

ĐỀ SỐ 10

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 150 phút (Không tính thời gian giao đề)

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1: Giá trị của biểu thức $A = 6x - 6y + 10 - 3ax + 3ay + 15a$ khi $x - y = 5$ là

- A. 40. B. $30 + a$. C. $15a - 40$. D. $5a + 4$.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - 8(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ ta được kết quả là:

- A. $x^3 - 8$. B. $8x^3 - 64$. C. -65 . D. $8x^3 - 1$.

Câu 3: Kết quả của phép tính $\left[(2x^2y^3)^5 - (4x^3y^2)^3 \right] : (2xy)^4$ bằng

- A. $2x^6y^{11} - 4x^5y^2$. B. $xy^2 - 2xy^4$. C. $\frac{5}{2}xy^2 - \frac{3}{2}x^2y$. D. $xy^2 + 2x^2y$.

Câu 4: Đa thức $f(x)$ khi chia cho $x - 1$ dư 4, chia cho $x - 3$ dư 14. Tìm phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x - 1)(x - 3)$

- A. $5x - 4$. B. $5x - 1$. C. $5x^2 + 2$. D. 14.

Câu 5: Biểu thức $-x^2 - 10x + 2023$ đạt giá trị lớn nhất bằng.

- A. 2023 B. -2022 C. 1998 D. 2048

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + 2y^2 - 2xy - 4y - 5$ là

- A. -5 B. -9 C. -13 D. -12

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị của x thoả mãn $x^3 + 5x^2 + 8x + 4 = 0$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 8: Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Xác định các hệ số a, b, c biết $f(0) = 2; f(1) = 7; f(-2) = -14$

- A. $a = -1; b = 6; c = 2$. B. $a = a; b = -1; c = 2$.
C. $a = 2; b = -1; c = 6$. D. $a = 6; b = 2; c = 1$.

Câu 9: Tìm hệ số a để: $10x^2 - 7x + a; 2x - 3$

- A. 10. B. -3. C. -12. D. -7.

Câu 10: Cho hình thang cân $MNPQ$ ($MN \parallel PQ$) có $\widehat{MQP} = 45^\circ$ và hai đáy có độ dài 12 cm; 40 cm. Diện tích của hình thang cân là:

- A. 728 cm^2 . B. 346 cm^2 . C. 364 cm^2 . D. 362 cm^2 .

Câu 11: Một tam giác có cạnh huyền bằng 26 cm , độ dài các cạnh góc vuông tỉ lệ với 5 và 12. Tính độ dài các cạnh góc vuông.

- A. 12 cm; 24 cm. B. 10 cm; 22 cm. C. 10 cm; 24 cm. D. 15 cm; 24 cm.

Câu 12: Trong một chiếc hộp có 20 quả bóng gồm 6 quả bóng màu xanh, 5 quả bóng màu đỏ và 9 quả bóng màu vàng. An lấy ngẫu nhiên quả bóng. Tính xác suất của biến cố: “Lấy ra được 2 quả bóng khác màu”.

- A. $\frac{11}{20}$ B. $\frac{109}{190}$ C. $\frac{129}{190}$ D. $\frac{9}{11}$

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

Câu I. (2 điểm)

a) Phân tích đa thức thành nhân tử: $xy(x+y) - yz(y+z) - zx(z-x)$

b) Chứng minh rằng: Nếu $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ và $a + b + c = abc$ thì ta có $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2$

Câu II. (3 điểm)

a) Tìm nghiệm của đa thức sau $f(x) = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$

b) Tìm hai số x, y thỏa mãn các đẳng thức $2x^2 - 4xy + 2y^2 + 8x - 8y - 10 = 0$ và $3x - 2y - 4 = 0$

Câu III. (2 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$

b) Chứng minh rằng: với $\forall n \in \mathbb{Z}$ thì $A = [n^3(n^2 - 7)^2 - 36n]$ chia hết cho 7.

