

Chủ đề 5 - Khối đa diện - Mức độ vận dụng - File word có lời giải.docx

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

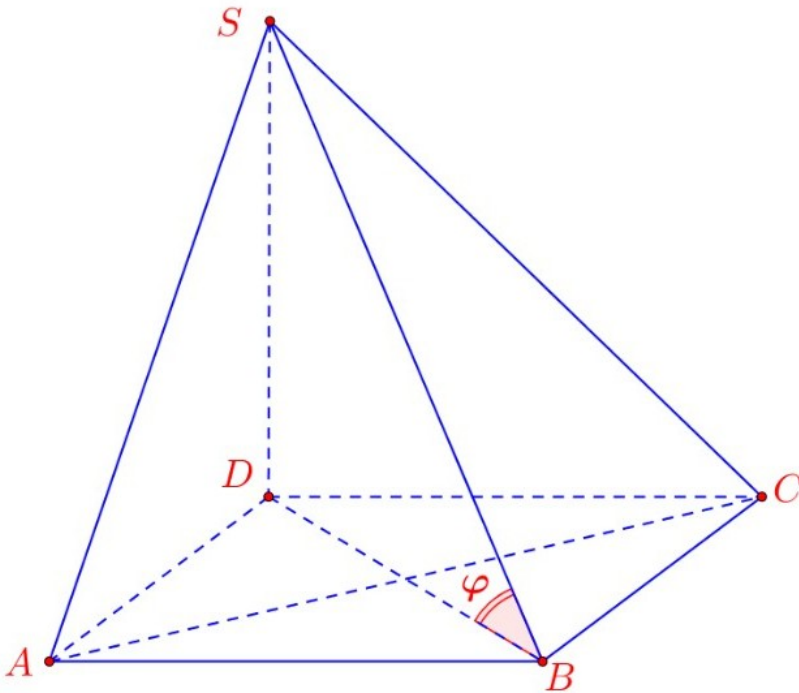
Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $\angle SAB = \angle SCB = 90^\circ$, $AB = a, BC = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60° , thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. *C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Lời giải



- Ta có $\angle SAB = \angle SCB = 90^\circ \Rightarrow SA \perp AB, SC \perp CB$
- Giả sử D là hình chiếu của S lên $(ABC) \Rightarrow SD \perp (ABC) \Rightarrow SD \perp AB, SD \perp BC$
- $\Rightarrow \begin{cases} CB \perp (SCD) \\ AB \perp (SAD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CB \perp CD \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật

Ta có: BD là hình chiếu của SD lên mặt phẳng $(ABCD)$

$$(\angle SB, (ABCD)) = (\angle SB, BD) = \angle SBD = \varphi = 60^\circ; \quad BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

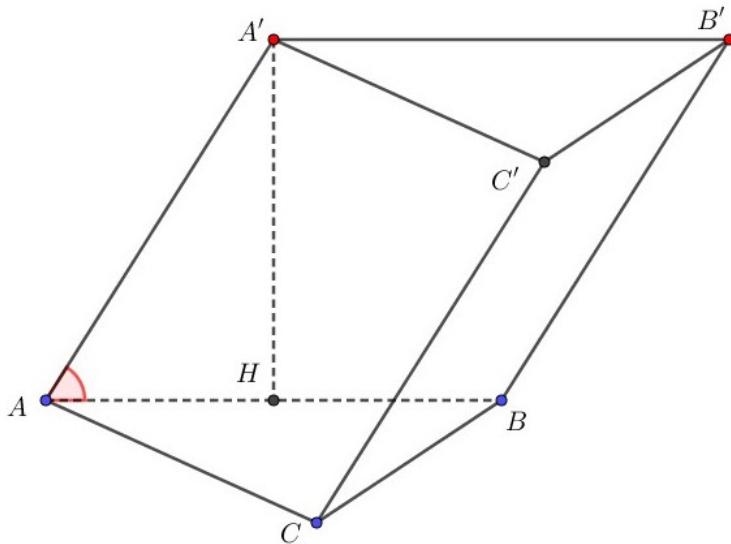
$$\Rightarrow SD = BD \tan 60^\circ = a\sqrt{15}$$

• Vậy thể tích khối chóp đã cho bằng $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SD \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{15} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB , góc giữa AA' và mặt đáy của hình lăng trụ đã cho bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$.

- *A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{8}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

Lời giải



$$\angle(AA', (ABC)) = \angle(AA', AH) = \angle A'H = 60^\circ \Rightarrow A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có:

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$

$$\Rightarrow V_{ABCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{AA'B'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{4}. \text{ Vậy } V = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 3. Một khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2019. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A .

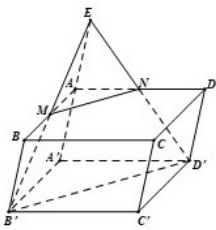
A. $\frac{4711}{4}$

B. $\frac{5045}{6}$

*C. $\frac{4711}{8}$

D. $\frac{10090}{17}$

Lời giải



• Gọi $B'M \cap A'A = E$; $ED' \cap AD = N$.

