

Câu hỏi đúng/sai 3 mức độ (Biến thiên và cực trị của hàm số)

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- *a) Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.
- b) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
- d) Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2} = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2$$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định. Chọn Đ

b) **Chọn Sai**

c) **Chọn Sai**

d) **Chọn Sai**

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-1; 1)$.
- *b) Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- d) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) **Chọn S**

b) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

Ta có

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$ $-\infty$	2

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. **Chọn Đ**

c) **Chọn S**

d) **Chọn S**

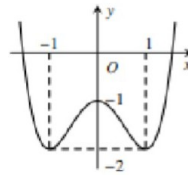
Câu 3. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

*a) Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{5x-1}{x+2}$ là 0.

*b) Cho hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 1$. Hàm số có một cực đại và hai cực tiểu.

*c) Số cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 6x + 3$ là 2.

*d) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Giá trị cực đại của hàm số bằng -1.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

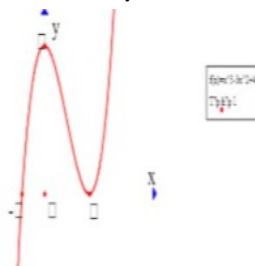
a) Ta có $y' = \frac{11}{(x+2)^2} > 0; \forall x \neq -2$ do đó hàm số không có cực trị. **Chọn Đ**

b) $a = \frac{1}{4}; b = -2 \Rightarrow \begin{cases} a \cdot b < 0 \\ a > 0 \end{cases}$. Suy ra hàm số có một cực đại và hai cực tiểu. **Chọn Đ**

c) Ta có $y' = 6x^2 - 6$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị $\Rightarrow$ số cực trị của hàm số là 2. **Chọn Đ**

d) Dựa vào đồ thị hàm số ta suy ra giá trị cực đại bằng -1. **Chọn Đ**

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

*b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) **Chọn S**

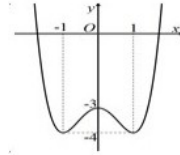
b) Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. Do đó **Chọn Đ**

c) **Chọn S**

d) **Chọn S**

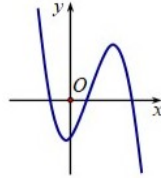
Câu 5. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

*a) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên

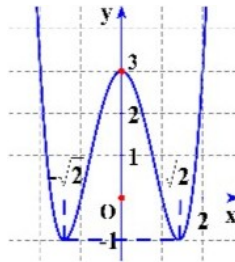


Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$

*b) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.



c) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = \pm 2$



d) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	24	-101	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng 3

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$						

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. **Chọn Đ**

b) Dễ thấy hàm số có 2 điểm cực trị. **Chọn Đ**

c) **Chọn S**

d) **Chọn S**

Câu 6. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị

b) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	9	3	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số là $x=3$

c) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	$+\infty$	3	$+\infty$	

kết luận: Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

d) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	6	2	$+\infty$	

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=0$

Lời giải

a) S	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Chọn S

b) Chọn S

c) Chọn S

d) Chọn S

Câu 7. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$-$	0	$-$	
y	$-\infty$			1		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3

*b) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								
			3		3			
	$-\infty$			-1			$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số bằng 3

c) Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			4	$-\infty$

```

graph TD
    A[+infinity] --> B[2]
    B --> C[4]
    C --> D[-infinity]
  
```

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

*d) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) Đ
------	------	------	------

a) Chọn S

b) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 3. Chọn Đ

c) Chọn S

d) Từ bảng xét dấu đạo hàm ta thấy $f'(x)$ đổi dấu hai lần. Vì vậy hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị. Chọn Đ

Câu 8. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) hàm số nghịch biến trên $(1; 3)$.

b) hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

*c) hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

d) hàm số đồng biến trên $(0; 3)$.

