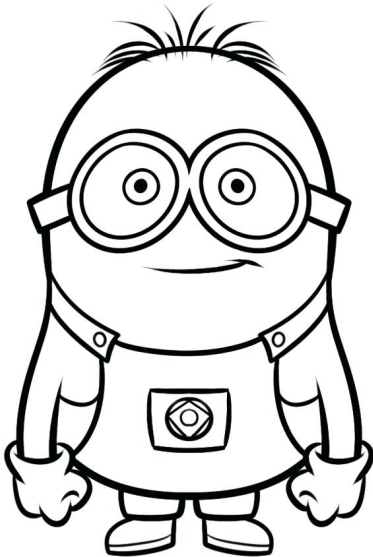


▮ BÀI 2 : HÀM SỐ BẬC HAI . ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC HAI VÀ ỨNG DỤNG

▮ BÀI GIẢNG 1 : KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ



LÝ THUYẾT



Memorize :



Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 56: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (P) .

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .

b) Nhận xét sự biến thiên của hàm số trên khoảng $(0; 3)$.

c) Tìm tập hợp các giá trị của x để $y \geq 0$; $y < 0$.

d) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ và trên đoạn $[-2; 1]$.

 **Lời giải :**

Câu 57: Cho hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$.

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .

b) Dựa vào đồ thị biện luận số nghiệm phương trình $x^2 - 5x + 4 + m = 0$.

c) Tìm m để phương trình $x^2 - 5x - m = 0$ có nghiệm $x \in [0; 4]$.

 **Lời giải :**

Câu 58: Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$

a) Vẽ đồ thị hàm số.

b) Biện luận số nghiệm phương trình $-x^2 + 2x + 3 - m = 0$

 **Lời giải :**

Câu 59: Cho hàm số $y = x^2 - 3x + 2$

a) Vẽ đồ thị hàm số.

b) Biện luận số nghiệm phương trình $x^2 - 3|x| + m - 1 = 0$

 **Lời giải :**

Câu 60: Một quả bóng được ném lên trên theo chiều phương thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu 14,7 m/s. Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao của quả bóng so với mặt đất (tính bằng mét) có thể mô tả bởi phương trình:

$$h(t) = -4,9t^2 + 14,7t$$

- a) Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất?
- b) Tìm độ cao lớn nhất của quả bóng.
- c) Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng rơi chạm đất?

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 61: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

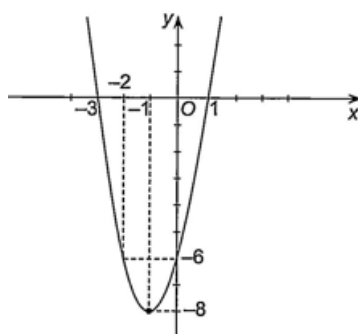
a) $y = 2x^2 + 4x - 6$

b) $y = -x^2 - 2$

Lời giải

a) (H.6.11) Ta có $a = 2 > 0$ nên parabol quay bề lõm lên trên. Đỉnh $I(-1; -8)$.

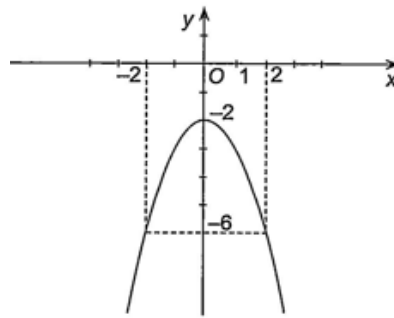
Trục đối xứng $x = -1$. Giao điểm với Oy là $(0; -6)$. Điểm đối xứng với điểm $(0; -6)$ qua trục đối xứng $x = -1$ là $(-2; -6)$. Giao điểm với Ox là $(-3; 0)$ và $(1; 0)$.



Hình 6.11

b) (H.6.12) Ta có $a = -1 < 0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới. Đỉnh $I(0; -2)$.

Trục đối xứng $x = 0$. Giao điểm với Oy là $(0; -2)$. Đồ thị hàm số không có giao điểm với trục Ox . Lấy điểm $(2; -6)$ thuộc đồ thị hàm số; điểm đối xứng với điểm đó qua trục đối xứng $x = 0$ là $(-2; -6)$.



Hình 6.12

Câu 62: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

a) $y = 2x^2 + 4x - 1$

b) $y = -x^2 + 2x + 3$

Lời giải

a) $y = 2x^2 + 4x - 1$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị hàm số bậc hai $y = 2x^2 + 4x - 1$ là một parabol (P):

+ Có đỉnh S với hoành độ:

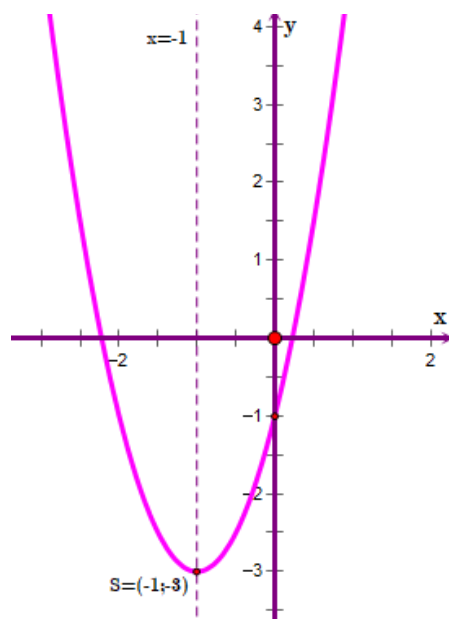
$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 2} = -1; y_s = 2 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 1 = -3.$$

+ Có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$ (đường thẳng này đi qua đỉnh S và song song với trục Oy);

+ Bề lõm quay lên trên vì $a = 2 > 0$

+ Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1, tức là đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0; -1)$.