Câu IV. (6 điểm)

Cho hình thang $ABCD$ (đáy lớn CD). Gọi O là giao điểm của AC và BD ; các đường kẻ từ A và B lần lượt song song với BC và AD cắt các đường chéo BD và AC tương ứng ở F và E . Chứng minh:

a) $EF \parallel AB$

b) $AB^2 = EF \cdot CD$

c) Gọi S_1, S_2, S_3 và S_4 theo thứ tự là diện tích của tam giác OAB, OCD, OAD và OBC . Chứng minh $S_1 \cdot S_2 = S_3 \cdot S_4$

Câu IV. (1 điểm)

Cho $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^3 + y^3$.

..... **HẾT**

Họ tên học sinh:; Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.A	4.B	5.D	6.B	7.B	8.A	9.C	10.C
11.C	12.B								

Câu 1: Giá trị của biểu thức $A = 6x - 6y + 10 - 3ax + 3ay + 15a$ khi $x - y = 5$ là

- A. 40.
B. $30 + a$.
C. $15a - 40$.
D. $5a + 4$.

Giải

$$A = 6x - 6y + 10 - 3ax + 3ay + 15a = 6(x - y) + 10 - 3a(x - y) + 15a$$

Thay $x - y = 5$ vào đa thức, ta có $A = 6 \cdot 5 - 10 - 3a \cdot 5 + 15a = 30 + 10 = 40$

$$A = 6 \cdot 5 - 10 - 3a \cdot 5 + 15a = 30 + 10 = 40$$

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 2: Rút gọn biểu thức $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - 8(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ ta được kết quả là:

- A. $x^3 - 8$.
B. $8x^3 - 64$.
C. -65 .
D. $8x^3 - 1$.

Giải

$$(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - 8(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = (2x^3 - 1) - 8(x^3 + 8) = 8x^3 - 1 - 8x^3 - 64 = -65$$

Đáp án cần chọn là. **C.**

Câu 3: Kết quả của phép tính $\left[(2x^2y^3)^5 - (4x^3y^2)^3 \right] : (2xy)^4$ bằng

- A. $2x^6y^{11} - 4x^5y^2$.
B. $xy^2 - 2xy^4$.
C. $\frac{5}{2}xy^2 - \frac{3}{2}x^2y$.
D. $xy^2 + 2x^2y$.

Giải

$$\left[(2x^2y^3)^5 - (4x^3y^2)^3 \right] : (2xy)^4 = (2^5x^{10}y^{15} - 4^3x^9y^6) : (2^4x^4y^4) = 2x^6y^{11} - 4x^5y^2$$

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 4: Đa thức $f(x)$ khi chia cho $x - 1$ dư 4, chia cho $x - 3$ dư 14. Tìm phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x - 1)(x - 3)$

- A. $5x - 4$.
B. $5x - 1$.
C. $5x^2 + 2$.
D. 14.

Giải

Gọi thương của phép chia $f(x)$ cho $x - 1$ và $x - 3$ theo thứ tự là $A(x)$ và $B(x)$

Ta có: $f(x) = (x - 1) \cdot A(x) + 4$ (1)

$$f(x) = (x - 3) \cdot B(x) + 14$$
 (2)

Gọi thương của phép chia $f(x)$ cho $(x - 1)(x - 3)$ là $C(x)$ và dư là $R(x)$. Vì bậc của $R(x)$

nhỏ hơn bậc của số chia nên bậc của nó nhỏ hơn bậc 2 nên $R(x)$ có dạng $ax + b$

Do đó $f(x) = (x - 1)(x - 3) \cdot C(x) + ax + b, \forall x$ (3)

Thay $x = 1$ vào (1); (3) ta được $a + b = 4$ (4)

Thay $x = 3$ vào (2); (3) ta được $3a + b = 14$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra $a = 5; b = -1$

Vậy phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x-1)(x-3)$ là $5x - 1$

Đáp án cần chọn là. **B.**

Câu 5: Biểu thức $-x^2 - 10x + 2023$ đạt giá trị lớn nhất bằng.

