## CHUYÊN ĐỀ: QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

## PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT.

\*) Định lí: Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.

# A

***C***

# B

Ba hệ thức:

*AB*  *BC*  *AC*, *AC*  *AB*  *BC*,

*BC*  *AC*  *AB*

gọi là các bất đẳng thức tam giác.

* Tính chất: Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn lớn hơn hiệu độ dài hai cạnh còn lại.
* Nhận xét: Nếu kí hiệu

*a*, *b*, *c* là độ dài ba cạnh tùy ý của một tam giác thì:

*b*  *c*  *a*  *b*  *c* .

## PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

**Dạng 1. Khẳng định có tồn tại hay không một tam giác biết độ dài ba cạnh**

1. **Phương pháp giải:**

+ Tồn tại một tam giác có độ dài ba cạnh là

*a*  *b*  *c*



*a*, *b*, *c* nếu:

*b*  *a*  *c*

*c*  *a*  *b*



hoặc

*b*  *c*  *a*  *b*  *c* .

+ Trong trường hợp xác định được *a* là số lớn nhất trong ba số tam giác chỉ cần: *a*  *b*  *c* .

1. **Bài toán.**

*a*, *b*, *c* thì điều kiện để tồn tại

**Bài 1.** Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

* 1. 6cm; 8cm; 16cm

b) 5,5cm; 3,1cm; 2, 4cm

c) 13, 7cm; 8, 2cm; 5,3cm

d) 8m; 12m; 7m

## Lời giải:

a) Không vì 16  8  6

b) Có vì 5,5  3,1 2, 4

c) Không vì 13, 7  8, 2  5,3

d) Có vì 12  7  8

**Bài 2.** Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây có thể tạo thành một tam giác hay không?

a) 3cm, 4cm, 6cm b) 2m, 4m, 8 m c) 1cm, 3cm, 4cm

## Lời giải:

1. Ta có 6  3  4 nên bộ ba đoạn thẳng này có thể là ba cạnh của một tam giác.
2. Không vì 8  2  4 .
3. Không vì 4  1 3.

**Bài 3.** Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây không thể là ba cạnh của một tam giác.

a) 3cm, 3cm, 7 cm . b) 6 m, 10 m, 8 m . c) 2 m, 6 m, 8 m .

## Lời giải:

1. Không vì 7  3  3 .
2. Ta có 10  6  8 nên bộ ba đoạn thẳng này có thể là ba canh của một tam giác.
3. Không vì 8  6  2 .

**Bài 4.** Một tam giác cân có một cạnh bằng 6 cm. Tính hai cạnh còn lại, biết chu vi của tam giác đó bằng 20 cm.

Nếu cạnh đã cho 6 cm

đẳng thức tam giác.

## Lời giải:

là cạnh đáy thì hai cạnh còn lại là 20  6 : 2  7

cm , thỏa mãn bất

Nếu cạnh đã cho 6 cm

bất đẳng thức tam giác.

là cạnh bên thì hai cạnh còn lại là 6cm và

20  2.6  8

cm , thỏa mãn

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* có số nguyên (cm).

*BC*  1cm, *AC*=7cm.Tìm độ dài cạnh *AB* biết độ dài này là một

## Lời giải:

Theo bất đẳng thức tam giác, trong *ABC* có: *AC*  *BC*  *AB*  *AC*  *BC*  6  *AB*  8

Do *AB* là số nguyên nên *AB*  7cm .

**Bài 6.** Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 6 cm và 2cm . Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của cạnh đó theo cm là một số tự nhiên chẵn.

## Lời giải:

Giả sử

*ABC* có

*AB*  6 cm, *AC*  2 cm .

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có *AB*  *AC*  *BC*  *AB*  *AC* . Suy ra 4  *BC*  8 . Mà *BC* có độ

dài theo cm là một số tự nhiên chẵn. Do đó, *BC*  6cm .

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* có là một số nguyên (cm) .

*AB*  4 cm, *AC*  1cm . Hãy tìm độ dài cạnh *BC* biết rằng độ dài này

## Lời giải:

Ta có *AB*  4 cm, *AC*  1cm .

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có *AB*  *AC*  *BC*  *AB*  *AC* . Suy ra 3  *BC*  5 . Mà *BC* có độ

dài theo cm là một số nguyên. Do đó, *BC*  4cm .