Ta vẽ được đồ thị như hình dưới.



b) $y = -x^2 + 2x + 3$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số bậc hai $y = -x^2 + 2x + 3$ là một parabol (P):

+ Có đỉnh S với hoành độ:

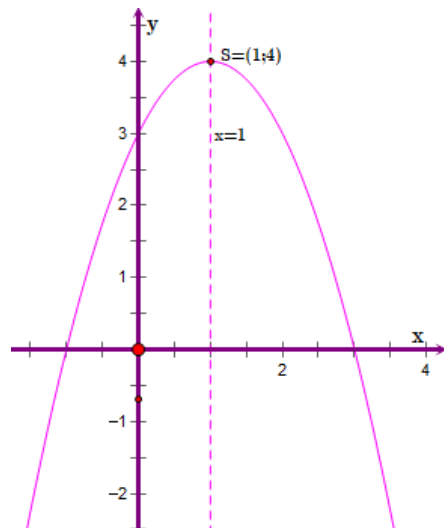
$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = 1; y_s = -1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4$$

+ Có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$ (đường thẳng này đi qua đỉnh S và song song với trục Oy);

+ Bề lõm quay xuống dưới vì $a = -1 < 0$

+ Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3, tức là đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0; 3)$.

Ta vẽ được đồ thị như hình dưới.



Câu 63: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$, có đồ thị là (P).

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P).

b) Nhận xét sự biến thiên của hàm số trong khoảng $(0; 3)$.

c) Tìm tập hợp giá trị x sao cho $y \leq 0$.

d) Tìm các khoảng của tập xác định để đồ thị (P) nằm hoàn toàn phía trên đường thẳng $y = 8$

e) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$.

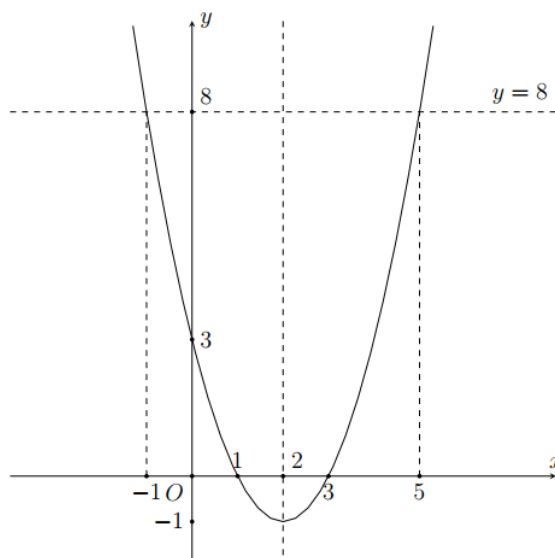
Lời giải

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P).

- Tọa độ đỉnh $I(2; -1)$.
- Trục đối xứng $x = 2$.
- Hệ số $a = 1 > 0$: bề lõm quay lên trên.
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(0; 3)$, cắt trục hoành tại hai điểm $B(1; 0)$ và $C(3; 0)$.



b) Ta có $(0; 3) = (0; 2) \cup \{2\} \cup (2; 3)$.

Trên khoảng $(0; 2)$ hàm số nghịch biến, tại $x = 2$ thì hàm số đạt giá trị bằng -1 , trên khoảng

$(2; 3)$ hàm số đồng biến.

c) Dựa vào đồ thị, ta thấy tập hợp các giá trị của x để $y \leq 0$ (đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành) là $1 \leq x \leq 3$.

d) Ta thấy đồ thị (P) cắt đường thẳng $y = 8$ tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 5 .

Do đó để đồ thị (P) nằm hoàn toàn phía trên đường thẳng $y=8$ thì $x \in (-\infty; -1)$ hoặc $x \in (5; +\infty)$.

e) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ nên nghịch biến trên đoạn $[-2; 1]$. Do đó

- Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ đạt tại $x = -2$, khi đó $y_{\max} = y(-2) = 15$.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ đạt tại $x = 1$, khi đó $y_{\min} = y(1) = 0$.

Câu 64: Một vật rơi ở độ cao so với mặt đất là 68 mét. Quỹ đạo chuyển động h (mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) được cho bởi công thức: $h = 2t^2 - 30t$ (với $h, t \geq 0$). Hỏi sau bao lâu kể từ lúc bắt đầu rơi thì vật này chạm đất? Tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số h .

Lời giải

$$h = 68 \Leftrightarrow 2t^2 - 30t = 68 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 17 \\ t = -2 \end{cases}$$

Khi vật chạm đất, ta có:

Trong 2 giá trị t vừa tìm được, chỉ có giá trị $t = 17$ là phù hợp.

Như vậy, sau 17 giây thì vật chạm đất.

Câu 65: Khi bỏ qua sức cản không khí, độ cao h của quả bóng tại thời điểm t (giây) sau khi ném cho bởi công thức $h = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$ ($t=0$ ứng với thời điểm ném quả bóng ở độ cao ban đầu 1,2 m).

a) Hỏi quả bóng bay ở độ cao không thấp hơn 6m trong khoảng thời gian bao nhiêu lâu?

b) Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu (làm tròn tới chữ số ở hàng phần trăm)?

Lời giải.

a) Để quả bóng bay ở độ cao không thấp hơn 6 m tức là $-4,9t^2 + 12,2t + 1,2 \geq 6$.

$$t \in \left[\frac{24}{49}; 2 \right]$$

Giải bất phương trình trên ta được

Vậy khoảng thời gian để quả bóng bay ở độ cao không thấp hơn 6 m là

$$2 - \frac{24}{49} = \frac{74}{49} \approx 1,51 \text{ (giây)}$$

b) Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được là 8,79 mét, đạt được tại thời điểm $t \approx 1,24$ giây.