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Chọn S

b) Chọn S

$$y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=1 \\ x=2 \Rightarrow y=5 \end{cases}$$

c) Ta có

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+	0
y	$+\infty$			5

1

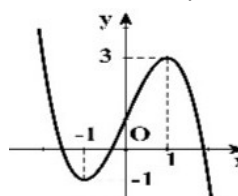
5

$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Chọn Đ

d) Chọn S

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- *d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

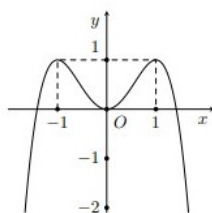
Lời giải

a) S	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

- a) **Chọn S**
- b) **Chọn S**
- c) **Chọn S**

d) Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. **Chọn Đ**

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$.
- *c) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
- d) Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Lời giải

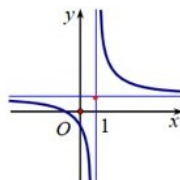
a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

- a) **Chọn S**
- b) **Chọn S**

c) Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy, trên khoảng $(-\infty; -1)$ đồ thị hàm số đi lên từ trái sang phải. Suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$. **Chọn Đ**

d) **Chọn S**

Câu 11. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- *a) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- b) $y' > 0, \forall x \neq 1$.
- c) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- d) $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Quan sát đồ thị hàm số ta có $x = 1$ là tiệm cận đứng. Do đó hàm số có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. Mặt khác đồ thị của hàm số đi xuống theo chiều từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến. Vậy ta có $y' < 0, \forall x \neq 1$. **Chọn Đ**

- b) **Chọn S**
 c) **Chọn S**
 d) **Chọn S**

Câu 12. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 12$ là $(4; 28)$

*b) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3

*c) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) = (2x - 3)(x + 1)^2(x - 2)^3(4 - x)$. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là 2

*d) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)(x^2 - 2)(x^4 - 4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là 1

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) **Chọn S**

b) Từ bảng xét dấu đạo hàm ta có:

Đạo hàm của hàm số đổi dấu 3 lần nên hàm số có 3 điểm cực trị. **Chọn Đ**

c) Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		0	$+$		0	$-$		0	$-$

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ qua hai điểm $x = \frac{3}{2}$ và $x = 4$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực đại. **Chọn Đ**

d) Ta có: $f'(x) = (x - 1)(x^2 - 2)(x^4 - 4) = (x - 1)(x^2 - 2)(x^2 - 2)(x^2 + 2)$

$$\Leftrightarrow f'(x) = (x - 1)(x^2 - 2)^2(x^2 + 2)$$

$f'(x) = 0$ có hai nghiệm bội chẵn $x = \sqrt{2}$ và $x = -\sqrt{2}$; một nghiệm đơn $x = 1$.

Vậy hàm số có một điểm cực trị. **Chọn Đ**

Câu 13. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $y = -x^3 + 2x^2 - 2024x$ không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

b) $y = -5x + \sin x$ không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

*c) $y = \frac{2024}{x^2 + 1}$ không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

d) $y = \left(\frac{\pi}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \right)^x$ không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) **Chọn S**

b) **Chọn S**

c) Phương án C, Ta có: $y = \frac{2024}{x^2+1} \Rightarrow y' = \frac{-4038x}{(x^2+1)^2}$. Nên $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và y' đổi dấu khi đi qua $x = 0$. Suy ra hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Phương án A, Hàm số: $y = -x^3 + 2x^2 - 2024x \Rightarrow y' = -3x^2 + 4x - 2024$.

$\Delta' = -6053 < 0$ nên $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Phương án B, Hàm số: $y = -5x + \sin x \Rightarrow y' = -5 + \cos x < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Phương án D, Hàm số: $y = \left(\frac{\pi}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \right)^x \Rightarrow y' = \left(\frac{\pi}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \right)^x \ln \frac{\pi}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn D

d) **Chọn S**

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 - 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

*a) Hàm số $y = f(x - 2)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

b) Hàm số $y = f(x - 2)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

c) Hàm số $y = f(x - 2)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

d) Hàm số $y = f(x - 2)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) + Ta có $f'(x) = 4x$.

+ Xét hàm số $y = f(x - 2)$, $y' = (x - 2)' \cdot f'(x - 2) = 4(x - 2)$.
 $y' = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y			

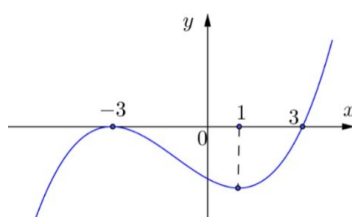
Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x - 2)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. **Chọn D**

b) Dựa vào bảng biến thiên **Chọn S**

c) Dựa vào bảng biến thiên **Chọn S**

d) Dựa vào bảng biến thiên **Chọn S**

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Các mệnh đề sau đúng hay sai



a) Hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ nghịch biến trên $(-\infty; 3)$.