**Bài 8.** Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 4 m và 8 m .

## Lời giải:

Cách 1: Vì tam giác là tam giác cân nên sẽ có độ dại ba cạnh là Th1 4 m; 4m; 8m trường hợp này không xảy ra vì 4 m + 4 m = 8 m Th2 4 m; 8m; 8m trường hợp này xảy ra vì 4 m + 8 m > 8 m

Vậy chu vi tam giác là 20 m . Cách 2:

Giả sử

*ABC* có

*AB*  4 m, *AC*  8 m .

Theo bất đang thức tam giác, ta có | *AB*  *AC* | *BC*  *AB*  *AC* .

Do đó, 4  *BC*  12 . Mà

*ABC*

cân nên suy ra

*BC*  8 m. Vậy chu vi tam giác

*ABC* là 20 m .

**Bài 9.** Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 3cm và 7cm .

## Lời giải:

Giả sử

*ABC* có

*AB*  3cm, *AC*  7 cm .

Theo bất đẩng thức tam giác, ta có | *AB*  *AC* | *BC*  *AB*  *AC* . Do đó, 4  *BC*  10 . Mà *ABC*

cân nên suy ra *BC*  7 cm . Vậy chu vi tam giác *ABC* là 17 cm .

**Bài 10.** Ba cạnh của một tam giác có độ dài bằng 1

2 , 16, *x*

2

(đơn vị cm ). Tìm *x* , biết rằng *x*

là số tự nhiên và có giá trị nhỏ nhất có thể.

## Lời giải:

Theo bất đẩng thức tam giác, ta có | 2 1 16 | *x*  2 1 16 13,5  *x*  18,5 .

2 2

Mà *x* là số tự nhiên và có giá trị nhỏ nhất có thể nên *x*  14cm

**Bài 11.** Tam giác *ABC* có chu vi 18cm, *BC*  *AC*  *AB*. Tính độ dài *BC* biết rằng độ dài đó là một số chẵn (đơn vị: cm ).

## Lời giải:

Ta có: *BC*  *AB*, *BC*  *AC* nên *BC*  *BC*  *BC*  *AC*  *AB*  *BC* , tức là 3.*BC*  18 .

Vậy

*BC*  6*cm*

1

Ta có: *BC*  *AC*  *AB* nên *BC*  *BC*  *AB*  *AC*  *BC* , tức là 2.*BC*  18 .

Vậy

*BC*  9cm

2

Do *BC* là số chẵn nên từ 1,

2

suy ra

*BC*  8cm

**Bài 12.** Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 7cm và 2cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm )?

## Lời giải:

Gọi độ dài cạnh còn lại của tam giác là: *x* ( *cm* ).

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có: | 7  2 | *x*  7  2  5  *x*  9

Mà *x* là một số nguyên nên

*x* 6; 7;8 .

Do đó có 3 tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

## Dạng 2. Chứng minh các bất đẳng thức về độ dài

1. **Phương pháp giải:**

Sử dụng bất đẳng thức tam giác và các biến đổi về bất đẳng thức tam giác

+ Cộng cùng một số vào hai vế của bất đẳng thức: *a*  *b*  *a*  *c*  *b*  *c* .

+ Cộng từng vế hai bất đẳng thức cùng chiều:

*a*  *b*  *a*  *c*  *b*  *d*.

*c*  *d*



1. **Bài toán.**

**Bài 1.** Cho tam giác *OBC* cân tại *O* . Trên tia đối của tia *CO* lấy điểm *A* . Chứng minh *AB*  *AC*

.

## Lời giải:

***O***

***B***

***C***

***A***

Vì *A* thuộc tia đối *CO* nên *C* nằm giữa *O*; *A OA*  *OC* mà *OB*  *OC*  *OA*  *OB*

Xét tam giác *OBA* có *AO*  *OB*  *AB* (bất đẳng thức tam giác)  *AC*  *OC*  *OB*  *AB* .

Lại có *OB*  *OC*

( *OBC*

cân tại *O* )  *AC*  *AB* (điều phải chứng minh).

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* , điểm *M* thuộc cạnh *AB* .

* 1. So sánh *MC* với *AM*  *AC* .
	2. Chứng minh *MB*  *MC*  *AB*  *AC* .