Câu 66: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

a) $y = f(x) = -x^2 + 4x - 3$

b) $y = f(x) = x^2 + 2x + 2$

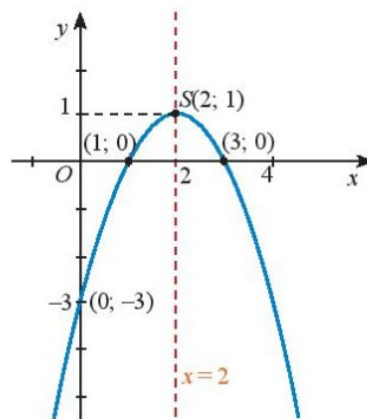
Lời giải

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x) = -x^2 + 4x - 3$ là một parabol (P) :

- Có đỉnh S với hoành độ $x_s = 2$, tung độ $y_s = 1$;
- Có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ (đường thẳng này đi qua đỉnh S và song song với trục Oy);
- Có bề lõm quay xuống dưới vì $a < 0$;
- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 , tức là đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0; -3)$.

Ngoài ra, phương trình $-x^2 + 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1$ và $x_2 = 3$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ $(1; 0)$ và $(3; 0)$.

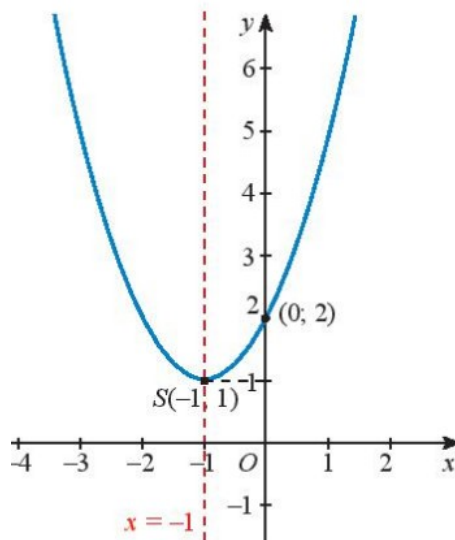
Ta vẽ được đồ thị



b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x) = x^2 + 2x + 2$ là một parabol (P) :

- Có đỉnh S với hoành độ $x_s = -1$, tung độ $y_s = 1$;
- Có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$ (đường thẳng này đi qua đỉnh S và song song với trục Oy);
- Bề lõm quay lên trên vì $a > 0$;
- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2, tức là đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0; 2)$.

Ta vẽ được đồ thị



Câu 67: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

a) $y = -3x^2 + 6x$

b) $y = 2x^2 - 5$

Lời giải

a) $y = -3x^2 + 6x$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị hàm số bậc hai $y = -3x^2 + 6x$ là một parabol (P);

+ Có đỉnh S với hoành độ:

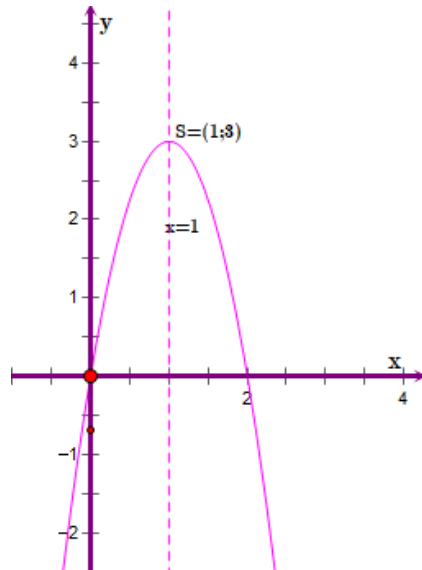
$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot (-3)} = 1; y_s = -3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 = 3$$

+ Có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$ (đường thẳng này đi qua đỉnh S và song song với trục Oy);

+ Bề lõm quay xuống dưới vì $a = -3 < 0$

+ Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 0, tức là đồ thị đi qua gốc tọa độ $(0; 0)$.

Ta vẽ được đồ thị như hình dưới.



b) $y = 2x^2 - 5$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số bậc hai $y = 2x^2 - 5$ là một parabol (P):

+ Có đỉnh S với hoành độ:

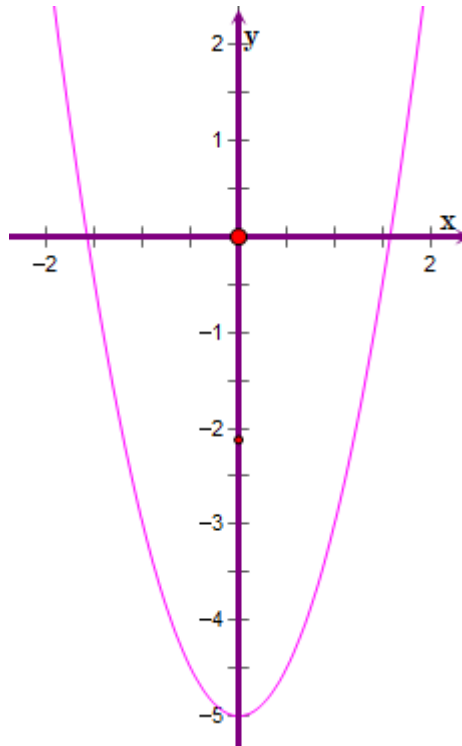
$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2 \cdot 2} = 0; y_s = 2 \cdot 0^2 - 5 = -5.$$

+ Có trục đối xứng là đường thẳng $x = 0$ (trùng với trục Oy);

+ Bề lõm quay lên trên vì $a = 2 > 0$

+ Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5 , tức là đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0; -5)$.

Ta vẽ được đồ thị như hình dưới.



Câu 68: Cho hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$, có đồ thị là (P) .

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .

b) Dựa vào đồ thị trên, tùy theo giá trị của m , hãy cho biết số nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$.

c) Tìm m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm $x \in [1; 5]$.

Lời giải

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .

- Tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$.

- Trục đối xứng $x = \frac{5}{2}$.