*b) Hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ nghịch biến trên $(1; 3)$.

c) Hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ nghịch biến trên $(-3; 1)$.

d) Hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ nghịch biến trên

Lời giải

a) S	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Chọn S

b) $g'(x) = 2f'(x) \cdot f(x) \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$, ta có bảng xét dấu

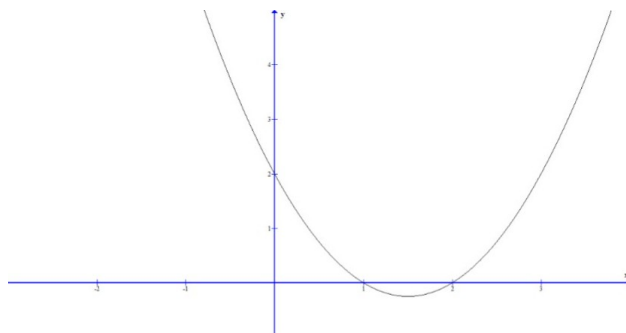
x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	-	0	-	0	+
$g'(x)$	-	0	+	0	+

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; 3)$. Chọn Đ

c) Chọn S

d) Chọn S

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a)) Hàm số $y = f(2x - 3x^2)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.

b)) Hàm số $y = f(2x - 3x^2)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

*c) Hàm số $y = f(2x - 3x^2)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

d)) Hàm số $y = f(2x - 3x^2)$ đồng biến trên khoảng $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Chọn S

b) Chọn S

c) Xét hàm số $y = f(2x - 3x^2)$ ta có: $y' = (2 - 6x) \cdot f'(2x - 3x^2)$

$$f'(2x - 3x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3x^2 < 1 \\ 2x - 3x^2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x + 1 > 0 \\ 3x^2 - 2x + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$f'(2x - 3x^2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3x^2 > 1 \\ 2x - 3x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x + 1 < 0 \\ 3x^2 - 2x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Do đó $(2 - 6x) \cdot f'(2x - 3x^2) > 0 \Leftrightarrow 2 - 6x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. **Chọn D**

d) **Chọn S**

Câu 17. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

*a) Cực đại của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$ là $\frac{1}{2}$

b) Điểm thuộc đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$ cách đều hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là $I(1; -1)$

*c) Biết $M(-2; 21)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đó là $(1; -6)$

d) Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Diện tích của tam giác ABC bằng 2.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Tập xác định là $[-1; 1]$

$$y' = \sqrt{1-x^2} + x \cdot \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$$

Ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Bảng biến thiên

x	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	+1			
y'		-	0	+	0	$-\infty$	
y	0		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		0

Ta thấy cực đại của hàm số là $\frac{1}{2}$.

b) Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 2)$, $B(2; -2)$

Gọi $I(x_I; x_I - 1) \in d$. Ta có: $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow x_I^2 + (3 - x_I)^2 = (2 - x_I)^2 + (-x_I - 1)^2$

$$\Leftrightarrow x_I^2 + 9 - 6x_I + x_I^2 = 4 - 4x_I + x_I^2 + x_I^2 + 2x_I + 1 \Leftrightarrow 4x_I = 4 \Leftrightarrow x_I = 1$$

$$\Rightarrow I(1; 0)$$

c) Ta có: $y' = 6x^2 + 2bx + c$. Vì $M(-2; 21)$ là điểm cực đại của đồ thị nên

$$\begin{cases} y'(-2)=0 \\ y(-2)=21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4b+c=-24 \\ 4b-2c=36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ c=-12 \end{cases} \Rightarrow y'=6x^2+6x-12$$