**Lời giải:**

# A

***B C***

***M***

1. Áp dụng bất đẳng thức tam giác vào tam giác *AMC* ta có: *MC*  *AM*  *AC* .
2. Ta có: *MC*  *AM*  *AC*  *MB*  *MC*  *MB*  *MA*  *AC*  *AB*  *AC*

**Bài 3.** Cho tam giác *ABC* , trên tia đối của tia *AC* lấy điểm *K* .

1. So sánh *AB* với *KA*  *KB* .
2. Chứng minh *AB*  *AC*  *KB*  *KC* .

**Lời giải:**

# C

***K B***

***A***

1. Áp dụng bất đẳng thức tam giác vào tam giác *AKB* ta có: *AB*  *KA*  *KB* .
2. Ta có: *AB*  *KB*  *K*A  *AB*  *AC*  *KB*  *KA*  *AC*  *KB*  *KC*

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , *M* là trung điểm của

*BC*. Chứng minh rằng:

*AB*  *AC*  2*AM*

**Lời giải:**

# A

***B C***

***M***

# D

Trên tia đối của tia *MA* lấy điểm *D* sao cho *MD*  *MA*.

Xét

*MAB*

và *MDC* có

*MA*  *MD*

*AMB*  *DMC*

(đối đỉnh)

*MB*  *MC* ( giả thiết )

 *MAB*  *MDC* (c.g.c)

 *AB*  *DC* (Hai cạnh tương ứng)

Xét *ADC* có : *CD*  *AC*  *AD* (bất đẳng thức trong tam giác)

Do đó : *AB*  *AC*  *AD* mà *AD*  2.*AM*

 *AB*  *AC*  2*AM* (đpcm)

**Bài 5.** Cho điểm *M* nằm trong

*MA*  *MB*  *MC*  *AB*  *AC*  *BC*.

*ABC* . Chứng minh rằng: *MB*  *MC*  *AB*  *AC* . Từ đó suy ra:

**Lời giải:**

# A

***C***

***D***

***M***

# B

Kẻ *BM* cắt cạnh *AC* tại *D* .

Xét

*ABD*

có : *BD*  *AB*  *AD*  *MB*  *MD*  *AB*  *AD*

1

Xét

*MDC* có : *MC*  *MD*  *DC*

2

Từ 1 và 2 suy ra :

*MB*  *MC*  *MD*  *AB*  *AD*  *DC*  *MD*

 *MB*  *MC*  *AB*  *AC*

CMTT ta có : *MA*  *MC*  *AB*  *BC* và *MA*  *MB*  *AC*  *BC*

Do đó :

2.*MA*  *MB*  *MC*   2. *AB*  *AC*  *BC* 

*MA*  *MB*  *MC*  *AB*  *AC*  *BC*

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* và *M* là một điểm nằm trong tam giác. Gọi *I* là giao điểm của đường thẳng *BM* và cạnh *AC* . So sánh *MA* với *MI*  *IA* .

1. So sánh *MA* với *MI*  *IA* .
2. Chứng minh rằng *MA*  *MB*  *IB*  *IA* .
3. Chứng minh rằng *IB*  *IA*  *CA*  *CB* .
4. Chứng minh rằng *MA*  *MB*  *CA*  *CB*

**Lời giải:**

# A

***B C***

***I***

***M***

1. Xét *AMI* , theo bất đẳng thức tam giác, ta có

*MA*  *MI*  *IA*

1. Từ câu a), suy ra

*MA*  *MB*  *MI*  *IA*  *MB*

Do đó, *MA*  *MB*  *IA*  *IB*

1. Xét *IBC* , theo bất đẳng thức tam giác, ta có

*IB*  *BC*  *CI*

Do đó *IA*  *IB*  *CA*  *CB* .

1. Từ câu a) kết hợp câu b) ta được

*MA*  *MB*  *CA*  *CB*

**Bài 7.** Cho điểm *K* nằm trong tam giác *ABC* . Gọi *M* là giao điểm của tia *AK* với cạnh *BC* .

1. Chứng minh rằng *KA*  *KB*  *MA*  *MB*  *CA*  *CB* .
2. So sánh *KB*  *KC* với *AB*  *AC* .
3. Chứng minh rằng *KA*  *KB*  *KC*

nhỏ hơn chu vi tam giác *ABC* .

