# BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

## **A.** KIẾN THỨC CẦN NHỚ

### 1. Phương trình (1)

- Với , phương trình (1) vô nghiệm.

- Với , gọi  là số thực thuộc đoạn  sao cho .

Khi đó, ta có: .

**Chú ý**

- Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình  :

+) ;

+) ;

+) .

- Nếu  là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác  sao cho  như sau:



### 2. Phương trình (2)

- Với , phương trình (2) vô nghiệm.

-Với , gọi  là số thực thuộc đoạn  sao cho .

Khi đó, ta có: .

**Chú ý**

- Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình  :



- Nếu  là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác  sao cho  như sau:



### 3. Phương trình

Gọi  là số thực thuộc khoảng  sao cho .

Khi đó với mọi , ta có: .

### 4. Phương trình (4)

Gọi  là số thực thuộc khoảng  sao cho .

Khi đó với mọi , ta có: .

## **B.** VÍ DỤ

### Vấn đề 1. Giải phương trình lượng giác cơ bản

**Ví dụ 1.** Giải phương trình:

a) 

b) 

c) 

d) 

**Giải**

a) Do  nên 



b) Do  nên 

25

c) Do  nên 

d) .

Do cot  nên 



### Vấn đề 2. Tìm nghiệm của phương trình thoả mãn điều kiện cho trước

**Ví dụ 2.** Tìm nghiệm của phương trình:

a)  với ;

b)  với .

**Giải**

a) .

Do  nên .

Mà  nên . Vậy .

b) .

Do  nên .

Mà  nên không có giá trị nào của  thoả mãn. Vậy phương trình không có nghiệm trên khoảng .

### Vấn đề 3. Phương trình đưa về dạng phương trình lượng giác cơ bản

Phương pháp:

- .

- .

**Ví dụ 3.** Giải phương trình:

a) 

b) ;

c) 

**Giải**

a) .

b) 

c) 

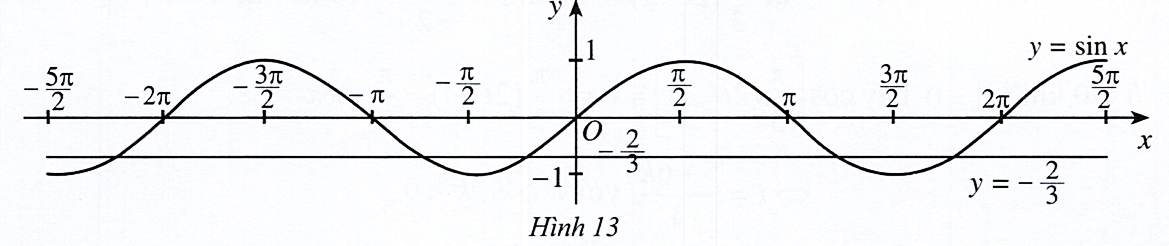


### Vấn đề 4. Sử dụng đồ thị hàm số lượng giác để xác định số nghiệm của phương trình lượng giác trên một tập hợp cho trước

**Ví dụ 4.** Dùng đồ thị hàm số  để xác định số nghiệm của phương trình:  trên khoảng .

**Giải**

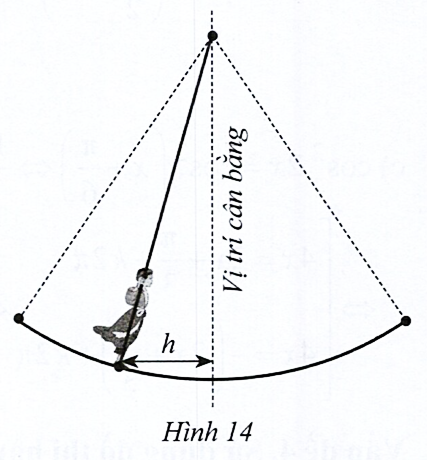
Vẽ đồ thị hai hàm số  và  trên khoảng  (Hình 13):



Số nghiệm của phương trình  hay  trên khoảng  là số giao điểm của đồ thị hàm số  trên khoảng  và đường thẳng . Dựa vào đồ thị, đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  trên khoảng  tại 5 điểm phân biệt nên phương trình  có 5 nghiệm phân biệt trên khoảng .