• Ta có: M là trung điểm của AB .

$\Rightarrow M$ là trung điểm của EB' .

$\Rightarrow N$ là trung điểm của ED' và AD .

$$\frac{V_{E.AMN}}{V_{E.A'B'D'}} = \frac{EA}{EA'} \cdot \frac{EM}{EB'} \cdot \frac{EN}{ED} = \frac{1}{8}.$$

• Ta có:

$$\Rightarrow V_{AMN.A'B'D'} = \frac{7}{8}V_{E.A'B'D'} = \frac{7}{8} \cdot 2V_{A.A'B'D'} = \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{7}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{4711}{8}.$$

Câu 4. Cho khối tứ diện $SABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có

được khi chia khối tứ diện $SABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó (H_1) chứa điểm S , (H_2) chứa điểm A ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

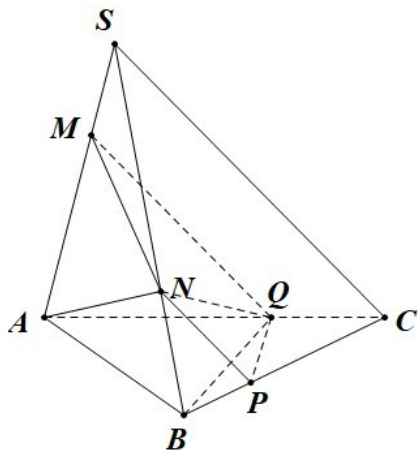
A. $\frac{5}{4}$.

*B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải



Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC cắt BC và AC lần lượt tại P và Q thỏa mãn $MQ \parallel SC$ và $NP \parallel SC$.

Gọi V là thể tích của khối tứ diện $SABC$. Xét $V_2 = V_{MNABPQ} = V_{N.ABPQ} + V_{Q.AMN}$.

$$\frac{V_2}{V} = \frac{V_{N.ABPQ}}{V} + \frac{V_{Q.AMN}}{V} = \left(1 - \frac{CQ}{CA} \cdot \frac{CP}{CB}\right) \cdot \frac{BN}{BS} + \frac{AM}{AS} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{QA}{CA} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}.$$

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng

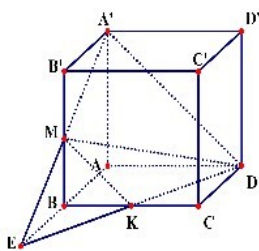
A. $\frac{7}{24}$.

B. $\frac{7}{17}$.

C. $\frac{1}{24}$.

*D. $\frac{17}{24}$.

Lời giải



• Kéo dài $A'M$ và AB cắt nhau tại E . Suy ra $K = DE \cap BC$.

• Dễ thấy B là trung điểm EA và K là trung điểm BC

$$V_{A'B'C'D'MKCD} = V - V_{A'ADMBK} = V - (V_{A'.ADE} - V_{M.BEK}) = 1 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{24}\right) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}.$$

• Có

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

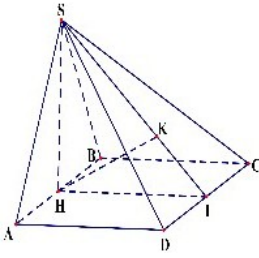
A. $V = \frac{2}{3}a^3$.

*B. $V = \frac{3}{2}a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Lời giải



• Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB và CD , K là hình chiếu của H trên SI ta có $SH \perp (ABCD)$; $HK \perp (SCD)$ và $HK = \frac{3\sqrt{7}a}{7}$.

• Đặt $AB = 2x \Rightarrow SH = x\sqrt{3}$. Vì tam giác SHI vuông tại H nên $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2}$.

Suy ra $\frac{7}{9a^2} = \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{4x^2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

• Diện tích đáy $S = (a\sqrt{3})^2 = 3a^2$; chiều cao $h = SH = \frac{3}{2}a$.

• Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 7. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$, M là tâm của mặt bên $ABB'A'$. Tính thể tích của khối tứ diện $GMBC$ theo V .

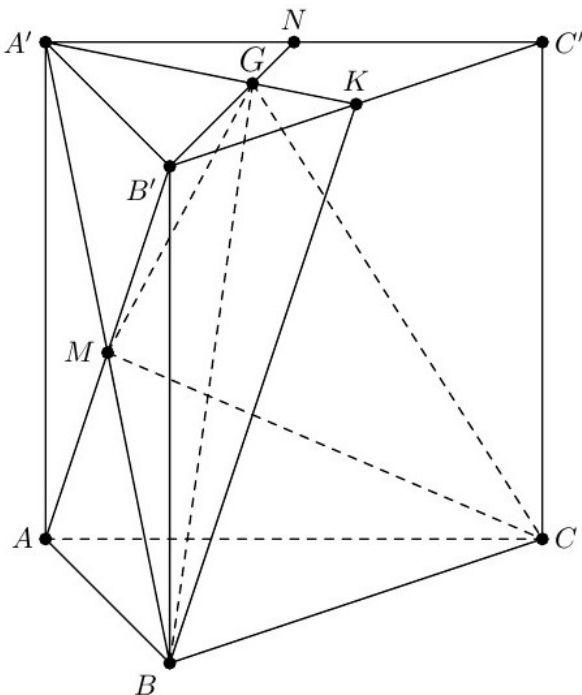
A. $\frac{2}{9}V$.

