**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ SẦM SƠN**

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8**

**MÔN TOÁN NĂM HỌC 2022-2023**

**Bài 1. (4,0 điểm)**

Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức P
2. Tìm các giá trị nguyên của để P nhận giá trị nguyên

**Bài 2. (4,0 điểm)**

1. Tìm phần dư của phép chia đa thức cho biết chia cho thì dư 1, chia cho thì dư 
2. Giải phương trình :

**Bài 3. (4,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các tam giác vuông có số đo các cạnh là số nguyên dương và số đo diện tích bằng số đo chu vi
2. Cho số nguyên tố và hai số nguyên dương sao cho . Chứng minh chia hết cho 12

**Bài 4. (6,0 điểm)** Cho điểm di động trên đoạn thẳng . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ vẽ các hình vuông và giao điểm hai đường chéo mỗi hình vuông lần lượt là . Gọi là giao điểm của và BC

1. Chứng minh rằng 
2. Gọi là giao của và Chứng minh là trung điểm của đoạn thẳng và ba điểm thẳng hàng
3. Chứng minh rằng đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định khi điểm di động trên đoạn thẳng 

**Bài 5. (2,0 điểm)** Cho các số dương thỏa mãn Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (4,0 điểm)**

**Cho biểu thức **

1. **Rút gọn biểu thức P**

ĐKXĐ: 



Vậy với 

1. **Tìm các giá trị nguyên của để P nhận giá trị nguyên**

Ta có : 

Kết hợp với điều kiện ta được 

**Bài 2. (4,0 điểm)**

1. **Tìm phần dư của phép chia đa thức cho biết chia cho thì dư 1, chia cho thì dư **

Đặt với mọi 

Vì 

Từ chia cho dư 

Suy ra 

Lại có chia cho dư 1

Vậy đa thức dư là 

1. **Giải phương trình :**

Với Không thỏa mãn phương trình đã cho

Với ta có : 

. Đặt , khi đó ta có phương trình :



Vậy 

**Bài 3. (4,0 điểm)**

1. **Tìm tất cả các tam giác vuông có số đo các cạnh là số nguyên dương và số đo diện tích bằng số đo chu vi**

Gọi số đo 3 cạnh của tam giác là trong đó là cạnh huyền 

Ta có : (theo đề bài)

Và (theo định lý Pytago)

Từ thay (1) vào ta được :



Thay vào (1) ta được :



Vậy 

1. **Cho số nguyên tố và hai số nguyên dương sao cho . Chứng minh chia hết cho 12**

Ta có và phải là ước dương của 

Mà do nguyên tố nên ước dương của là 

Do với mọi nguyên dương và nguyên tố lớn hơn nên không xảy ra trường hợp 

Do đó 

Mà p nguyên tố và , suy ra p lẻ nên là hai số chẵn liên tiếp . Suy ra 

Lại có là 3 số tự nhiên liên tiếp nên trong đó phải có 1 số chia hết cho 3 mà là số nguyên tố lớn hơn 3 nên không chia hết cho 3hoặc phải chia hết cho 3

Từ (1) và (2) kết hợp với 

Vậy với nguyên tố và 2 số nguyên dương sao cho thì 

**Bài 4. (6,0 điểm) Cho điểm di động trên đoạn thẳng . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ vẽ các hình vuông và giao điểm hai đường chéo mỗi hình vuông lần lượt là . Gọi là giao điểm của và BC**

****

1. **Chứng minh rằng **



Mà . Vậy 

1. **Gọi là giao của và Chứng minh là trung điểm của đoạn thẳng và ba điểm thẳng hàng**

Từ gt suy ra . Tương tự có . Từ đó là hình bình hành nên và và nên là hình bình hành . Do đó 

Chứng minh tương tự ta cũng có và 

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm thẳng hàng và nên I là trung điểm của đoạn thẳng 

Gọi là giao điểm của và HO là đường trung tuyến

vuông tại H. Do đó 

Chứng minh tương tự ta có 

Do đó . Vậy ba điểm thẳng hàng

1. **Chứng minh rằng đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định khi điểm di động trên đoạn thẳng **

Vì là trung điểm của Kẻ là đường trung bình của hình thang (không đổi)

Do A, B cố định nên K cố định, mà không đổi nên cố định. Vậy đường thẳng luôn đi qua một điểm cố định khi điểm M di động trên đoạn thẳng 

**Bài 5. (2,0 điểm) Cho các số dương thỏa mãn Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức **

Ta có 

. Dấu bằng xảy ra khi 

Tương tự ta có : 

Từ đó suy ra :



Dấu bằng xảy ra khi . Vậy 