $\vec{n}_2 = (1; 2; -2)$.

B. $\vec{n}_1 = (1; -2; 2)$.

C. $\vec{n}_4 = (1; -2; -3)$.

D. $\vec{n}_3 = (1; 2; 2)$.

Lời giải

Chọn B

mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -2; 2)$.

Câu 20. [Mức độ 1] Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là

A. $x = 8$.

B. $x = \frac{9}{2}$.

C. $x = 4$.

D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_3(2x) = 2 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$$

Câu 21. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:





x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		1		3		1		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Phong Nha

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số bằng 3.

Câu 22. [Mức độ 1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

A. $z_2 = 2 - 3i$.

B. $z_1 = -2 + 3i$.

C. $z_3 = 2 + 3i$.

D. $z_4 = -2 - 3i$.

Lời giải

FB tác giả: Phong Nha

Điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1 = -2 + 3i$.

Câu 23. [Mức độ 1] Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Thùy Nhung

Với $x=0 \Rightarrow y=-1$. Vậy đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1.

Câu 24. [Mức độ 2] Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng

A. 6.

B. 18.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Thùy Nhung

Ta có $\int_0^3 3f(x)dx = 3 \int_0^3 f(x)dx = 3 \cdot 2 = 6$.

Câu 25. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;4;-1)$. Phương trình của d là

A.
$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Rin

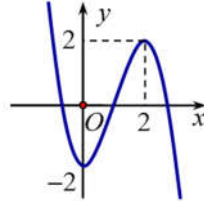




Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;4;-1)$ có phương

$$\text{trình tham số là } \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases} .$$

Câu 26. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;2)$.

B. $(0;2)$.

C. $(2;+\infty)$.

D. $(-\infty;2)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Rin

Trên khoảng $(0;2)$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là một đường đi lên nên hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 27. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -2.

Lời giải

Fb: Phan Quang Sơn

Ta có $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a a = \frac{1}{2}$ với $\forall a > 0, a \neq 1$

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = e^x + 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x + C$.

B. $\int f(x) dx = e^{x-3} + C$.

C. $\int f(x) dx = e^x + 3x + C$

D. $\int f(x) dx = e^x - 3x + C$.

Lời giải

Fb: Phan Quang Sơn

Ta có $\int f(x) dx = \int (e^x + 3) dx = \int e^x dx + \int 3 dx = e^x + 3x + C$

Câu 29. [Mức độ 1] Cho số phức z thỏa mãn $iz = 3 + 2i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\bar{z} = -2 + 3i$.

B. $\bar{z} = -2 - 3i$.

C. $\bar{z} = 2 + 3i$.

D. $\bar{z} = 2 - 3i$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Tâm

Đặt $z = a + bi$. Khi đó $iz = i(a + bi) = -b + ai$

$$iz = 3 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} -b = 3 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} .$$





Vậy $z = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i$.

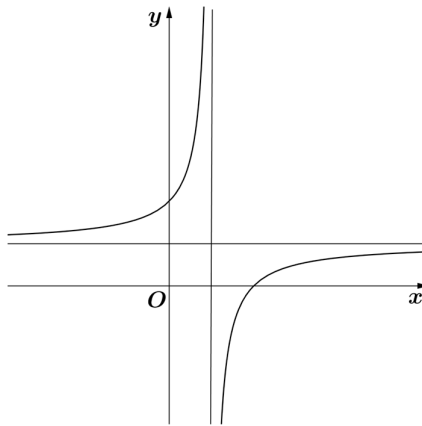
Câu 30. [Mức độ 2] Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

B. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Tâm

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đồ thị là đường đi lên do đó hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Do đó: $y' > 0, \forall x \neq 1$.

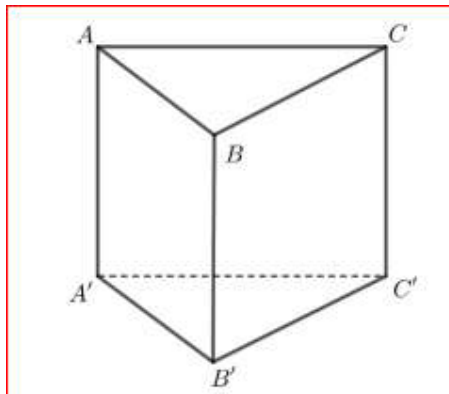
Câu 31. [Mức độ 2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng $A'B$ và CC' bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .



Lời giải

FB tác giả: Ngọc Anh

Nguyen

Do $AA' \parallel CC'$ nên $(A'B, CC') = (A'B, AA') = \widehat{BA'A} = 45^\circ$ (vì $\triangle ABA'$ vuông cân tại A).

Câu 32. [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x + 2y + 4z - 17 = 0$.

B. $x + 2y + 4z - 4 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 2 = 0$.

D. $x + 2y + 2z - 11 = 0$.

Lời giải





Ta có $\overline{AB} = (1; 2; 2)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có vec tơ pháp tuyến là $\overline{AB} = (1; 2; 2)$ có phương trình là $x + 2y + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 2 = 0$.

Câu 33: [Mức độ 2] Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1]dx$ bằng:

A. 12.

B. 14.

C. 10.

D. 11.

Lời giải

FB tác giả: Cao Huu Truong

$$\int_0^2 [2f(x) - 1]dx = 2 \int_0^2 f(x)dx - \int_0^2 1dx = 12 - 2 = 10.$$

Câu 34: [Mức độ 2] Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{30}$.B. $\frac{1}{6}$.C. $\frac{2}{5}$.D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Cao Huu Truong

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 10 quả bóng đã cho có C_{10}^3 cách.

Lấy được 3 quả màu xanh từ 6 quả màu đỏ đã cho có C_4^3 cách.

Vậy xác suất để lấy được 3 quả màu xanh là $P = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$.

Câu 35. [Mức độ 2] Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 2$.B. $x = 0$.C. $x = 1$.D. $x = 3$.

Lời giải

FB tác giả: Tuan Nguyễn

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 3] \\ x = -1 \notin [0; 3] \end{cases}$$

$f(0) = 4; f(1) = 2; f(3) = 22$.

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ trên đoạn $[0; 3]$ tại điểm $x = 1$

Câu 36. [Mức độ 2] Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 128$.B. $a^3 + b = 49$.C. $a^3 b = 128$.D. $a^3 b = 49$.

Lời giải

FB tác giả: Tuan Nguyễn





Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 a^3 b = 7 \Leftrightarrow a^3 b = 2^7 \Leftrightarrow a^3 b = 128$

Câu 37. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

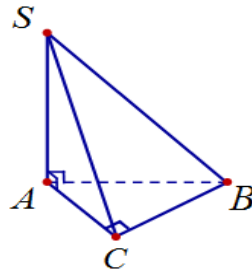
A. $\frac{1}{2}a$.

B. $\sqrt{2}a$.

C. a .

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABC)$ mà $BC \subset (ABC)$ nên $BC \perp SA$.

Tam giác ABC vuông tại C nên $BC \perp AC$

Từ đó suy ra $BC \perp (SAC)$ tại C nên $d(B, (SAC)) = BC = a$.

Câu 38. [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2;1;-3)$

Đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$, vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n} = (2;1;-3)$ làm vector chỉ

phương do đó có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}$

Câu 39. [Mức độ 3] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R}

thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 11.

B. 21.

C. 23.

D. 10.

Lời giải

FB tác giả: Mai Hương Nguyễn

$$\text{Xét } I = \int_0^{-1} f(x) dx + 2 \int_0^2 f(x) dx = F(-1) - F(0) + 2F(2) - 2F(0) = F(-1) + 2F(2) - 3F(0)$$

Mà $F(0) = 2$

$$\Rightarrow I = F(-1) + 2F(2) - 6$$





$$\Rightarrow F(-1) + 2F(2) = I + 6$$

$$\text{Lại có } I = \int_0^{-1} f(x) dx + 2 \int_0^2 f(x) dx$$

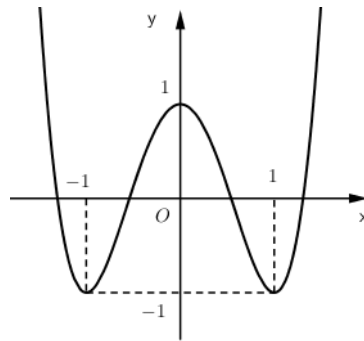
$$= \int_0^{-1} f(x) dx + 2 \int_0^1 f(x) dx + 2 \int_1^2 f(x) dx$$

$$= \int_0^{-1} (3x^2 + 2) dx + 2 \int_0^1 (3x^2 + 2) dx + 2 \int_1^2 (2x + 3) dx$$