A. 2023

B. -2022

C. 1998

D. 2048

Giải

$$-x^2 - 10x + 2023 = -(x^2 + 10x) + 2023 = -(x+5)^2 + 2048 \leq 2048 \text{ với mọi } x$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = -5$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức đã cho bằng 2048.

Đáp án cần chọn là. **D.**

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + 2y^2 - 2xy - 4y - 5$ là

A. -5

B. -9

C. -13

D. -12

Giải

$$A = x^2 + 2y^2 - 2xy - 4y - 5 = (x^2 - 2xy + y^2) + (y^2 - 4y + 4) - 9 = (x - y)^2 + (y - 2)^2 - 9 \geq -9$$

Đáp án cần chọn là. **B.**

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị của x thoả mãn $x^3 + 5x^2 + 8x + 4 = 0$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Giải

$$x^3 + 5x^2 + 8x + 4 = x^2(x+1) + 4x(x+1) + 4(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2 + 4x + 4) = (x+1)(x+2)^2$$

Vậy có 2 giá trị của x thoả mãn $x^3 + 5x^2 + 8x + 4 = 0$.

Đáp án cần chọn là. **B.**

Câu 8: Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Xác định các hệ số a, b, c biết

$$f(0) = 2; f(1) = 7; f(-2) = -14$$

A. $a = -1; b = 6; c = 2$

B. $a = a; b = -1; c = 2$

C. $a = 2; b = -1; c = 6$

D. $a = 6; b = 2; c = 1$

Giải

$$\text{Vì } f(0) = 2 \Rightarrow a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \Rightarrow c = 2$$

$$f(1) = 7 \Rightarrow a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 7 \Rightarrow a + b + c = 7 \Rightarrow a + b = 5 \quad (1)$$

$$f(-2) = -14 \Rightarrow a(-2)^2 + b(-2) + c = -14 \Rightarrow 4a - 2b + c = -14 \Rightarrow 2a - b = -8 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $a = -1; b = 6$.

Vậy $a = -1; b = 6; c = 2$.

Đáp án cần chọn là. **A.**

Câu 9: Tìm hệ số a để: $10x^2 - 7x + a : 2x - 3$

A. 10.

B. -3.

C. -12.

D. -7.

Giải

Thực hiện phép chia ta có: $10x^2 - 7x + a = (2x - 3)(5x + 4) + (a + 12)$

Để $10x^2 - 7x + a : 2x - 3 \Rightarrow a + 12 = 0 \Rightarrow a = -12$

Đáp án cần chọn là. **C.**

Câu 10: Cho hình thang cân $MNPQ$ ($MN \parallel PQ$) có $\widehat{MQP} = 45^\circ$ và hai đáy có độ dài 12 cm; 40 cm.

Diện tích của hình thang cân là:

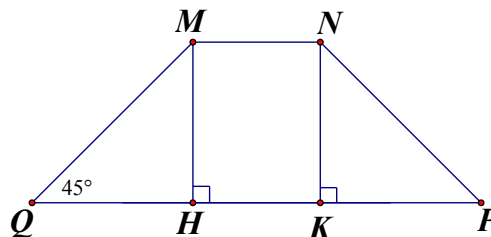
A. 728 cm².

B. 346 cm².

C. 364 cm².

D. 362 cm².

Giải



Kẻ $MH \perp QP$; $NK \perp QP$ tại $H, K \Rightarrow MH \parallel NK$

Tứ giác $MNKH$ có $MH \parallel NK$ (chứng minh trên), $MN \parallel HK$ ($MNPQ$ là hình thang) nên $MNKH$ là hình bình hành $\Rightarrow MN = HK$; $MH = NK$.