**Lời giải:**

# A

***B M C***

***P***

***N***

***K***

1. Chứng minh tương tự bài tập 5 ta được

*KA*  *KB*  *MA*  *MB*  *CA*  *CB*

1. Gọi *N* là giao điểm của tia *BK* với *AC* . Tương tự câu a) ta có

*KB*  *KC*  *NB*  *NC*  *AB*  *AC* . 1

Do đó, *KB*  *KC*  *AB*  *AC*

1. Gọi *P* là giao điểm của tia *CK* với *AB* . Ta có, *KA*  *KC*  *PA*  *PC*  *BA*  *BC*

Do đó, *KA*  *KC*  *BA*  *BC* . 2

Từ câu a), suy ra *KA*  *KB*  *CA*  *CB* . 3

Từ 1 , 2 và 3 , ta thấy

2(*KA*  *KB*  *KC*)  2( *AB*  *AC*  *BC*)  *KA*  *KB*  *KC*  *AB*  *AC*  *BC*

Vậy tổng *KA*  *KB*  *KC* nhỏ hơn chu vi tam giác *ABC* .

**Bài 8.** Cho tam giác *ABC* . Trên đường phân giác của góc ngoài đỉnh *A* , lấy điểm *M* không trùng với *A* . Chứng minh rằng: *MB*  *MC*  *AB*  *AC* .

## Lời giải:

*D*

*M*

*A*

*B C*

Trên tia đối của tia *AC* lấy điểm *D* sao cho *AB*  *AD*  *AB*  *AC*  *AD*  *AC*  *CD*

1

Xét

*AMB*

và *AMD* có:

*MA* : chung; *BAM*  *DAM* ( *AM* là tia phân giác của *BAD* ); *MB*  *MD*

(cách vẽ)

 *AMB*  *AMC*

*c*.*g*.*c*

 *MB*  *MD* (hai cạnh tương ứng)

 *MB*  *MC*  *MD*  *MC*

2

Xét

*MC*D , ta có: *MC*  *MD*  *CD* . 3

Từ 1 , 2 , 3

suy ra *MB*  *MC*  *AB*  *AC* .

**Bài 9.** Cho hai điểm *A* và *B* nằm về hai phía của đường thẳng *d* . Tìm điểm *C* thuộc đường thẳng *d* sao cho tổng *AC*  *CB* là nhỏ nhất.

**Lời giải:**

# A

***d***

***C***

***B***

***C'***

Giả sử *C* là giao điểm của đoạn thẳng *AB* với đường thẳng *d* .

Vì *C* nằm giữa *A* và *B* nên ta có

*AC*  *CB* 

*AB*. 1

Lấy điểm *C* ' bất kỳ trên *d*  *C*  *C* ' . Nối

*AC* ', *BC* ' .

Áp dụng bất đẳng thức tam giác vào

*ABC* ' , ta có

*AC* '

*BC* '  *AB*. 2

Từ (1) và (2) suy ra

*AC* ' *BC* ' 

*AC*  *CB* .

Vậy *C* là điểm cần tìm.

**Bài 10.** Cho đường thẳng *d* và hai điểm

*A*, *B* nằm cùng về một phía của *d* và *AB* không song

song với *d* . Một điểm *H* di động trên *d* . Tìm vị trí của *H* sao cho

## Lời giải:

*HA*  *HB*

là lớn nhất.

# A

***B***

***d***

***I H***

Vì *AB* không song song với *d* nên *AB* cắt *d* tại *I*. Với điểm *H* bất kì thuộc *d* mà *H* không

trùng với *I* thì ta có tam giác *HAB* . Xét tam giác *HAB* có *HA*  *HB*  *AB* .

Khi *H*  *I*

thì

*HA*  *HB*  *AB* .

Vậy

*HA*  *HB*

lớn nhất là bằng *AB* , khi đó *H*  *I*

là giao điểm của hai đường thẳng *d* và *AB* .

**Bài 11.** Cho góc *xOy* nhọn, trên *Ox* lấy hai điểm *A* và *B* (điểm *A* nằm giữa hai điểm *O* và *B*

). Trên *Oy* lấy hai điểm *C* và *D* (điểm *C* nằm giữa *O* và *D* ). Chứng minh

## Lời giải:

*AB*  *CD* 

*AD*  *BC*.

# O

***x***

***B***

***A***

***F***

***y***

***C***

***D***

Gọi *F* là giao điểm của *AD* và *BC* .

Xét

*AFB* , ta có *AB*  *AF*  *FB*

(bất đẳng thức tam giác). (1)

Xét *CFD* , ta có *CD*<*CF* +*FD* (bất đẳng thức tam giác). (2)

Từ 1,2 có

*AB*+*CD*<*AF* +*FB*+*CF* +*FD*=*AD*+*BC*

hay *AB*+*CD*<*AD*  *BC* . (điều phải chứng minh).