$$= -3 + 2.3 + 2.6 = 15.$$

$$\text{Vậy } F(-1) + 2F(2) = 15 + 6 = 21.$$

Câu 40. [Mức độ 3] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

A. 4.

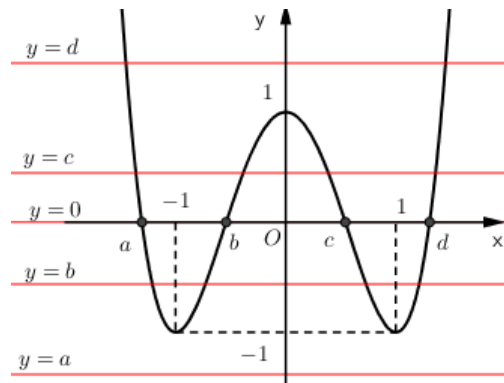
B. 10.

C. 12.

D. 8.

Lời giải

FB tác giả: Mai Hương Nguyễn



Căn cứ vào đồ thị ta có

$$f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a \in (-\infty; -1) \\ f(x) = b \in (-1; 0) \\ f(x) = c \in (0; 1) \\ f(x) = d \in (1; +\infty) \end{cases}$$

Vẽ đường thẳng $y = a, a \in (-\infty; -1)$ ta thấy phương trình $f(x) = a$ vô nghiệm.

Vẽ đường thẳng $y = b, b \in (-1; 0)$ ta thấy phương trình $f(x) = b$ có 4 nghiệm phân biệt.

Vẽ đường thẳng $y = c, c \in (0; 1)$ ta thấy phương trình $f(x) = b$ có 4 nghiệm phân biệt.





Vẽ đường thẳng $y = d, d \in (1; +\infty)$ ta thấy phương trình $f(x) = b$ có 2 nghiệm phân biệt.

Dễ thấy nghiệm của các phương trình này phân biệt.

Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có 10 nghiệm phân biệt.

Câu 41. [Mức độ 3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_2(x+14) - 4] \leq 0$?

A. 15.

B. 14 .

C. 13 .

D. vô số.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Ánh

Điều kiện $x > -14$. Ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1.

$$\begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \leq 0 \\ \log_2(x+14) - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} \leq 2^{2x} \\ \log_2(x+14) \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 2x \\ x+14 \geq 2^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 .$$

Trường hợp 1.

$$\begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \geq 0 \\ \log_2(x+14) - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} \geq 2^{2x} \\ \log_2(x+14) \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 2x \\ 0 < x+14 \leq 2^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \\ -14 < x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -14 < x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases} .$$

Vậy có 15 giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình đã cho.

Câu 42. [Mức độ 3] Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z - \bar{i}w - 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

A. 3.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Lời giải

$$|z - \bar{i}w - 6 + 8i| \geq |6 - 8i| - |z - \bar{i}w| = 10 - |z + i \cdot \bar{w}| \geq 10 - (|z| + |i \cdot \bar{w}|) = 10 - (|z| + |w|) = 7 .$$

$$\text{Suy ra } |z - \bar{i}w - 6 + 8i| \text{ đạt giá trị nhỏ nhất là } 7 \text{ khi } \begin{cases} z = \frac{6-8i}{10} \\ \bar{i}w = 2 \cdot \frac{6-8i}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ w = -\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases} .$$

$$\text{Vậy } |z - w| = \frac{\sqrt{221}}{5} .$$

Câu 43. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $4\sqrt{13}\pi a^2$.

B. $4\sqrt{7}\pi a^2$.

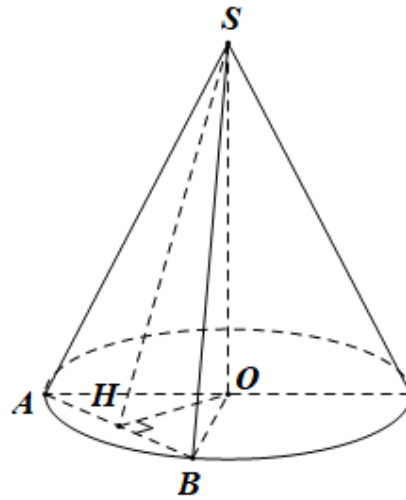
C. $8\sqrt{13}\pi a^2$.

D. $8\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

Fb: Nguyễn Nga Nvc





Gọi A, B là giao của mặt phẳng thiết diện với đường tròn đáy của nón.

Kẻ $OH \perp AB$, ($H \in AB$) $\Rightarrow H$ là trung điểm AB và $SH \perp AB$.

