

Trắc nghiệm đúng sai (Tính đơn điệu của hàm số)
 Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$+$	0	$-$
y				5	

$-\infty$ 0 5 $-\infty$

Khi đó:

*a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-3; -2)$

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 5)$

*c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$

*d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Nhìn vào biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$; nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-3; -2)$ là mệnh đề **đúng**

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 5)$ là mệnh đề **sai**

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ là mệnh đề **đúng**

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ là mệnh đề **đúng**

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Khi đó:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

*b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta có:

$y' < 0 \forall x \in (-3; 0) \cup (0; 3)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-3; 0)$ và $(0; 3)$.

$y' > 0, \forall x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(3; +\infty)$

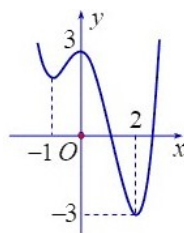
Xét: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$ là mệnh đề **sai**

Xét: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$ là mệnh đề **đúng**

Xét: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ là mệnh đề **sai** vì trên $(-3; 0)$ hàm số nghịch biến

Xét: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ là mệnh đề **sai**

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khi đó

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

c) Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

d) Nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Dựa vào đồ thị ta có:

Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(2; +\infty)$ và hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$

Nên: Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Khi đó:

a) Hàm số $y = f(x+1)$ đồng biến trên $(a; b)$

b) Hàm số $y = -f(x) - 1$ nghịch biến trên $(a; b)$

c) Hàm số $y = -f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$

d) Hàm số $y = f(x) + 1$ đồng biến trên $(a; b)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Vì các ý b, c, d chỉ cần lấy đạo hàm là thấy đáp án đúng. Ý a muốn biết sai ta chỉ cần lấy ra 1 hàm $f(x)$ cụ thể mà đồng biến trên $(a; b)$ rồi tính $f(x+1)$ là có ngay đáp án.

Câu 5. Giả sử hàm số $(C): y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng K và hàm số $(C'): y = g(x)$ đồng biến trên khoảng K. Khi đó,

a) Hàm số $f(x) + g(x)$ đồng biến trên khoảng K.

*b) Hàm số $f(x) - g(x)$ nghịch biến trên khoảng K.

c) Hàm số $f(x)g(x)$ nghịch biến trên khoảng K.

d) Đồ thị của hàm số (C) và (C') có đúng một điểm chung.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a sai. Ví dụ: Hàm số $f(x) = 2x^2$ nghịch biến trên $(-1; 0)$, hàm số $g(x) = x$ đồng biến trên $(-1; 0)$ nhưng trên $(-1; 0)$ hàm số $f(x) + g(x) = 2x^2 + x$ không đồng biến.

b đúng vì: $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$, $g'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm.

Khi đó, xét hàm số $h(x) = f(x) - g(x); h'(x) = f'(x) - g'(x) \leq 0, \forall x \in K$, dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm $\Rightarrow h(x)$ nghịch biến trên K .

c sai. Ví dụ: Hàm số $f(x) = 2x^2$ nghịch biến trên $(-1; 0)$, hàm số $g(x) = x$ đồng biến trên $(-1; 0)$ nhưng trên $(-1; 0)$ hàm số $f(x).g(x) = 2x^3$ là hàm số đồng biến.

d sai vì trên miền K hai đồ thị có thể không có điểm chung. Ví dụ: Hàm số $f(x) = x^2$ nghịch biến trên $(-1; 0)$, hàm số $g(x) = 2x$ đồng biến trên $(-1; 0)$ nhưng trên $(-1; 0)$ phương trình $f(x) = g(x)$

$$\Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (-1; 0) \\ x = 2 \notin (-1; 0) \end{cases}$$

Câu 6. Cho hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$. Khi đó:

*a) Tập xác định $D = [-\sqrt{3}; 0] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$.

b) Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.

c) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

*d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(\sqrt{3}; +\infty)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có các nhận xét sau:

Hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$ xác định khi và chỉ khi $x^3 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \leq x \leq 0 \end{cases}$.

Ta có: $y' = \frac{3x^2 - 3}{2\sqrt{x^3 - 3x}}$, $y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1)$, kết hợp điều kiện $x^3 - 3x > 0$

Ta được $(-\sqrt{3}; -1); (\sqrt{3}; +\infty)$ là khoảng đồng biến của hàm số đã cho.

Ta được $x \in (-1; 0)$ là khoảng nghịch biến của hàm số đã cho.