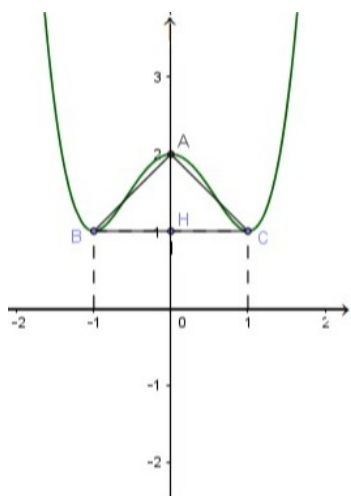
$$y'=0 \Leftrightarrow 6x^2+6x-12=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \end{cases}$$

Ta có: $y(1)=2+3-12+1=-6$ suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1; -6)$.

d) TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-4x$

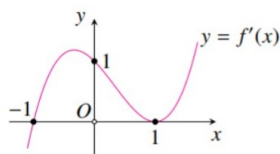
$$y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \\ x=1 \end{cases}$$



Từ hình vẽ, suy ra $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AHC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AH \cdot HC = 1$.

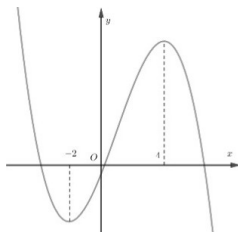
Câu 18. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

*a) Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



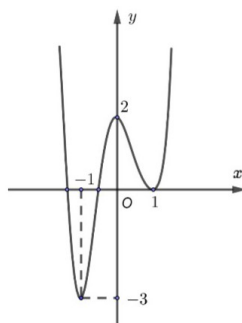
Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$

b) Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



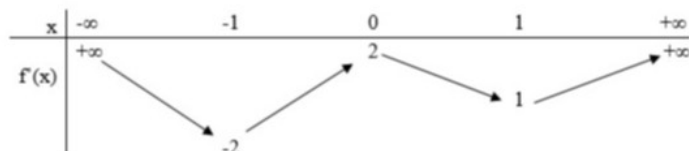
Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^2-3x)$ là 6

*c) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của $y=f'(x)$ như hình dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(4x^2 - 4x)$ là 3

d) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau

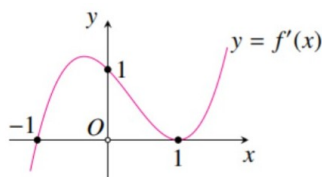


Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là 5

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a)



Dựa đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $y = f'(x)$ là hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -1)$, $f'(x) \geq 0, \forall x \in (-1; +\infty)$ nên hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = -1$.

b) Ta có $g'(x) = (2x - 3)f'(x^2 - 3x)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \\ f'(x^2 - 3x) = 0 \end{cases}$$

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có phương trình

$$f'(x^2 - 3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = -2 \\ x^2 - 3x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$f'(x^2 - 3x) > 0 \Leftrightarrow -2 < x^2 - 3x < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ 2 < x < 4 \end{cases}$$

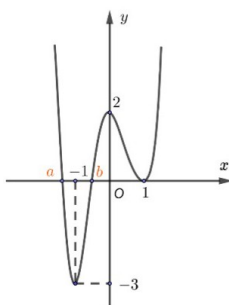
Ta cũng có

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$3/2$	2	4	$+\infty$
$2x-3$		$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$f'(x^2-3x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0

Vậy hàm số $g(x) = f(x^2 - 3x)$ có 5 điểm cực trị.

c)



Ta có $g'(x) = 4(2x - 1)f'(4x^2 - 4x)$

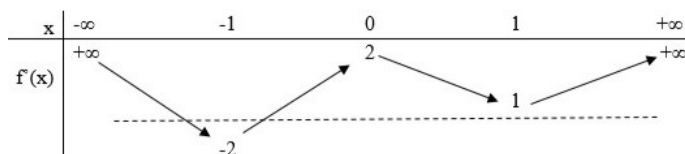
Từ đồ thị suy ra $f'(x) < 0 \Leftrightarrow a < x < b$. Suy ra $f'(4x^2 - 4x) < 0 \Leftrightarrow a < 4x^2 - 4x < b \Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{1+b}}{2} < x < \frac{1 + \sqrt{1+b}}{2}, b \in (-1; 0)$ (vì $4x^2 - 4x > a, \forall x \in \mathbb{R}$ với $a < -1$).