Do tam giác SAB đều cạnh bằng $4a$ nên $HB = 2a$ và $SH = \frac{4a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$.

Ta có góc giữa thiết diện và mặt đáy là góc SHO và bằng 30°

Xét tam giác SHO có $OH = SH \cdot \cos 30^\circ = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3a$

Xét tam giác OHB có $OB = \sqrt{BH^2 + OH^2} = \sqrt{4a^2 + 9a^2} = a\sqrt{13}$.

Vậy bán kính đáy của nón bằng $a\sqrt{13}$.

Vậy diện tích xung quanh của nón đã cho là $S_{xq} = \pi R \cdot SA = \pi \cdot a\sqrt{13} \cdot 4a = 4\pi a^2 \sqrt{13}$.

Câu 44. [Mức độ 4] Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ thoả mãn

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy) \cdot 27^{15x}?$$

A. 18.

B. 15.

C. 17.

D. 16.

Lời giải

FB tác giả: HaoLe

$$\text{Ta có } (1) \Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-15x} = 1+xy > 0 \Rightarrow xy \geq -1$$

Khi $y \leq 0$ vì $xy \geq -1$ và $x > \frac{-1}{3}$ nên ta có $y > -3$

TH1: Với $y = 0$ phương trình trở thành $27^{3x^2-15x} = 1$

Phương trình trên vô nghiệm vì $27^{3x^2-15x} - 1 < 0 \forall x \in \left(\frac{1}{3}; 5\right)$ nên loại

TH2: Với $y \in \{-2; -1\}$ phương trình trở thành $27^{3x^2-(15-y)x} - (1+xy) = 0$

Xét hàm số $h(x) = 27^{3x^2-(15-y)x} - (1+xy)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3}; 5\right]$ và

$$h\left(\frac{1}{3}\right) = 3^{1+y-15} - \left(1 - \frac{y}{2}\right) < 3^{-3} - 1 - \frac{2}{3} < 0 < h(5)$$





Suy ra $h\left(\frac{1}{3}\right)h(5) < 0$ nên suy ra phương trình trên có nghiệm.

TH3: Với $y \geq 1$, xét trên đoạn $\left[\frac{1}{3}; 5\right]$, ta có trên $\left[\frac{1}{3}; 5\right]$

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy) \cdot 27^{15x} \Leftrightarrow 3x^2 + xy - 15x = \log_{27}(1+xy) \Leftrightarrow 3x - 15 - \frac{\log_{27}(1+xy)}{x} + y = 0$$

Xét hàm $g(x) = 3x - 15 - \frac{\log_{27}(1+xy)}{x} + y$ trên $\left[\frac{1}{3}; 5\right]$

$$\text{Ta có } g'(x) = 3 + \frac{\ln(1+xy)}{x^2 \ln 27} - \frac{y}{x(1+xy) \ln 27} > 3 - \frac{3}{\ln 3} > 0 \quad \forall x \in \left[\frac{1}{3}; 5\right]$$

Do $g'(x) > 0$ trên $\left[\frac{1}{3}; 5\right]$ nên suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\left[\frac{1}{3}; 5\right]$. Vì thế phương trình $g(x) = 0$

có nghiệm trên $\left[\frac{1}{3}; 5\right]$ khi và chỉ khi $g\left(\frac{1}{3}\right)g(5) < 0$

$$\text{Ta có } g(5) = -\frac{\log_{27}(1+5y)}{5} + y$$

Áp dụng bất đẳng thức gần đúng $\ln(1+x) < x, \forall x > 0$ ta có

$$g(5) = -\frac{\log_{27}(1+5y)}{5} + y > \frac{-y}{\ln 27} + y > 0 \Rightarrow \begin{cases} g\left(\frac{1}{3}\right)g(5) < 0 \\ g(5) > 0 \end{cases} \Rightarrow g\left(\frac{1}{3}\right) < 0$$

$$\Leftrightarrow \log\left(1 + \frac{y}{3}\right) + y - 15 + 1 < 0$$

Xét hàm $u(y) = \log_3\left(1 + \frac{y}{3}\right) + y - 15 + 1$ là hàm đơn điệu và luôn tăng trên $(0; +\infty)$ và

$u(15) \leq 0 \leq u(15+1)$ nên ta suy ra phương trình theo y có tập nghiệm là $1 \leq y \leq 15$.

Vậy ta có $y \in \{-2; -1; 1; 2; \dots; 15\}$ nên có 17 giá trị nguyên y thỏa mãn đề bài.