Xét $\triangle MHQ$ và $\triangle NKP$ có:

$\widehat{MHQ} = \widehat{NKP} = 90^\circ$ ($MH \perp QP$; $NK \perp QP$)

$MQ = NP$ (vì $MNPQ$ là hình thang cân)

$MH = NK$ (chứng minh trên)

Do đó $\triangle MHQ = \triangle NKP$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow QH = KP = \frac{QP - HK}{2}$$

Mà $HK = MN = 12$ cm nên $QH = KP = \frac{40 - 12}{2} = 14$ cm

Vì $\widehat{MQP} = 45^\circ \Rightarrow \triangle MHQ$ vuông cân tại $H \Rightarrow MH = QH = 14$ cm

Diện tích hình thang cân $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = \frac{(MN + PQ) \cdot MH}{2} = \frac{(12 + 40) \cdot 14}{2} = 364$ cm²

Đáp án cần chọn là. **C.**

Câu 11: Một tam giác có cạnh huyền bằng 26 cm, độ dài các cạnh góc vuông tỉ lệ với 5 và 12.

Tính độ dài các cạnh góc vuông.

A. 12 cm; 24 cm.

B. 10 cm; 22 cm.

C. 10 cm; 24 cm.

D. 15 cm; 24 cm.

Giải

Gọi độ dài hai cạnh góc vuông là x và y ($x, y > 0$)

Theo định lí Pythagore, ta có: $x^2 + y^2 = 26^2$

Suy ra: $x^2 + y^2 = 676$

Theo đề bài ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{12} \Rightarrow \frac{x^2}{25} = \frac{y^2}{144} = \frac{x^2 + y^2}{25 + 144} = \frac{676}{169} = 4$

Suy ra: $x^2 = 25 \cdot 4 = 100 \Rightarrow x = 10$ cm

$y^2 = 144 \cdot 4 = 576 \Rightarrow y = 24$ cm

Vậy, các cạnh góc vuông có độ dài lần lượt là 10 cm; 24 cm

Đáp án cần chọn là. C.

Câu 12: Trong một chiếc hộp có 20 quả bóng gồm 6 quả bóng màu xanh, 5 quả bóng màu đỏ và 9 quả bóng màu vàng. An lấy ngẫu nhiên quả bóng. Tính xác suất của biến cố: “Lấy ra được 2 quả bóng khác màu”.

A. $\frac{11}{20}$.

B. $\frac{109}{190}$.

C. $\frac{129}{190}$.

D. $\frac{9}{11}$.

Giải

+) Quả bóng thứ nhất được lấy là 1 trong số 20 quả bóng nên có 20 cách.

Quả bóng thứ hai được lấy là 1 trong 19 quả bóng còn lại có 19 cách.

Cứ với cách lấy quả bóng thứ nhất có 19 cách lấy quả bóng thứ 2.

Số cách lấy 2 quả bóng là $20 \cdot 19 : 2 = 190$ cách. (Cứ mỗi cặp bị lặp lại 2 lần)

+) Xét biến cố: “Lấy ra được 2 quả bóng khác màu”.

Số cách lấy được 2 quả bóng đều màu xanh là $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$ (cách)

Số cách lấy được 2 quả bóng đều màu đỏ là $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ (cách)

Số cách lấy được 2 quả bóng đều màu vàng là $\frac{9 \cdot 8}{2} = 36$ (cách)

Số cách lấy 2 quả bóng khác màu là $190 - 15 - 10 - 36 = 129$ cách.

Xác suất của biến cố: “Lấy ra được 2 quả bóng khác màu là $\frac{129}{190}$.”

Đáp án cần chọn là. C.

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
	Câu I. (2 điểm)	
a)	Phân tích đa thức thành nhân tử: $xy(x+y) - yz(y+z) - zx(z-x)$	
b)	Chứng minh rằng: Nếu $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ và $a+b+c = abc$ thì ta có $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2$	
a)	Ta có: $xy(x+y) - yz(y+z) - zx(z-x)$	

$$\begin{aligned}
&= xy(x+y) - yz(y+z) - zx[(y+z) - (x+y)] \\
&= xy(x+y) - yz(y+z) - zx(y+z) + zx(x+y) \\
&= x(x+y)(y+z) - z(y+z)(x+y) = (x+y)(y+z)(x-z)
\end{aligned}$$

b) Ta có: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{2}{ab} + \frac{2}{ac} + \frac{2}{bc} = 4$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{2(a+b+c)}{abc} = 4 \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{2abc}{abc} = 4$$

