|  |  |
| --- | --- |
|  | **đề OLYMPIC NĂm HỌC: 2018 - 2019****CỤM TRƯỜNG THPT HÀ ĐÔNG - HOÀI ĐỨC HÀ NỘI****MÔN: TOÁN - LỚP 10****TIME: 150 Phút** |

**Câu 1.** ( 5,0 điểm)

a) Tìm  để phương trình  ( là tham số) có hai nghiệm  thỏa mãn: .

b) Tìm tất cả giá trị của tham số để  với mọi giá trị .

**Câu 2.** ( 5,0 điểm)

a) Cho phương trình (là tham số). Tìm tất cả giá trị của tham số  để phương trình có 4 nghiệm phân biệt  thỏa mãn .

 b) Giải phương trình .

**Câu 3.** ( 5,0 điểm)

a) Cho tam giác  có , độ dài ba đường cao kẻ từ đỉnh lần lượt là . Biết rằng , chứng minh tam giác ABC đều.

|  |  |
| --- | --- |
| b) Cho hai tia ,  với ,  và . Chất điểm  chuyển động trên tia bắt đầu từ  với vận tốc , cùng lúc đó chất điểm  chuyển động trên tia  bắt đầu từ  với vận tốc . Sau  (giây) chất điểm  di chuyển được đoạn đường , chất điểm  di chuyển được đoạn đường . Tìm giá trị nhỏ nhất của . |  |

**Câu 4.** ( 5,0 điểm)

a) Cho hệ phương trình . Khi hệ có nghiệm duy nhất , hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

b) Cho tam giác  có , độ dài ba đường trung tuyến kẻ từ  lần lượt là . Chứng minh rằng:

 .

------ HẾT ------

|  |  |
| --- | --- |
|  | **GIẢI CHI TIẾT****đề OLYMPIC NĂm HỌC: 2018 - 2019****CỤM TRƯỜNG THPT HÀ ĐÔNG - HOÀI ĐỨC HÀ NỘI****MÔN: TOÁN - LỚP 10****TIME: 150 Phút** |

**Câu 1a.** Tìm  để phương trình  ( là tham số) có hai nghiệm  thỏa mãn: .

**Lời giải**

***Tác giả: TRẦN TRUNG TÍN; Fb: TÍN TRẦN***

Ta có .

Do đó, phương trình  có hai nghiệm 

.

Theo định lí Vi-ét, ta có: .

Khi đó:



.

Kết hợp điều kiện suy ra .

***Lưu ý:*** Có thể sử dụng công thức .

**Câu 1b.** Tìm tất cả giá trị của tham số để  với mọi giá trị .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Minh Thư; Fb: nguyen minh thu***

 Để với mọi giá trị  trước hết cần điều kiện:

 

 

 Khi đó  nên

 yêu cầu bài toán  với mọi giá trị 

  với mọi giá trị 

 .
 Từ (1) và (2) suy ra  là tất cả giá trị cần tìm.

**Câu 2a.** Cho phương trình (là tham số). Tìm tất cả giá trị của tham số để phương trình có 4 nghiệm phân biệt  thỏa mãn.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Văn Tài; Fb: Nguyễn Tài Tài***

**Cách 1:**

.

Đặt .

Phương trình trở thành .

Phương trình  có 4 nghiệm phân biệt   Phương trình  có 2 nghiệm dương phân biệt , 

.

Áp dụng định lý Vi-et, ta có .

Đến đây, do  nên .

Đối chiếu điều kiện  ta được .

**Cách 2:**

 

.

 Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt  khi phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt và khác nghiệm 

.

Ta có :  

 .

Đối chiếu điều kiện  ta được .

**Câu 2b.** Giải phương trình.

**Lời giải**

***Tác giả: Phạm Thị Diệu Huyền; Fb: Phạm Thị Diệu Huyền***

Điều kiện: .

 (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có 2 nghiệm là  và .

**Câu 3a.** Cho tam giác  có  , độ dài ba đường cao kẻ từ đỉnh  lần lượt là . Biết rằng , chứng minh tam giác  đều.

**Lời giải**

**Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com**

**https://www.vnteach.com**

***Tác giả: Nguyễn Thu Hằng; Fb: Nguyễn Thu Hằng***

A

B

C

a

c

b

Trong tam giác  ta có 

và , với  là diện tích của tam giác .

Ta có 







.

Vậy tam giác  đều.

**Câu 3b.**

|  |  |
| --- | --- |
| Cho hai tia ,  với ,  và . Chất điểm  chuyển động trên tia  bắt đầu từ  với vận tốc , cùng lúc đó chất điểm  chuyển động trên tia  bắt đầu từ  với vận tốc . Sau  (giây) chất điểm  di chuyển được đoạn đường , chất điểm  di chuyển được đoạn đường . Tìm giá trị nhỏ nhất của . |  |

**Lời giải**

***Tác giả: Phan Nhật Hùng; Fb: Hùng Phan Nhật***

Sau  (giây) ta có , .



Dựng hệ trục Descartes vuông góc  như hình vẽ trên.

Gọi  lần lượt là hình chiếu của  lên trục  và .

Với  ( tức) ta có  là hình vuông. Suy ra .

, . (Nói thêm là trường hợp  thì tọa độ  vẫn đúng).

Khi đó  .



Dấu  xảy ra khi và chỉ khi .

Vậy  khi  giây.

**Câu 4a.** Cho hệ phương trình . Khi hệ có nghiệm duy nhất , hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Lời giải**

***Tác giả: Huỳnh Tấn Phát; Fb: Huỳnh Tấn Phát***

Ta có: ,  và .

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất  (\*).

Khi đó nghiệm của hệ là:  và .

Ta có: 

 .

Dấu  xảy ra khi và chỉ khi ( thỏa mãn điều kiện (\*)).

Vậy  khi .

**Câu 4b.** Cho tam giác  có , độ dài ba đường trung tuyến kẻ từ  lần lượt là . Chứng minh rằng:

 .

**Lời giải**

***Tác giả: Trần Đức Mạnh; Fb: Tran Manh***

Áp dụng bất đẳng thức: . Dấu “=” xảy ra khi .

Ta có: .

Tương tự: ;.

Vì vậy:

 .

Dấu “=” xảy ra khi  hay tam giác  đều.

------- Hết ------