Câu 45. [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y - z - 6 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{x+1}{1}$.

B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{7}$.

D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{7}$.

Lời giải

FB tác giả: Huỳnh Minh Nhật

$$\text{Gọi } I = d \cap (P) \Rightarrow I(1; 2; -1)$$





VTCP của đường thẳng $d: \vec{u}_d = (1; 1; -2)$.

VTPT của mặt phẳng $(P): \vec{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P)

\Rightarrow VTPT của mặt phẳng $(Q): \vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (3; -1; 1)$

$\Rightarrow (Q): 3x - y + z = 0$.

Gọi đường thẳng $\Delta = (P) \cap (Q) \Rightarrow \Delta$ là hình chiếu vuông góc của d trên (P) .

VTCP của đường thẳng $\Delta: \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; -4; -7)$.

Đường thẳng Δ qua I và nhận \vec{u}_Δ làm VTCP.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{7}$.

Câu 46. [Mức độ 4] Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số

$g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng

A. $3 \ln 2$

B. $2 \ln 3$.

C. $\ln 15$.

D. $\ln 2$.

Lời giải

FB tác giả: Nuong Nguyen

Có: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ nên $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$, $f''(x) = 6x + 2a$, $f'''(x) = 6$.

$g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) \Rightarrow g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = f'(x) + f''(x) + 6$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) + f''(x) + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$

Theo giả thiết $g(x)$ có hai cực trị là -5 và 3 nên ta giả sử $g(x_1) = -5$, $g(x_2) = 3$.

Xét phương trình:

$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow \frac{f(x) - g(x) - 6}{g(x)+6} = 0 \Leftrightarrow \frac{-f'(x) - f''(x) - 6}{g(x)+6} = 0 \Leftrightarrow -f'(x) - f''(x) - 6 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ là

$$S = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{-f'(x) - f''(x) - 6}{g(x)+6} dx \right|$$

$$= \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{g(x)+6} d(g(x)+6) \right| = \left| \left(\ln |g(x)+6| \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \right|$$





$$= |\ln|g(x_2) + 6| - \ln|g(x_1) + 6||$$

$$= |\ln 1 - \ln 9| = 2 \ln 3.$$

Câu 47. Cho khối hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hình hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.

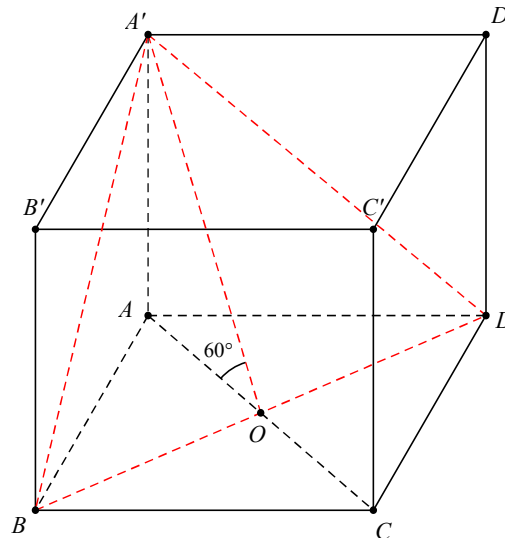
B. $6\sqrt{3}a^3$.

C. $2\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Trịnh Ngọc Bảo



Gọi $O = AC \cap BD$

Ta có

$$\begin{cases} (A'BD) \cap (ABCD) = BD \\ AO \perp BD \\ A'O \perp BD \end{cases} \Rightarrow ((A'BD), (ABCD)) = \widehat{A'OA} = 60^\circ.$$

Ta có $ABCD$ là hình vuông $BD = 2a \Rightarrow AB = AD = a\sqrt{2}$.

Ta có $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = a$.

Xét $\Delta A'AO$ vuông tại A ta có:

$$\tan \widehat{A'OA} = \frac{AA'}{AO} \Rightarrow AA' = \tan 60^\circ \cdot a = a\sqrt{3}.$$

Thể tích của khối hình hộp chữ nhật $V = AA' \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{3} \cdot 2a^2 = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 48. [Mức độ 3] Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực) có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 8$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Thị Nguyên





Trường hợp 1: z_0 là nghiệm thực.

$$\text{Ta có: } |z_0| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} z_0 = 8 \\ z_0 = -8 \end{cases}$$

Nếu $z_0 = 8$ thì thay vào phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0(1)$ ta được

$$8^2 - 2(m+1).8 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 16m + 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 12 \\ m = 4 \end{cases}.$$