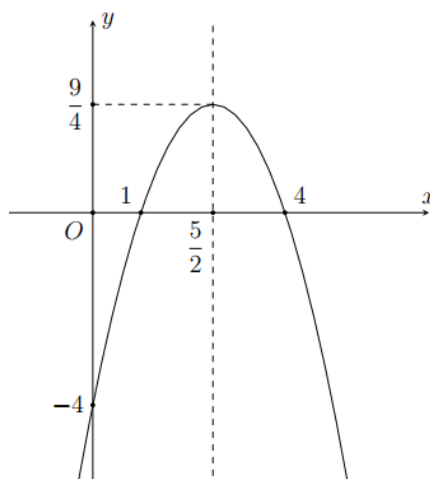
- Hệ số $a = -1 < 0$: bề lõm quay xuống dưới.

- Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
y	$-\infty$	$\frac{9}{4}$	$-\infty$

- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(0; -4)$, cắt trục hoành tại hai điểm $B(1; 0)$ và $C(4; 0)$.



- b) Ta có $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 5x - 4 = 2m + 3$ (*).

Phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và đường thẳng $y = 2m + 3$ (song song với Ox). Do đó số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị và đường thẳng.

Dựa vào đồ thị ta có

- $2m + 3 > \frac{9}{4} \Leftrightarrow m > -\frac{3}{8}$: phương trình vô nghiệm.
- $2m + 3 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{8}$: phương trình có nghiệm kép.
- $2m + 3 < \frac{9}{4} \Leftrightarrow m < -\frac{3}{8}$: phương trình có hai nghiệm phân biệt.

- c) Ta có bảng biến thiên của hàm số trên $[1; 5]$ như sau

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	5	$+\infty$
y	$-\infty$	0	$\frac{9}{4}$	-4	$-\infty$

Dựa vào bảng biến ta thấy $x \in [1; 5]$ thì $y \in \left[-4; \frac{9}{4}\right]$.

Do đó để phương trình có nghiệm $x \in [1; 5]$ khi và chỉ khi

$$-4 \leq 2m + 3 \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} \leq m \leq -\frac{3}{8}.$$

Câu 69: Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$).

a) Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.

b) Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất?

Lời giải

a) Ta có: $h(t) = -t^2 + 2t + 3 \Leftrightarrow h(t) = -(t - 1)^2 + 4 \Rightarrow \max h(t) = h(1) = 4$.

Vậy quả bóng đạt chiều cao lớn nhất bằng 4 m tại thời điểm $t = 1$ giây.

b) Ta có: $-t^2 + 2t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ (loại) hoặc $t = 3$ (nhận).

Vậy sau 3 giây quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất.

Câu 70: Giả sử hàm số bậc hai mô phỏng vòm phía trong một trụ của cầu Nhật Tân là

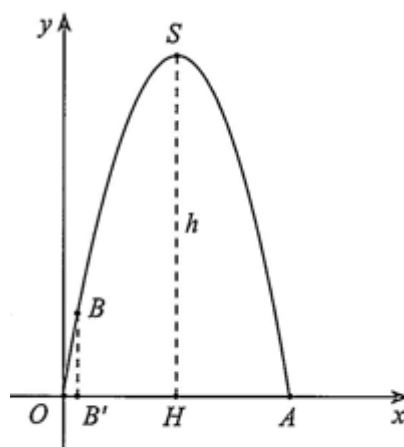
$$y = f(x) = -\frac{187}{856}x^2 + \frac{8041}{856}x \quad (\text{đơn vị đo: mét}).$$

a) Hãy tính chiều dài đoạn dây dọi sử dụng nếu khoảng cách từ chân của trụ cầu đến quả nặng là 30 cm.

b) Hãy tính khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng nếu biết chiều dài đoạn dây dọi sử dụng là 15 m.

Lời giải

Ta xét điểm B trên Hình 2.



Hình 2

a) Chiều dài l của đoạn dây dọi sử dụng là tung độ điểm B trên parabol có $x_B = 0,3$.

Nên ta có:

$$l = BB' = f(0,3) = -\frac{187}{856}(0,3)^2 + \frac{8041}{856} \cdot 0,3 \approx 2,8(m).$$

Vậy chiều dài dây dọi khoảng $2,8m$.

b) Khoảng cách từ chân trụ cầu đến quả nặng là hoành độ điểm B trên parabol với $y_B = 15$.

Ta có $-\frac{187}{856}x_B^2 + \frac{8041}{856}x_B = 15$.

Suy ra $x_1 \approx 1,6$ và $x_2 \approx 41,3$.

Vậy khoảng cách từ chân trụ cầu bên trái đến quả nặng là khoảng $1,6m$, khoảng cách từ chân trụ cầu bên phải đến quả nặng là khoảng $41,3m$.

Theo đề bài, ta chọn kết quả $1,6m$.

THỦ THUẬT

Câu 71: Trong các hàm số sau, hàm số nào không là hàm số bậc hai?

A. $y = -x^2 + 4x + 2$.

B. $y = x(2x^2 + 5x - 1)$.

C. $y = -3x(6x - 8)$.

D. $y = x^2 + 6x$.

Lời giải

Chọn B

Câu 72: Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$) đồng biến trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

B. $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

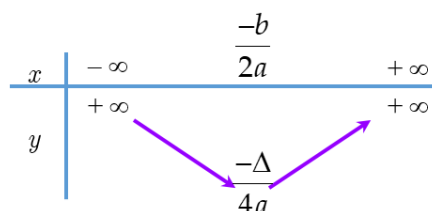
C. $\left(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$a > 0$. Bảng biến thiên



Câu 73: Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Trên khoảng $(-\infty; 1)$ hàm số đồng biến.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- C. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Đỉnh của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = 2$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	5	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra khẳng định **D** sai.