### Vấn đề 5. Ứng dụng

**Ví dụ 5.** Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) được tổ chức vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng (Hình 14). Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách  từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian  (với  ) bởi hệ thức  với , trong đó ta quy ước  khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và  trong trường hợp ngược lại. Vào thời gian  nào thì khoảng cách  là  ?



**Giải**

Do  nên  hay . Do đó, .

Vậy  khi  hay   với  khi  hay 

 với .

## **C.** BÀI TẬP

**Câu 48.** Phương trình  có các nghiềm là:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 49.** Số nghiệm của phương trình  trên khoảng  là:

**A.** 2 .

**B.** 3 .

**C.** 4 .

**D.** 6 .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 50.** Phương trình  có các nghiềm là:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 51.** Giá trị của  để phương trình  có nghiệm trên khoảng  là:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 52.** Phương trình  có các nghiêm là:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 53.** Phương trình  có các nghiệm là:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 54.** Phương trình  có các nghiệm là:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 55.** Phương trình  có các nghiệm là:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 56.** Phương trình  có các nghiệm là:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 57.** Phương trình  có các nghiệm là:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 58.** Giải phương trình:

a) 

b) 

c) 

d) ;

e) ;

g) 

**Lời giải**

a) .

b) 

c) 

d) .

e) .

g) .

**Câu 59.** Tìm góc lượng giác  sao cho:

a) ;

b) 

c) 

d) ;

e) ;

g) .

**Lời giải**

a) 

b) .

c) .

d) .

e) .

g) .

**Câu 60.** Giải phương trình:

a) 

b) 

c) 

d\*) 

e) ;

g) 

**Lời giải**

a) 

b) 

c\*) Sử dụng công thức hạ bậc, ta có:



Khi đó phương trình tương đương



d\*) Sử dụng công thức hạ bậc tương tự như câu c, ta có: .

e) .

g) .

**Câu 61.** Dùng đồ thị hàm số  để xác định số nghiệm của phương trình:

a)  trên đoạn ;

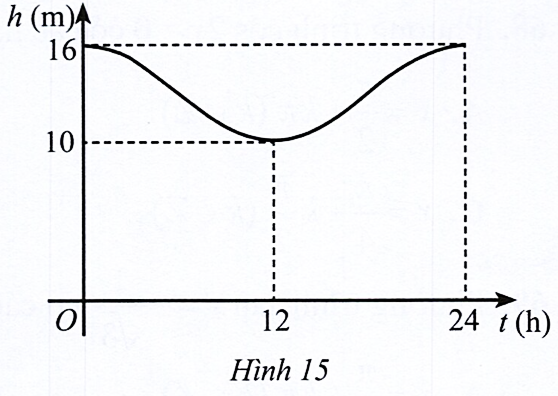
b)  trên khoảng .

**Lời giải**

a) Số nghiệm của phương trình  trên đoạn  bằng số giao điểm của đồ thị hàm số  trên đoạn  và đường thẳng . Dựa vào đồ thị, phương trình  có 4 nghiệm trên đoạn .

b) Phương trình  có 4 nghiệm trên khoảng .

**Câu 62.** Mực nước cao nhất tại một cảng biển là  khi thủy triều lên cao và sau 12 giờ khi thủy triều xuống thấp thì mực nước thấp nhất là . Đồ thị ở Hình mô tả sự thay đổi chiều cao của mực nước tại cảng trong vòng 24 giờ tính từ lúc nửa đêm.



Biết chiều cao của mực nước  theo thời gian  được cho bởi công thức  với  là các số thực dương cho trước.

a) Tìm .

b) Tìm thời điểm trong ngày khi chiều cao của mực nước là .

**Lời giải**

a) Chiều cao của mực nước cao nhất là  khi  và thấp nhất bằng  khi . Theo giả thiết, ta có: 

b) Từ câu a ta có công thức: . Do chiều cao của mực nước là  nên 



Ứng với hai thời điểm trong ngày ta có  (h) và  (h).