Nếu $z_0 = -8$ thì thay vào phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ ta được

$$(-8)^2 - 2(m+1).(-8) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 16m + 80 = 0 \text{ (Vô nghiệm)}.$$

Trường hợp 2: z_0 là nghiệm phức.

$$\text{Để phương trình (1) có nghiệm phức thì } \Delta' = (m+1)^2 - m^2 < 0 \Leftrightarrow 2m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2} (*)$$

Nhận thấy: Nếu $z_0 = x + yi (y \neq 0)$ là nghiệm của phương trình (1) thì $\overline{z_0} = x - yi (y \neq 0)$ cũng là nghiệm của phương trình (1).

$$\text{Ycbt } |z_0| = 8 \Leftrightarrow |z_0|^2 = 64 \Leftrightarrow z_0 \cdot \overline{z_0} = 64.$$

$$\text{Theo định lí Viet, ta có: } m^2 = 64 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 8(I) \\ m = -8(TM) \end{cases}.$$

Vậy có 3 giá trị của m .

Câu 49: [Mức độ 4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(-2; 1; -4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 4$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{85}$.

B. $\sqrt{61}$.

C. $5\sqrt{2}$.

D. $3\sqrt{13}$.

Lời giải

FB tác giả: Hanh Nguyễn

Ta thấy A, B nằm về hai phía của mặt phẳng (Oxy) . Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (Oxy) suy ra $B'(-2; 1; 4)$ và $BN = B'N$.

Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A và B' lên mặt phẳng (Oxy) , ta có:

$$E(1; -3; 0), F(-2; 1; 0). \text{ Do đó } \overline{EF} = (-3; 4; 0) \Rightarrow EF = 5.$$

Dựng $\overline{AK} = \overline{MN}$ suy ra $AM = KN$.

$$\text{Vậy } |AM - BN| = |KN - B'N| \leq B'K.$$

Do MN nằm trên mặt phẳng (Oxy) và $AK // MN$ nên $AK // (Oxy)$. Suy ra K nằm trên mặt phẳng chứa A và song song với mặt phẳng (Oxy) .

Mặt khác, $AK = MN = 4$ nên quỹ tích K là đường tròn tâm $A(1; -3; 2)$, bán kính $R = 4$.

Kẻ $AH \perp BB' \Rightarrow B'H = 2$.

$$\text{Ta lại có } B'K^2 = B'H^2 + HK^2 \leq 4 + (HA + 4)^2 = 4 + (5 + 4)^2 = 85.$$

Dấu “=” xảy ra khi A nằm giữa H, K .





Vậy GTLN của $|AM - BN| = \sqrt{85}$

Câu 50. [Mức độ 3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-10)(x^2 - 25)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $f(|x^3 + 8x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 10

B. 9.

C. 25.

D. 5.

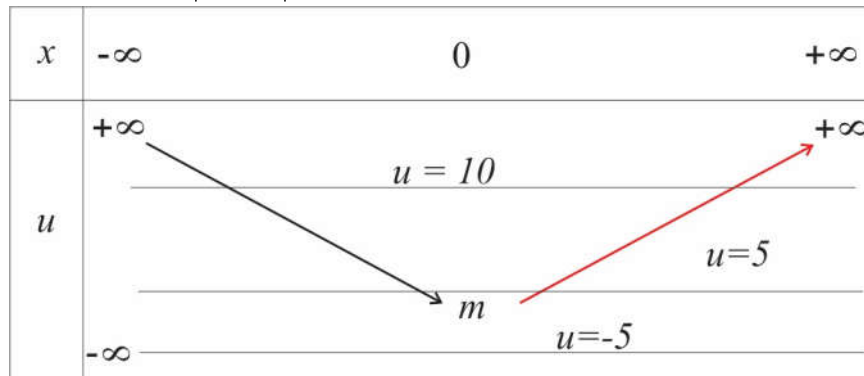
Lời giải

FB tác giả : Quang Thành Phạm

Ta có hàm số $f(u)$ đạt cực trị tại $u = \pm 5; u = 10$.

Xét hàm số $f(|x^3 + 8x| + m) = f(u)$

Bảng biến thiên của $u = |x^3 + 8x| + m$:



Dựa vào bảng biến thiên đề hàm số $f(|x^3 + 8x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị :

$m < 10 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}^+} 1 \leq m \leq 9 \Rightarrow$ có 9 giá trị m nguyên thỏa mãn