Câu 74: Hàm số $y = 4x - x^2$ có sự biến thiên trong khoảng $(2; +\infty)$ là

- A. tăng.
- B. giảm.
- C. vừa tăng vừa giảm.
- D. không tăng không giảm.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	4	$-\infty$

Câu 75: Hàm số $y = x^2 - 4x + 11$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(-2; +\infty)$
- B. $(-\infty; +\infty)$
- C. $(2; +\infty)$
- D. $(-\infty; 2)$

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	7	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

Câu 76: Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số bậc hai có $a = 2 > 0$; $-\frac{b}{2a} = 1$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 77: Hàm số $y = -3x^2 + x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{6}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{6}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$(P): y = f(x) = -3x^2 + x - 2$, TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Có $a = -3$, đỉnh S có hoành độ $x = \frac{1}{6}$.

Nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$.

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $y = x^2 + 2(b+6)x + 4$ đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.

- A. $b \geq 0$. B. $b = -12$. C. $b \geq -12$. D. $b \geq -9$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x) = x^2 + 2(b+6)x + 4$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1 > 0$, $-\frac{b}{2a} = -b - 6$ nên có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-(b+6)$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-(b+6))$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số đồng biến trên $(6; +\infty)$ thì $(6; +\infty) \subset (-b-6; +\infty) \Leftrightarrow -b-6 \leq 6 \Leftrightarrow b \geq -12$.

Câu 79: Hàm số $y = -x^2 + 2(m-1)x + 3$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$ khi giá trị m thỏa mãn:
A. $m \leq 0$. B. $m > 0$. C. $m \leq 2$. D. $0 < m \leq 2$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường $x = m-1$. Đồ thị hàm số đã cho có hệ số x^2 âm nên sẽ đồng biến trên $(-\infty; m-1)$ và nghịch biến trên $(m-1; +\infty)$. Theo đề, cần: $m-1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 80: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 + (m-1)x + 2m-1$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$. Khi đó tập hợp $(-10; 10) \cap S$ là tập nào?
A. $(-10; 5)$. B. $[5; 10)$. C. $(5; 10)$. D. $(-10; 5]$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là đồ thị của $y = f(x) = x^2 + (m-1)x + 2m-1$.

$y = f(x)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1$.

Gọi I là đỉnh của (P) , có $x_I = \frac{1-m}{2}$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1-m}{2}; +\infty\right)$.

Do đó để hàm số trên khoảng $(-2; +\infty)$ khi $\frac{1-m}{2} \leq -2 \Leftrightarrow m \geq 5$.

Suy ra tập $S = [5; +\infty)$. Khi đó $(-10; 10) \cap S = [5; 10)$.

Câu 81: Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m để hàm số $f(x) = mx^2 - 4x - m^2$ luôn nghịch biến trên $(-1; 2)$.

A. $m \leq 1$. B. $-2 \leq m \leq 1$. C. $0 < m \leq 1$. D. $0 < m < 1$.

Lời giải

Chọn C

- Với $m > 0$, ta có hàm số $f(x) = mx^2 - 4x - m^2$ nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{2}{m}\right)$, suy ra hàm nghịch biến trên $(-1; 2)$ khi $(-1; 2) \subset \left(-\infty; \frac{2}{m}\right) \Leftrightarrow 2 \leq \frac{2}{m} \Leftrightarrow 0 < m \leq 1$.

Câu 82: Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

D.

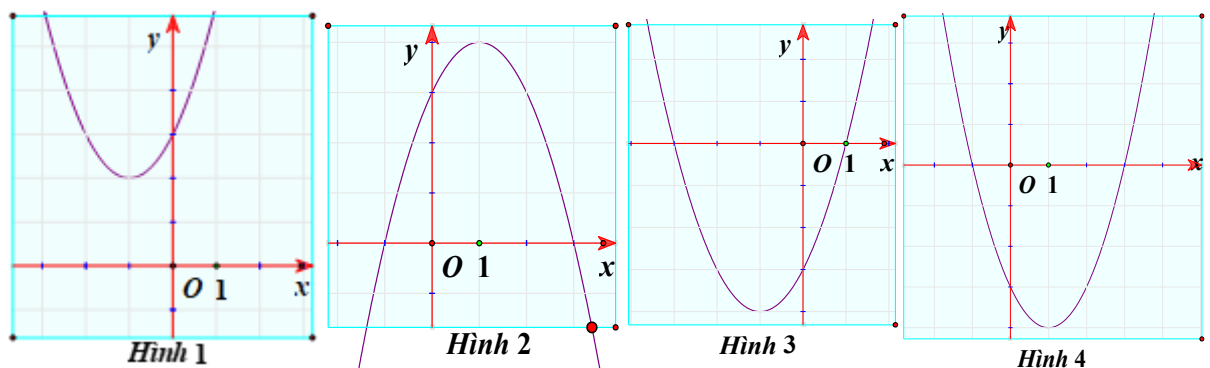
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ có đỉnh $I(1; 3)$, hệ số $a = -2 < 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 83: Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x - 3$



A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị có:

$(P): y = f(x) = x^2 - 2x - 3$; có $a = 1 > 0$; nên (P) có bề lõm hướng lên (loại hình 2).

(P) có đỉnh I có $x_I = 1$ (loại hình 1 và 3).

Vậy $(P): y = f(x) = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị là hình 4.

Câu 84: Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ là:

A.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	0	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

D.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

Lời giải

Chọn A

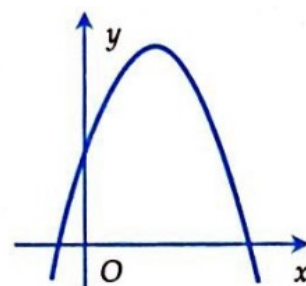
$$y = -x^2 + 2x - 1$$

Có $a = -1 < 0$, nên loại C và D.

Tọa độ đỉnh $I(1;0)$, nên nhận A.