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{1+b}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1+\sqrt{1+b}}{2}$	$+\infty$		
$2x-1$	-	-	0	+	+		
$f'(4x^2-4x)$	+	0	-	-	0	+	
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Từ bảng biến thiên suy ra số cực trị của hàm số $y = g(x)$ là 3.

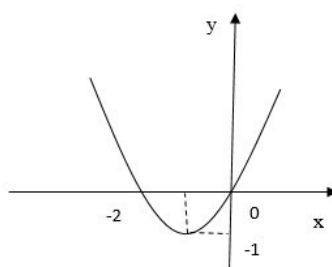
d) Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f'(x) = 0$ có các nghiệm là $\begin{cases} x = a, a \in (-\infty, -1) \\ x = b, b \in (-1; 0) \end{cases}$.

Xét hàm số $y = f(x^2 + 2x) \Rightarrow y' = 2(x+1)f'(x^2 + 2x)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x = a \quad (1) \\ x^2 + 2x = b \quad (2) \end{cases}$

Xét đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$



Từ đồ thị ta thấy phương trình (1) vô nghiệm, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác -1. Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 19. Các mệnh đề sau đúng hay sai.

*a) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$. Có tất cả 6 giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị.

b) Cho hàm số $f(x) = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S là 2

c) Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - (m-1)x^2 + 1$. Số các giá trị nguyên của m để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là 2

*d) Điều kiện của m để đồ thị hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 + mx^2 + m - 2$ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu là $-1 \leq m \leq 0$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
------	------	------	------

$$a) \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2+2mx+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x^2 + 2mx + 5 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị có các trường hợp sau:

+ Phương trình (1) vô nghiệm: khi đó $m^2 - 5 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$.

+ Phương trình (1) có nghiệm kép bằng -1 : khi đó $\begin{cases} m^2 - 5 = 0 \\ -2m + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm\sqrt{5} \\ m = 3 \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset$.

+ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng -1 : $\begin{cases} m^2 - 5 > 0 \\ -2m + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \sqrt{5} \\ m < -\sqrt{5} \\ m = 3 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow m = 3$.

Vậy giá trị nguyên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

$$b) \quad \text{Ta có } f'(x) = 4x^3 + 12mx^2 + 6(m+1)x; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 6mx + 3(m+1) = 0(*) \\ x = 0 \end{cases}$$

Để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại thì phương trình (*) vô nghiệm.

$$\text{Ta có } \Delta' < 0 \Leftrightarrow (3m)^2 - 2 \cdot 3 \cdot (m+1) < 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 6m - 6 < 0$$

$$\Leftrightarrow -0,5 \approx \frac{1-\sqrt{7}}{3} < m < \frac{1+\sqrt{7}}{3} \approx 1,2. \text{ Vậy } S = \{0; 1\}. \text{ Suy ra } T=1$$

c) Trường hợp $m = -1$, suy ra $y = 2x^2 + 1 \Rightarrow$ Hàm số có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại nên loại $m = -1$.

Trường hợp $m \neq -1$

$$\text{Ta có: } y' = 4(m+1)x^3 - 2(m-1)x = 2x[2(m+1)x^2 - (m-1)]$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = 2(m+1)x^2 - (m-1) = 0(*) \end{cases}$$

Vì hàm trùng phương luôn đạt cực trị tại điểm $x=0$ nên để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực

tiểu thì $\begin{cases} m+1 < 0 \\ -m+1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m \geq 1 \end{cases}$, suy ra không tồn tại m thỏa yêu cầu bài toán.

d) Trường hợp $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$, hàm số đã cho trở thành hàm số bậc hai. Để đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có cực tiểu thì $m < 0$, do đó $m = -1$ thỏa mãn,

Trường hợp $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$, hàm số đã cho là hàm trùng phương dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$. Để đồ thị hàm

số chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu thì $\begin{cases} a < 0 \\ ab > 0 \end{cases}$, do đó ta có

$$\begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ (m^2 - 1).m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 0$$

Vậy với $-1 < m \leq 0$ thì đồ thị hàm số đã cho chỉ có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu.

----HẾT---