Câu 7. Cho hàm số $y = |x+1|(x-2)$. Khi đó:

*a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

*c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

*d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $y' = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq -1 \\ -2x+1 & \text{khi } x < -1 \end{cases}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'		+	-	+
y		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ (tham số m). Khi đó:

*a) Khi $m = -1$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

*b) Đạo hàm của hàm số là $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$

c) Có 3 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

d) Có 6 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Khi $m = -1$ ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ nên hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

Ta có: $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$

Hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2.$$

Vậy $m \in [-4; 2]$.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

*b) Với $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên $(a; +\infty)$, khi đó a là một nghiệm của phương trình $3x^2 + 6x = 0$

c) Để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ thì giá trị lớn nhất của m bằng 3

d) Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi $m \leq b$, khi đó thể tích khối lập phương có cạnh bằng $|b|$ là 9

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 + 6x - m$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x < 0$

$$3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x < 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m, \forall x < 0.$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x$ trên khoảng $(-\infty; 0)$, ta có:

$$f'(x) = 6x + 6. \text{ Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1. \text{ Ta có } f(-1) = -3.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-3	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $m \leq -3$.

Câu 10. Cho hàm số $y = (3m^2 - 12)x^3 + 3(m - 2)x^2 - x + 2$ (tham số m). Khi đó

- a) Khi $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$
- b) Khi $m = \pm 2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- *c) Có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- *d) Tổng bình phương của tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là 5

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 9(m^2 - 4)x^2 + 6(m - 2)x - 1$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (dấu "=" xảy ra tại hữu hạn $x \in \mathbb{R}$)

TH1: $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

+ Với $m = 2$ ta có $y' = -1 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên $m = 2$ thỏa mãn.

+ Với $m = -2$ ta có $y' = -24x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{24}$ (không thỏa với mọi $x \in \mathbb{R}$) nên loại $m = -2$.

TH2: $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$. Ta có

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9(m^2 - 4) < 0 \\ \Delta' = 9(m - 2)^2 + 9(m^2 - 4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ 0 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2 - \frac{m \in \mathbb{Z}}{\rightarrow} m \in \{0; 1\}$$

Vậy

$$m \in \{0; 1; 2\} \Rightarrow 0^2 + 1^2 + 2^2 = 5$$

Câu 11. Cho hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ (tham số m). Khi đó

- a) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
- *b) Khi $m = 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
- *c) Khi $m = 3$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$

d) Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ bằng 2

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Ta có $y' = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

* Trường hợp 1: $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

+ Với $m = 1$, ta được $-1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (luôn đúng), suy ra $m = 1$ (nhận).

+ Với $m = -1$, ta được $-4x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}$, suy ra $m = -1$ (loại).

* Trường hợp 2: $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Ta có $\Delta' = (m-1)^2 + 3(m^2 - 1) = m^2 - 2m + 1 + 3m^2 - 3 = 4m^2 - 2m - 2$

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ 4m^2 - 2m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1$$

Để

Tổng hợp lại, ta có tất cả giá trị m cần tìm là $-\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$, suy ra $m \in \{0; 1\}$, nên có 2 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ (tham số m). Khi đó:

*a) Khi $m = 1$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó

b) Khi $m = 4$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó

c) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ là $(3; 6]$

*d) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ là $(3; 6]$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Hàm số xác định khi: $x+m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -m$.

$$y = \frac{x+3}{x+m} \Rightarrow y' = \frac{m-3}{(x+m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y' < 0, \forall x \in (-\infty; -6) \\ -m \notin (-\infty; -6) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ -m \in [-6; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3$$

Vậy: $m \in (-\infty; 3)$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y' > 0, \forall x \in (-\infty; -6) \\ -m \notin (-\infty; -6) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 > 0 \\ -m \in [-6; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 6$$

Vậy: $m \in (3; 6]$

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{mx - 1}{m - 4x}$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

b) Ta có $y' = -\frac{m^2 - 4}{(m - 4x)^2}$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ khi $a \leq m < b$, khi đó $b - a = 1$

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ khi $a \leq m < b$, khi đó $\log_b a^2 = 0$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{m}{4}\right\}$.

Ta có $y' = \frac{m^2 - 4}{(m - 4x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \frac{m}{4} \notin \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \frac{m}{4} \geq \frac{1}{4} \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq m < 2$

Vậy $1 \leq m < 2$.

Đáp án: aSbScDdĐ

Câu 14. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (2 - m)x$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 0$ hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

*b) Khi $m = 0$ hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

c) Biết tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là $(-\infty; a]$ lúc đó: $(-\infty; a] \cap (1; 2024) = (-\infty; 2024)$

d) Biết tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là $(-\infty; a]$ lúc đó, phương trình $2^x = a$ có nghiệm $x > 2$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 2 - m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$m \leq 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2; +\infty)$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x + 2, \forall x \in (2; +\infty)$

$$f'(x) = 6x - 6, f'(x) = 0 \Rightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		0		+
$f(x)$			2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $m \leq 2$. Vậy $m \in (-\infty; 2]$.