Câu 85: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$
- B. $a < 0, b < 0, c < 0$
- C. $a < 0, b > 0, c > 0$
- D. $a < 0, b < 0, c > 0$



Lời giải

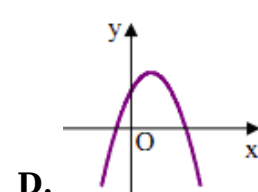
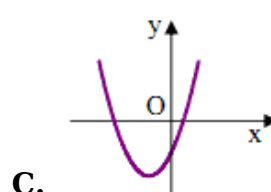
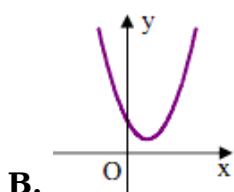
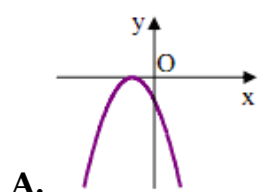
Đáp án C.

Parabol quay bề lõm xuống dưới $\Rightarrow a < 0$.

Parabol cắt Oy tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

Đỉnh của parabol có hoành độ dương $\Rightarrow \frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0$ mà $a < 0$ nên suy ra $b > 0$.

Câu 86: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a > 0, b > 0$ và $c < 0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng



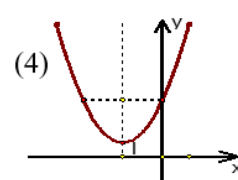
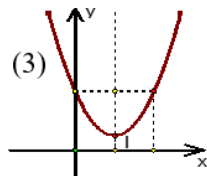
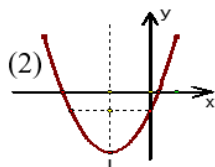
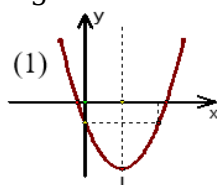
Lời giải

Chọn C

Do $a > 0$ nên Parabol quay bề lõm lên trên, suy ra loại phương án A, D . Mặt khác do $a > 0, b > 0$ nên đỉnh Parabol có hoành độ $x = -\frac{b}{2a} < 0$ nên loại phương án B . Vậy chọn C .

(Nhận xét: Với các đáp án này thừa đủ kiện $c < 0$)

Câu 87: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a > 0, b < 0, c > 0)$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình sau:



A. Hình (4).

B. Hình (2).

C. Hình (3).

D. Hình (1)

Lời giải

Chọn C

Vì $c > 0$ nên đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm phía trên trục hoành.

Mặt khác $a > 0, b < 0$ nên hai hệ số này trái dấu, trục đối xứng sẽ phía phải trục tung.

Do đó, hình (3) là đáp án cần tìm.

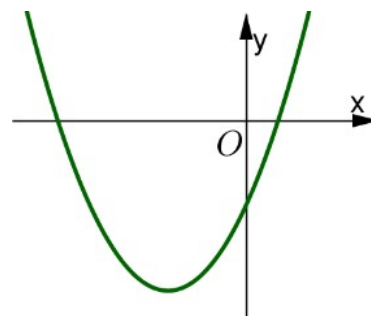
Câu 88: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $a > 0; b > 0; c > 0$.

B. $a > 0; b < 0; c > 0$.

C. $a > 0; b < 0; c < 0$.

D. $a > 0; b > 0; c < 0$.



Lời giải

Chọn D

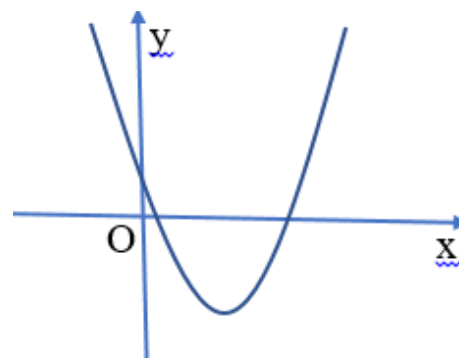
Vì Parabol hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0; c)$ ở dưới $Ox \Rightarrow c < 0$.

Hoành độ đỉnh Parabol là $-\frac{b}{2a} < 0$, mà $a > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 89: Cho đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b = 0, c > 0$.
- B. $a > 0, b > 0, c > 0$.
- C. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



Lời giải

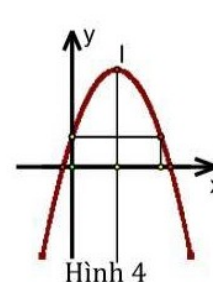
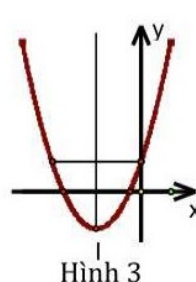
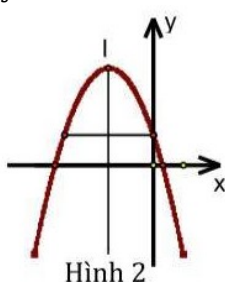
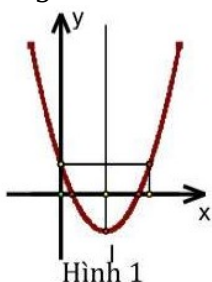
Chọn C

Từ dáng đồ thị ta có $a > 0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} > 0$ mà $a > 0$ suy ra $b < 0$.

Câu 90: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0; b < 0; c > 0$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



- A. hình (4).
- B. hình (3).
- C. hình (2).
- D. hình (1).

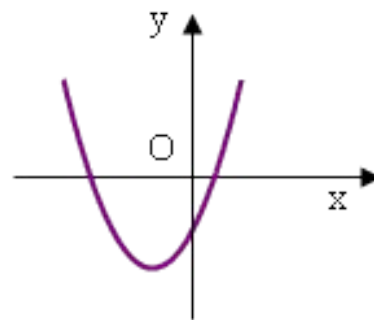
Lời giải

Chọn C

Vì $a < 0$ nên đồ thị có bề lõm hướng xuống dưới $\Rightarrow$ loại hình (1), hình (3).

$a < 0; b < 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} < 0$ nên trục đối xứng của (P) nằm bên trái trục tung. Vậy hình (2) thỏa mãn nên chọn đáp án **C**.