**Bài 12.** Một trạm biến áp và một khu dân cư được xây dựng cách xa hai bờ sông tại hai địa điểm *A* và *B* . Hãy tìm trên bờ sông gần khu dân cư một địa điểm *C* để dụng một cột mắc dây đưa điện từ trạm biến áp về cho khu dân cư sao cho độ dài đường dây dẫn là ngắn nhất.



Nếu

*A*; *B*;*C* thẳng hàng thì

*AC* 

*BC* = *AB*

## Lời giải:

Nếu

*A*; *B*;*C* không thẳng hàng thì ta có tam giác *ABC* lúc đó *AC*

* *BC* > *AB*

Do đó: *AC*

* *BC*

ngắn nhất khi *AC*

* *BC*

 *AB*

 *A*, *B*, *C* thẳng hàng và *C* nằm giữa *A*; *B* .

Vậy vị trí dặt một cột mắc dây điện từ trạm về cho khu dân cư sao cho độ dài đường dây dẫn

ngắn nhất là *C* nằm giữa *A* và *B* (và *A*, *B*, *C* thẳng hàng)

## Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1.**

**Bài 1.** Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

* + 1. 6cm; 7cm; 15cm

b) 4, 2cm; 3,5cm; 2,5cm

c) 3cm; 7, 2cm; 5cm

d) 3m; 10m; 7m

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* có cạnh dài cạnh *AC* là một số nguyên tố.

*AB*  2cm

và cạnh

*BC*  7 cm . Tính độ dài cạnh *AC* biết độ

**Bài 3.** Cho

*ABC*

cân.

1. Tính

*AC*, *BC* biết chu vi

*ABC*

là 23 cm và

*AB* 

5 cm.

1. Tính chu vi

*ABC*

biết *AB*

 5cm, *AC*

 12cm.

**Bài 4.** Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 1cm và 3cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm )?

## Dạng 2.

**Bài 1.** Cho góc *xOy*, *Oz* là tia phân giác của góc *xOy* . Từ điểm *M* ở trong góc *xOz* vẽ *MH*

vuông góc với *Ox* ( *H* thuộc *Ox* ), *MK* vuông góc với *Oy* ( *K* thuộc *Oy* ). Chứng minh rằng:

*MH*  *MK* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có ( *AB*

 *AC* ) và *AD* là phân giác góc *A* ( *D*  *BC*

). Gọi *E* là một điểm bất

kỳ thuộc cạnh *AD* ( *E* khác *A* ). Chứng minh *AC*

* *AB*
* *EC*
* *EB* .

**Bài 3.** Cho

*ABC*

cân tại *A* , góc *A* tù, trên cạnh *BC* lấy điểm *D* , trên tia đối của tia *CB* lấy

điểm *E* sao cho *BD*  *CE* , trên tia đối của tia *CA* lấy điểm *I* sao cho *CI*  *CA*.

a, Chứng minh rằng:

*ABD*  *ICE*

và *AB*  *AC*  *AD*  *AE* .

b, Từ *D* và *E* kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với *BC* cắt Chứng minh rằng: *BM*  *CN* .

*AB*, *AI* lần lượt tại *M* và *N* ,

c, Chứng minh rằng: Chu vi

*ABC*

nhỏ hơn chu vi

*AMN* .

**Bài 4.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* , tia phân giác của góc *B* cắt *AC* tại

*D*. Chứng minh rằng

*BC*  *BA*  *DC*  *DA* .

## ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1.**

## Bài 1.

a) Không vì 15  6  7.

b) Có vì 4, 2  3,5  2,5

c) Có vì 7, 2  3  5

1. Không vì 10  3  7

## Bài 2.

Áp dụng tính chất quan hệ ba cạnh của một tam giác vào tam giác *ABC* ta có:

*BC*  *AB*  *AC*  *BC*  *AB*  5  *AC*  9

Mà độ dài cạnh *AC* là một số nguyên tố nên

## Bài 3.

*AC*  7cm.

* 1. Tính

*AC*, *BC* biết chu vi

*ABC*

là 23 cm và

*AB* 

5 cm.