Vậy: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2$

Câu II. (3 điểm)

a) Tìm nghiệm của đa thức sau $f(x) = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4$.

b) Tìm hai số x, y thỏa mãn các đẳng thức $2x^2 - 4xy + 2y^2 + 8x - 8y - 10 = 0$ và $3x - 2y - 4 = 0$

a)

$$\begin{aligned}
f(x) &= x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4 \\
&= (x^4 + x^3) + (5x^3 + 5x^2) + (8x^2 + 8x) + (4x + 4) \\
&= x^3(x+1) + 5x^2(x+1) + 8x(x+1) + 4(x+1) \\
&= (x+1)(x^3 + 5x^2 + 8x + 4) \\
&= (x+1)[(x^3 + 2x^2) + (3x^2 + 6x) + (2x + 4)] \\
&= (x+1)(x+2)(x^2 + 3x + 2) \\
&= (x+1)(x+2)[(x^2 + 2x) + (x + 2)] \\
&= (x+1)(x+2)(x+1)(x+2) \\
&= (x+1)^2(x+2)^2
\end{aligned}$$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2(x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = -2$

Vậy nghiệm của đa thức $f(x)$ là $x = -1$ hoặc $x = -2$

b) Ta có $2x^2 - 4xy + 2y^2 + 8x - 8y - 10 = 0$

$$\begin{aligned}
&= 2(x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y - 5) \\
&= 2[(x^2 - 2xy + y^2) + 4(x - y) - 5] \\
&= 2[(x - y)^2 + 4(x - y) + 4 - 9] \\
&= 2[(x - y + 2)^2 - 3^2]
\end{aligned}$$

	$=2(x-y-1)(x-y+5)$	
	<p>Nên $2x^2 - 4xy + 2y^2 + 8x - 8y - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-y-1=0 \\ x-y+5=0 \end{cases}$</p> <p>+) Nếu $x-y-1=0$ thì</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x-y-1=0 \\ 3x-2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2y-2=0 \\ 3x-2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ <p>+) Nếu $x-y+5=0$ thì</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x-y+5=0 \\ 3x-2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2y+10=0 \\ 3x-2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=19 \end{cases}$ <p>Vậy hai số x, y cần tìm là $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=14 \\ y=19 \end{cases}$</p>	

Câu III. (2. điểm)

- a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$
- b) Chứng minh rằng: với $\forall n \in \mathbb{Z}$ thì $A = [n^3(n^2 - 7)^2 - 36n]$ chia hết cho 7.

	<p>a) Ta có:</p> $y^3 - x^3 = 2x^2 + 3x + 2 = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} > 0 \Rightarrow x < y \quad (1)$ $(x+2)^3 - y^3 = 4x^2 + 9x + 6 = \left(2x + \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} > 0 \Rightarrow y < x+2 \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) ta có: $x < y < x+2$ mà x, y nguyên suy ra $y = x+1$</p> <p>Thay $y = x+1$ vào phương trình ban đầu và giải phương trình tìm được $x = -1 \Rightarrow y = 0$</p> <p>$(x; y) = (-1; 0)$</p> <p>Vậy</p>	
--	---	--

	<p>b) Ta có:</p> $\begin{aligned} A &= [n^3(n^2 - 7)^2 - 36n] \\ &= n[n(n^2 - 7) - 6][n(n^2 - 7) + 6] \\ &= n(n^3 - 7n - 6)(n^3 - 7n + 6) \\ &= n(n^3 - n - 6n - 6)(n^3 - n - 6n + 6) \\ &= n[(n^2 - 1) - 6(n+1)][(n^2 - 1) - 6(n-1)] \\ &= n(n+1)(n^2 - n - 6)(n-1)(n^2 + n - 6) \\ &= n(n+1)(n+2)(n-3)(n-1)(n-2)(n+3) \end{aligned}$ <p>Do đó A là tích của 7 số nguyên liên tiếp $\Rightarrow A:7 \quad \forall n \in \mathbb{Z}$</p>	
--	--	--