Câu 91: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a > 0, b > 0, c > 0$.
- B. $a > 0, b > 0, c < 0$.
- C. $a > 0, b < 0, c < 0$.
- D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

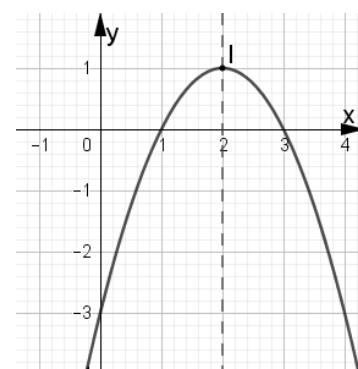
Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm nằm phía dưới trục Ox nên $C < 0$

Đồ thị có bề lõm hướng lên do đó $a > 0$

Tọa độ đỉnh nằm ở góc phần tư thứ III nên $\frac{-b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 92: Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- A. $y = -x^2 + 4x - 3$.
- B. $y = -x^2 - 4x - 3$.
- C. $y = -2x^2 - x - 3$.
- D. $y = x^2 - 4x - 3$.

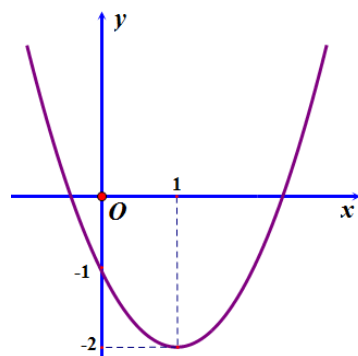
Lời giải

Chọn A

Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên $a < 0$. Loại phương án **D**.

Trục đối xứng: $x = 2$ do đó chọn **A**.

Câu 93: Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A;B;C;D sau đây?



- A. $y = x^2 + 2x - 1$.
- B. $y = x^2 + 2x - 2$.
- C. $y = 2x^2 - 4x - 2$.
- D. $y = x^2 - 2x - 1$.

Lời giải

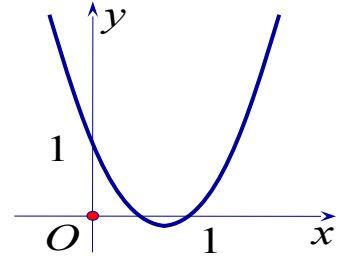
Chọn D

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên loại **B** và **C**

Hoành độ của đỉnh là $x_1 = -\frac{b}{2a} = 1$ nên ta loại A và chọn **D**.

Câu 94: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?

- A. $y = x^2 - 3x + 1$. B. $y = 2x^2 - 3x + 1$.
C. $y = -x^2 + 3x - 1$. D. $y = -2x^2 + 3x - 1$.



Lời giải

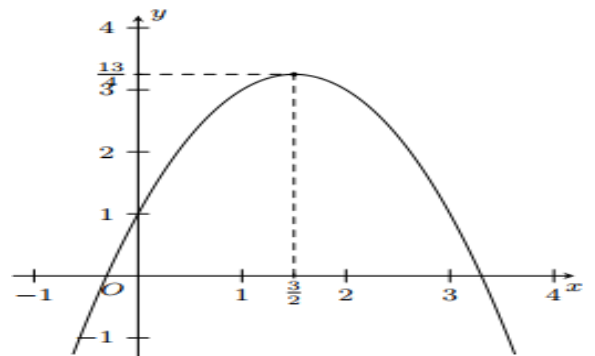
Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có hàm số bậc hai có hệ số $a > 0$ nên ta loại đáp án **C**, **D**.

Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(1; 0)$, mà điểm $(1; 0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$ và không thuộc đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ nên ta chọn **B**.

Câu 95: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ. Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

- A. $y = x^2 + 3x - 1$. B. $y = x^2 - 3x - 1$.
C. $y = -x^2 - 3x - 1$. D. $y = -x^2 + 3x + 1$



Lời giải

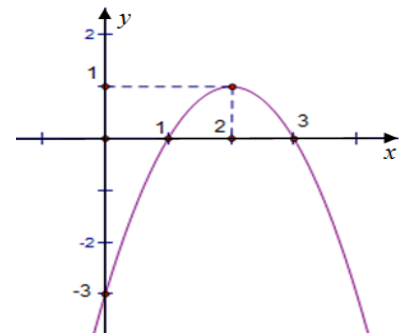
Chọn D

Đồ thị hàm số là parabol có bề lõm quay xuống nên hệ số $a < 0$. Loại đáp án A, B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án C.

Câu 96: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới

- A. $y = -x^2 + 2x - 3$. B. $y = -x^2 + 4x - 3$.
C. $y = x^2 - 4x + 3$. D. $y = x^2 - 2x - 3$.



Lời giải

Chọn B

Đồ thị trên là của hàm số bậc hai với hệ số $a < 0$ và có tọa độ đỉnh là $I(2;1)$. Vậy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$.

Câu 97: Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	—	0	+
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

- A. $y = -x^2 + 4x$. B. $y = -x^2 + 4x - 9$. C. $y = x^2 - 4x - 1$. D. $y = x^2 - 4x - 5$.

Lời giải

Chọn C

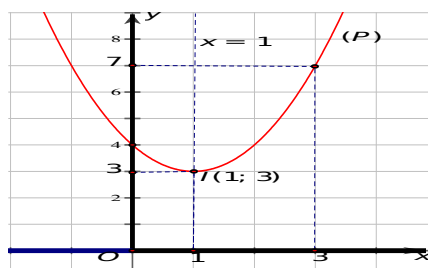
Parabol cần tìm phải có hệ số $a > 0$ và đồ thị hàm số phải đi qua điểm $(2; -5)$. Đáp án C thỏa mãn.

Câu 98: Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 4$ có đồ thị (P) . Tìm mệnh đề sai.

- A. (P) có đỉnh $I(1;3)$. B. $\min y = 4, \forall x \in [0;3]$.
C. (P) có trục đối xứng $x = 1$. D. $\max y = 7, \forall x \in [0;3]$.

Lời giải

Chọn B



Dựa vào đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 4$: (P) , ta nhận thấy:

(P) có đỉnh $I(1;3)$ nên A đúng.