Cách 1: Vì là tam giác cân

TH1 : ta có ba cạnh là 5*cm* , 5*cm và* 13 *cm* không có tam giác có ban cạnh vậy Th2 : ta có ba cạnh là 5cm,x cm, x cm và chu vi bằng 23cm

Lúc đó 5 5  *x*  *x*  23  *x*  9 thỏa mãn tam giác có ba cạnh này

Vì *AB* 

5 cm.nên

*AC*  *BC*

 9 cm.

Cách 2

\* Nếu *AB* là cạnh bên và

*ABC*

cân tại *A*

 *AB*

 *AC*

 5 cm.

 *BC*

 13 cm

(không thỏa mãn BĐT tam giác).

\* Nếu *AB* là cạnh bên và

*ABC*

cân tại *B*

 *AB*

 *CB*

 5 cm.

 *AC*  13 cm (không thỏa mãn BĐT tam giác).

\*Nếu *AB* là cạnh đáy thì

*ABC*

cân tại *C*

 *AC*  *BC*  23  5 : 2 9cm. (Thỏa mãn BĐT tam giác)

Vậy: *AC*  *BC*  9cm

* 1. Tính chu vi

*ABC*

biết *AB*

 5cm, *AC*

 12cm.

\* Nếu

 *AC*

*AB*  *BC*  5cm là cạnh bên

 12cm là cạnh đáy

Khi đó 12  5  5 ( không thỏa mãn BĐT tam giác).

Vậy *AC*

 *BC*

 12cm là cạnh bên

*AB*  5cm là cạnh đáy

Chu vi

## Bài 4.

*ABC*

là :

12 12  5  29 cm

Gọi độ dài cạnh còn lại của tam giác là: *x* ( *cm* ).

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có: |1 3 | *x*  1 3  2  *x*  4

Mà *x* là một số nguyên nên *x*  3 .

Do đó có 1 tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

## Dạng 2 .

**Bài 1.**

Gọi *A* là giao điểm của *MK* với *Oz* . Vẽ *AB* vuông góc với *Ox* ( *B* thuộc *Ox* ). Nối *B* với *M*

*O*

*x*

*H*

*B*

*M*

*z*

*A*

*y*

*K*

Xét

*KOA*

(*K*  900 )

và *BOA*

(*B*  900 ) có:

*OA* chung

*KOA*  *BOA* ( *Oz* là tia phân giác *xOy* )

 *KOA*  *BOA* (cạnh huyền – góc nhọn)

 *AK*  *AB* (Hai cạnh tương ứng)

Xét

*ABM*

có *BM*  *AB*  *AM*

(Bất đẳng thức trong tam giác)

Do đó : *BM*  *AK*  *AM* hay *BM*  *MK*

Mà *MH*  *BM* (quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc )

 *MH*  *MK*

## Bài 2.

( đpcm )

***A***

***B D C***

***E***

***F***

Trên cạnh *AC* lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AB* .

Xét

*ABE*

và AFE có

*AB*  AF;

*BA*E  *F*AE; *A*E chung .

Do đó

*ABE* 

AFE (c.g.c) 

*BE* 

*EF*.

Trong tam giác *EFC* có *FC*

* *EC*
* *EF*

Mà *BE*

 *EF*

nên *FC*

* *EC*

– *EB* 1

Lại có

*FC*  *AC*

* *AF*

mà *AF*

 *AB*

nên *FC*

 *AC*

– *AB* 2

Từ 1 và 2

## Bài 3.

suy ra

*AB* – *AC*

* *EC*
* *EB*.

*A*

*B*

*M*

*C*

*E*

*D*

*O*

*N*

a, CM:

*ABD*  *ICE*

*I*

c.g.c , Ta có : *AB*  *AC*  *AI*

Vì *ABD*  *ICE*  *AD*  *EI*

Áp dụng BĐT trong

*AEI* : *AE*  *EI*  *AI*

hay *AE*  *AD*  *AB*  *AC*

b, CM:

*BDM*  *CEN*

g.c.g  *BM*  *CN*

c, Vì *BM*  *CN* 

*AB*  *AC*  *AM*  *AN* 1

Có *BD*  *CE* (gt),  *BC*  *DE*

Gọi *O* là giao của *MN* và *BC*

 *OM*  *OD*  *MO*  *ON*  *OD*  *OE*  *MN*  *DE*  *MN*  *BC*



*ON*  *OE*

2

Từ 1

## Bài 4.

và 2 ta có : chu vi của

*ABC*

nhỏ hơn chu vi của

*AMN*

*B*

1 2

*H*

*A D C*

Xét

*ADB* và

*HDB*

có:

*BD* : cạnh huyền chung;

*B*1  *B*2

( *BD* là tia phân giác của *B* )

 *ADB*  *HDB* (cạnh huyền-góc nhọn)

 *BA*  *BH*; *DA*  *DH* (hai cạnh tương ứng)

Xét

*HDC*

vuông tại *H* có *DC*  *DH*

và *HC*  *DC*  *DH* (bất đẳng thức tam giác)

Suy ra *BC*  *BH*  *HC*  *DC*  *DA* (vì *DH*  *DA* ) Do đó, *BC*  *BA*  *DC*  *DA* (vì *BH*  *BA* )

## PHIẾU BÀI TẬP

**Dạng 1:**

**Bài 1.** Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác? a) 6cm; 8cm; 16cm b) 5,5cm; 3,1cm; 2, 4cm

d) 13, 7cm; 8, 2cm; 5,3cm c) 8m; 12m; 7m

**Bài 2.** Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây có thể tạo thành một tam giác hay không?

* + 1. 3cm, 4cm, 6cm b) 2m, 4m, 8 m c) 1cm, 3cm, 4cm

**Bài 3.** Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây không thể là ba cạnh của một tam giác.

a) 3cm, 3cm, 7 cm . b) 6 m, 10 m, 8 m . c) 2 m, 6 m, 8 m .

**Bài 4.** Một tam giác cân có một cạnh bằng 6 cm. Tính hai cạnh còn lại, biết chu vi của tam giác đó bằng 20 cm.

**Bài 5.** Cho tam giác *ABC* có số nguyên (cm).

*BC*  1cm, *AC*=7cm.Tìm độ dài cạnh *AB* biết độ dài này là một

**Bài 6.** Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 6 cm và 2cm . Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của cạnh đó theo cm là một số tự nhiên chẵn.

**Bài 7.** Cho tam giác *ABC* có là một số nguyên (cm) .

*AB*  4 cm, *AC*  1cm . Hãy tìm độ dài cạnh *BC* biết rằng độ dài này

**Bài 8.** Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 4 m và 8 m .

**Bài 9.** Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 3cm và 7cm .

**Bài 10.** Ba cạnh của một tam giác có độ dài bằng 1

2 , 16, *x*

2

(đơn vị cm ). Tìm *x* , biết rằng *x*

là số tự nhiên và có giá trị nhỏ nhất có thể.

**Bài 11.** Tam giác *ABC* có chu vi 18cm, *BC*  *AC*  *AB*. Tính độ dài *BC* biết rằng độ dài đó là một số chẵn (đơn vị: cm ).

**Bài 12.** Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 7cm và 2cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm )?

## Dạng 2:

**Bài 1.** Cho tam giác *OBC* cân tại *O* . Trên tia đối của tia *CO* lấy điểm *A* . Chứng minh *AB*  *AC*

.

Lại có *OB*  *OC*

( *OBC*

cân tại *O* )  *AC*  *AB* (điều phải chứng minh).

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* , điểm *M* thuộc cạnh *AB* .

1. So sánh *MC* với *AM*  *AC* .
2. Chứng minh *MB*  *MC*  *AB*  *AC* .

**Bài 3.** Cho tam giác *ABC* , trên tia đối của tia *AC* lấy điểm *K* .

1. So sánh *AB* với *KA*  *KB* .
2. Chứng minh *AB*  *AC*  *KB*  *KC* .

**Bài 4.** Cho tam giác *ABC* , *M* là trung điểm của

*BC*. Chứng minh rằng:

*AB*  *AC*  2*AM*

**Bài 5.** Cho điểm *M* nằm trong

*MA*  *MB*  *MC*  *AB*  *AC*  *BC*.

*ABC* . Chứng minh rằng: *MB*  *MC*  *AB*  *AC* . Từ đó suy ra:

**Bài 6.** Cho tam giác *ABC* và *M* là một điểm nằm trong tam giác. Gọi *I* là giao điểm của đường thẳng *BM* và cạnh *AC* . So sánh *MA* với *MI*  *IA* .