Câu 15. Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m - 6)x + 1$ (tham số m). Khi đó:

a) Với $m = 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

*b) Với $m = 6$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$

c) Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ thì $m \leq 2$

*d) Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ là $(-\infty; a]$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow a} (x + 2024) = 2027$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$y' = 3x^2 - 2mx - (m - 6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ thì: $y' \geq 0, \forall x \in (0; 4)$.

tức là $3x^2 - 2mx - (m - 6) \geq 0 \forall x \in (0; 4) \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 6}{2x + 1} \geq m \forall x \in (0; 4)$

Xét hàm số $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x + 1}$ trên $(0; 4)$.

$$g'(x) = \frac{6x^2 + 6x - 12}{(2x + 1)^2}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 4) \\ x = -2 \notin (0; 4) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	1	4
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	6	3	$\frac{54}{13}$

Vậy để $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x + 1} \geq m \forall x \in (0; 4)$ thì $m \leq 3$.

Câu 16. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$

*b) Nếu $m > 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-m; 3m)$.

*c) Nếu $m < 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(3m; -m)$.

d) Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ khi $m \leq a$ hoặc $m \geq b$, khi đó $a + b = \frac{2}{3}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6mx - 9m^2; \quad y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx - 9m^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 3m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m \\ x = 3m \end{cases}$$

• Nếu $-m = 3m \Leftrightarrow m = 0$ thì $y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có khoảng nghịch biến.

• Nếu $-m < 3m \Leftrightarrow m > 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-m; 3m)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq 0 \\ 3m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m \geq \frac{1}{3}$.

• Nếu $-m > 3m \Leftrightarrow m < 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(3m; -m)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m \leq 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m \leq -1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ khi $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ (tham số m). Khi đó:

a) Với $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

b) $y'(2m-1) = 0$

c) Nếu $m \geq 1$ thì hàm số không thể nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

d) Để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng thì $m \leq a$. Khi đó phương trình $2024^x = a$ có 1 nghiệm.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{cases}$.

Nếu $1 \leq 2m - 1$ thì ta có biến đổi $y' \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2m - 1$.

(trường hợp này hàm số không thể nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$).

Xét $2m - 1 < 1$ ta có biến đổi $y' \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2m - 1; 1]$.

x	$-\infty$	$2m-1$			1	$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
	$-\infty$					 $+\infty$

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ thì $(-2; 0) \subset [2m - 1; 1]$.

$$\Leftrightarrow 2m - 1 \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}.$$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 + x + 2})$.

Khi đó

- a) $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 b) $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
 *c) $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$.
 d) $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$; $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, có đồ thị như hình vẽ.

Do đó $x = 0 \Rightarrow d = 4$; $x = 2 \Rightarrow 8a + 4b + 2c + d = 0$; $f'(2) = 0 \Rightarrow 12a + 4b + c = 0$; $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$. Tìm được $a = 1; b = -3; c = 0; d = 4$ và hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

Ta có $g(x) = f(\sqrt{x^2 + x + 2}) = (\sqrt{x^2 + x + 2})^3 - 3(x^2 + x + 2) + 4$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{3}{2}(2x+1)\sqrt{x^2+x+2} - 3(2x+1) = 3(2x+1)\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+x+2} - 1\right);$$

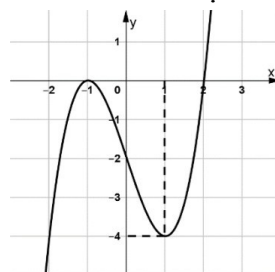
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của hàm $y = g(x)$:



Vậy $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$.



Khi đó

- *a) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$
 *b) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$
 c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$
 d) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-2; -1)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$$g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Ta có

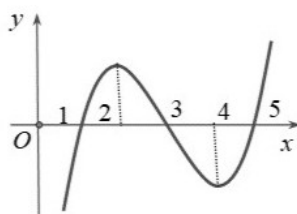
$$\text{Từ đồ thị } f'(x) \text{ ta có}$$

$$f'(x^2 - 2) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$								

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x+1)$.



Khi đó:

- a) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; 4)$. *b) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. *d) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$$g(x) = f(x+1)$$

Ta có: $g'(x) = f'(x+1)$

$$\text{Hàm số } g(x) \text{ đồng biến} \Leftrightarrow g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 5 \\ 1 < x+1 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$$

$$\text{Hàm số } g(x) \text{ nghịch biến} \Leftrightarrow g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x+1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x+1 < 5 \\ x+1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 4 \\ x < 0 \end{cases}$$

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$; $(4; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$; $(-\infty; 0)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Biết $f(x) > 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Xét hàm số $g(x) = f(3 - 2f(x)) - x^3 + 3x^2 - 2020$.

Khi đó:

- a) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$. b) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

c) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

*d) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------------	---------------	---------------	----------------

Ta có: $g'(x) = -2f'(x)f'(3-2f(x)) - 3x^2 + 6x$.

Vì $f(x) > 2, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $3-2f(x) < -1 \forall x \in \mathbb{R}$

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ suy ra $f'(3-2f(x)) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Từ đó ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	4	
$-f'(x)f'(3-2f(x))$	-	0	+		+	0	-
$-3x^2 + 6x$	-		-	0	+		+

---HẾT---