$\min y = 3, \forall x \in [0;3]$, đạt được khi $x = 1$ nên B sai.

(P) có trục đối xứng $x = 1$ nên C đúng.

$\max y = 7, \forall x \in [0;3]$, đạt được khi $x = 3$ nên D đúng.

Câu 99: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 1$.

- A. -3 . B. 1 . C. 3 . D. 13 .

Lời giải

Chọn A.

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3 \geq -3.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$.

Vậy hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là -3 tại $x = 2$.

Câu 100: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2x + 3$ đạt được tại

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$

Dấu bằng xảy ra khi $x = -1$ nên chọn đáp án **B**.

Câu 101: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3x^2 + 2x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là:

- A. $\frac{4}{5}$ B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. -20

Lời giải

Ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{3}$ và $a = -3 < 0$. Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Mà $[1; 3] \subset \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Do đó trên đoạn $[1; 3]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 1$, tức là $\max_{[1; 3]} f(x) = f(1) = 0$.

Đáp án B.

Câu 102: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng:

- A. $\frac{11}{8}$ B. $\frac{11}{4}$ C. $\frac{4}{11}$ D. $\frac{8}{11}$

Lời giải

Đáp án D.

Hàm số $y = x^2 - 5x + 9$ có giá trị nhỏ nhất là $\frac{11}{4} > 0$.

Suy ra hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ có giá trị lớn nhất là $\frac{2}{4} = \frac{8}{11}$.

Câu 103: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2|x|$ là:

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

Lời giải

Đáp án C.

Cách 1: Đặt $t = |x|, t \geq 0$.

Hàm số $f(t) = t^2 - 2t$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $t = 1 > 0$.

Vậy hàm số $y = x^2 - 2|x|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $|x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Cách 2: Ta có

$$y = x^2 - 2|x| = (|x| - 1)^2 - 1 \geq -1 \quad \forall x; \quad y = -1 \Leftrightarrow |x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -1.

Câu 104: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4|x| + 3$ là:

- A. -1 B. 1 C. 4 D. 3

Lời giải

Đáp án D.

Ta có $x^2 \geq 0 \quad \forall x, |x| \geq 0 \quad \forall x$.

Suy ra $x^2 + 4|x| + 3 \geq 3 \quad \forall x$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 3.

Câu 105: Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1$, suy ra $y = -4m - 2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 khi và chỉ khi

$$\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -4m - 2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

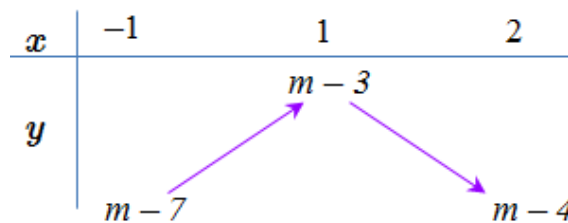
Câu 106: Hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi m thuộc

A. $(-\infty; 5)$. B. $[7; 8)$. C. $(5; 7)$. D. $(9; 11)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ trên đoạn $[-1; 2]$.



Hàm số đạt GTLN trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi và chỉ khi $m - 3 = 3 \Leftrightarrow m = 6$.

Câu 107: Giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2mx + m^2 - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $m \in [-1; 0)$. B. $m \in \left(\frac{3}{2}; 5\right)$. C. $m \in \left(-\frac{5}{2}; -1\right)$. D. $m \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^2 - 2mx + m^2 - 3m - 2 = (x - m)^2 - 3m - 2 \geq -3m - 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x = m$. Vậy $\min_{\mathbb{R}} y = -3m - 2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3m - 2 = -10 \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}$.

Câu 108: Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .

A. $m = -3$. B. $m = -9$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trong khoảng $(1; +\infty)$. Như vậy trên đoạn $[2; 5]$ hàm số đồng biến. Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$ là $y(2) = 2m + 3$.

$$y(2) = -3 \Leftrightarrow 2m + 3 = -3 \Leftrightarrow m = -3.$$

Câu 109: Cho hàm số $y = 2x^2 - 3(m+1)x + m^2 + 3m - 2$, m là tham số. Giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số là lớn nhất thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $m \in (1; 4)$ B. $m \in (3; 9)$ C. $m \in (-5; 1)$ D. $m \in (-2; 2)$

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho là hàm số bậc hai (biến x) và có hệ số $a = 2 > 0$ nên giá trị nhỏ

nhất của hàm số là $-\frac{\Delta}{4a} = \frac{-m^2 + 6m - 25}{8}$. Đặt $f(m) = -\frac{1}{8}m^2 + \frac{3}{4}m - \frac{25}{8}$.

$f(m)$ là hàm số bậc hai (biến m) có hệ số $a = -\frac{1}{8} < 0$ nên đạt giá trị lớn nhất tại

$$m = -\frac{b}{2a} = \frac{\frac{3}{4}}{-\frac{1}{8}} = 3 \in (1; 4)$$

Câu 110: Cho hàm số $y = 2x^2 - 3(m+1)x + m^2 + 3m - 2$, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số là lớn nhất.

- A. $m = -2$ B. $m = 1$ C. $m = 3$ D. $m = 5$

Lời giải

Chọn C

Hàm số bậc hai với hệ số $a = 2 > 0$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3(m+1)}{4}$ và

$$y_{\min} = y\left(\frac{3(m+1)}{4}\right) = -\frac{1}{8}m^2 + \frac{3}{4}m - \frac{25}{8} = -\frac{1}{8}(m-3)^2 - 2 \leq -2$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 3$.

Giấc mơ không phải là thứ bạn nhìn thấy khi ngủ, giấc mơ là những điều mà không cho phép bạn ngủ.

“Nếu bạn muốn hoàn thành ước mơ của mình thì bạn nên hoàn thành những việc nhỏ nhất đó là hoàn thành bài tập về nhà của tổ giao nhé”.