1. So sánh *MA* với *MI*  *IA* .
2. Chứng minh rằng *MA*  *MB*  *IB*  *IA* .
3. Chứng minh rằng *IB*  *IA*  *CA*  *CB* .
4. Chứng minh rằng *MA*  *MB*  *CA*  *CB*

**Bài 7.** Cho điểm *K* nằm trong tam giác *ABC* . Gọi *M* là giao điểm của tia *AK* với cạnh *BC* .

1. Chứng minh rằng *KA*  *KB*  *MA*  *MB*  *CA*  *CB* .
2. So sánh *KB*  *KC* với *AB*  *AC* .
3. Chứng minh rằng *KA*  *KB*  *KC* nhỏ hơn chu vi tam giác *ABC* .

**Bài 8.** Cho tam giác *ABC* . Trên đường phân giác của góc ngoài đỉnh *A* , lấy điểm *M* không trùng với *A* . Chứng minh rằng: *MB*  *MC*  *AB*  *AC* .

**Bài 9.** Cho hai điểm *A* và *B* nằm về hai phía của đường thẳng *d* . Tìm điểm *C* thuộc đường thẳng *d* sao cho tổng *AC*  *CB* là nhỏ nhất.

**Bài 10.** Cho đường thẳng *d* và hai điểm *A*, *B* nằm cùng về một phía của *d* và *AB* không song

song với *d* . Một điểm *H* di động trên *d* . Tìm vị trí của *H* sao cho

*HA*  *HB*

là lớn nhất.

**Bài 11.** Cho góc *xOy* nhọn, trên *Ox* lấy hai điểm *A* và *B* (điểm *A* nằm giữa hai điểm *O* và *B*

). Trên *Oy* lấy hai điểm *C* và *D* (điểm *C* nằm giữa *O* và *D* ). Chứng minh

*AB*  *CD* 

*AD*  *BC*.

**Bài 12.** Một trạm biến áp và một khu dân cư được xây dựng cách xa hai bờ sông tại hai địa điểm *A* và *B* . Hãy tìm trên bờ sông gần khu dân cư một địa điểm *C* để dụng một cột mắc dây đưa điện từ trạm biến áp về cho khu dân cư sao cho độ dài đường dây dẫn là ngắn nhất.



## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1.**

**Bài 1.** Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

1. 6cm; 7cm; 15cm

f) 4, 2cm; 3,5cm; 2,5cm

g) 3cm; 7, 2cm; 5cm

h) 3m; 10m; 7m

**Bài 2.** Cho tam giác *ABC* có cạnh dài cạnh *AC* là một số nguyên tố.

*AB*  2cm

và cạnh

*BC*  7 cm . Tính độ dài cạnh *AC* biết độ

**Bài 3.** Cho

*ABC*

cân.

1. Tính

*AC*, *BC* biết chu vi

*ABC*

là 23 cm và

*AB* 

5 cm.

1. Tính chu vi

*ABC*

biết *AB*

 5cm, *AC*

 12cm.

**Bài 4.** Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 1cm và 3cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm )?

## Dạng 2.

**Bài 1.** Cho góc *xOy*, *Oz* là tia phân giác của góc *xOy* . Từ điểm *M* ở trong góc *xOz* vẽ *MH*

vuông góc với *Ox* ( *H* thuộc *Ox* ), *MK* vuông góc với *Oy* ( *K* thuộc *Oy* ). Chứng minh rằng:

*MH*  *MK* .

**Bài 2.** Cho

*ABC*

có ( *AB*

 *AC* ) và *AD* là phân giác góc *A* ( *D*  *BC*

). Gọi *E* là một điểm bất

kỳ thuộc cạnh *AD* ( *E* khác *A* ). Chứng minh *AC*

* *AB*
* *EC*
* *EB* .

**Bài 3.** Cho

*ABC*

cân tại *A* , góc *A* tù, trên cạnh *BC* lấy điểm *D* , trên tia đối của tia *CB* lấy

điểm *E* sao cho *BD*  *CE* , trên tia đối của tia *CA* lấy điểm *I* sao cho *CI*  *CA*.

a, Chứng minh rằng:

*ABD*  *ICE*

và *AB*  *AC*  *AD*  *AE* .

b, Từ *D* và *E* kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với *BC* cắt Chứng minh rằng: *BM*  *CN* .

*AB*, *AI* lần lượt tại *M* và *N* ,

c, Chứng minh rằng: Chu vi

*ABC*

nhỏ hơn chu vi

*AMN* .

**Bài 4.** Cho

*ABC*

vuông tại *A* , tia phân giác của góc *B* cắt *AC* tại

*D*. Chứng minh rằng

*BC*  *BA*  *DC*  *DA* .