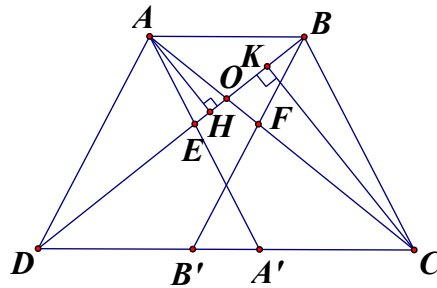
Câu IV. (6 điểm)

Cho hình thang $ABCD$ (đáy lớn CD). Gọi O là giao điểm của AC và BD ; các đường kẻ từ A và B lần lượt song song với BC và AD cắt các đường chéo BD và AC tương ứng ở F và E . Chứng minh:

a) $EF \parallel AB$

b) $AB^2 = EF \cdot CD$

c) Gọi S_1, S_2, S_3 và S_4 theo thứ tự là diện tích của tam giác OAB, OCD, OAD và OBC . Chứng minh $S_1 \cdot S_2 = S_3 \cdot S_4$



a) Chứng minh $EF \parallel AB$

$$\text{Do } AE \parallel BC \text{ và } BF \parallel AD \Rightarrow \begin{cases} \frac{OE}{OB} = \frac{OA}{OC} \\ \frac{OF}{OA} = \frac{OB}{OD} \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } AB \parallel CD \text{ ta lại có: } \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \text{ nên } \frac{OE}{OB} = \frac{OF}{OA} \Rightarrow EF \parallel AB$$

b) Chứng minh $AB^2 = EF \cdot CD$

a) $ABCA'$ và $ABB'D$ là hình bình hành $\Rightarrow A'C = DB' = AB$

$$\text{Vì } EF \parallel AB \text{ nên } \frac{EF}{A'C} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{AF}{AC} \quad (1)$$

Vì $AB \parallel CD$ nên

$$\frac{AF}{FC} = \frac{AB}{B'C} \Rightarrow \frac{AF}{FC + AF} = \frac{AB}{B'C + AB} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AB}{B'C + B'D} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AB}{CD} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra } \frac{EF}{AB} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow AB^2 = EF \cdot CD$$

c) Chứng minh $S_1 \cdot S_2 = S_3 \cdot S_4$

Kẻ $AH \perp BD; CK \perp BD; H, K \in BD$

$$\text{Ta có: } S_1 = \frac{1}{2} AH \cdot OB; S_2 = \frac{1}{2} CK \cdot OD; S_3 = \frac{1}{2} AH \cdot OD; S_4 = \frac{1}{2} OK \cdot OB$$

	$\Rightarrow \frac{S_1}{S_4} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AH \cdot OB}{\frac{1}{2} \cdot CK \cdot OB} = \frac{AH}{CK}; \frac{S_3}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AH \cdot OD}{\frac{1}{2} \cdot CK \cdot OD} = \frac{AH}{CK}$ $\Rightarrow \frac{S_1}{S_4} = \frac{S_3}{S_2} \Rightarrow S_1 \cdot S_2 = S_3 \cdot S_4$	
Câu IV. (1 điểm)		
Cho $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^3 + y^3$.		
	<p>Ta có: $A = x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^2 - xy + y^2$ vì $x + y = 1$</p> $\Rightarrow 2A = 2(x^3 + y^3) = 2x^2 - 2xy + 2y^2 = (x^2 + y^2) + (x - y)^2 \geq x^2 + y^2$ <p>vì $(x - y)^2 \geq 0$ với mọi x, y</p> <p>(Áp dụng bất đẳng thức Côsi)</p> $\Rightarrow 2A \geq \frac{(x+y)^2}{2} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow A \geq \frac{1}{4}$ <p>Dấu "=" xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\frac{1}{4} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$</p>	

----- Hết -----

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.