*B. $\frac{1}{9}V$.

C. $\frac{1}{3}V$.

D. $\frac{1}{6}V$.

Lời giải



• Ta có: $V_{C.BKA'} = V_{C.BMG} + V_{C.MGA'} + V_{C.BGK}$.

$$V_{A'.BB'C'C} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Leftrightarrow \frac{1}{3} d_{(A', (BB'C'C))} \cdot S_{BB'C'C} = a^3 \Leftrightarrow d_{(A', (BB'C'C))} = \frac{3a^3}{a^2 \sqrt{15}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

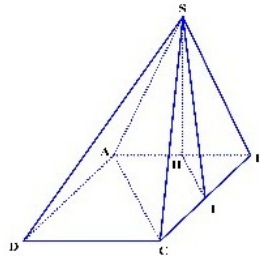
Mà

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $\sqrt{3}a$. ABC là tam giác vuông tại A có cạnh $AC = a$, góc giữa AD và (SAB) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. *B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. a^3 .

Lời giải

Cách 1:



Từ giả thiết bài toán ta có $\angle ABC = 30^\circ$.

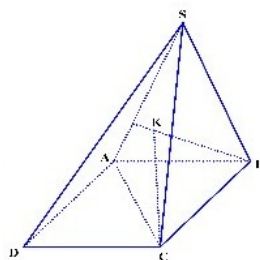
Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, BC khi đó $(AD, (SAB)) = (BI, (SAB)) = 30^\circ = \angle HBI$.

Từ đó ta có HB là hình chiếu của IB lên mặt phẳng (SAB) mà $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp BI$.

Vậy $SH \perp (ABCD)$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot (a\sqrt{3} \cdot a) \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

Cách 2:



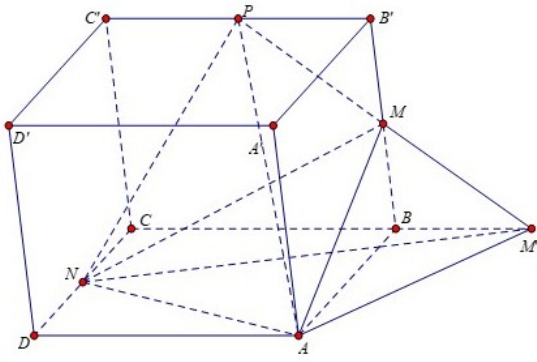
Gọi K là hình chiếu của C lên (SAB) , khi đó $(AD, (SAB)) = (BC, (SAB)) = \angle CBK = 30^\circ$.

$$\Rightarrow CK = BC \sin 30^\circ = a \Rightarrow V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot CK \cdot S_{SAB} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 10. Cho hình hộp có thể tích bằng 1. Gọi lần lượt là trung điểm các cạnh . Thể tích khối tứ diện bằng

- *A. . B. . C. . D. .

Lời giải



• Trong gọi là giao điểm của và ta có:

Mà

• Mà

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi N là một điểm thuộc cạnh SD sao cho $DN = 2SN$. Mặt phẳng (P) qua BN , song song với AC cắt SA, SC lần lượt tại M, E . Biết khối chóp đã cho có thể tích V . Tính theo V thể tích khối chóp $S.BMNE$.

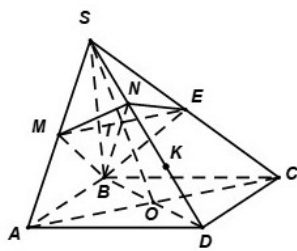
*A. $\frac{V}{6}$.

B. $\frac{V}{12}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD, I = SO \cap ME$, khi đó (P) chính là mặt phẳng $(BMNE)$.

Gọi K là trung điểm ND , ta có $OK \parallel BN \Rightarrow IN \parallel OK$ hay I là trung điểm SO . Do $ME \parallel AC$ nên M, E lần lượt là trung điểm SA và SC .

Ta thấy $\frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BAD}} = \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, tương tự $\frac{V_{S.BNE}}{V_{S.BDC}} = \frac{1}{6}$.

Do đó $\frac{1}{6} = \frac{V_{S.BMN} + V_{S.BNE}}{V_{S.BAD} + V_{S.BDC}} = \frac{V_{S.BMNE}}{V_{S.ABCD}}$ hay $V_{S.BMNE} = \frac{V}{6}$.

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , ΔABC vuông tại B , $AB = a$, ΔSBC cân. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

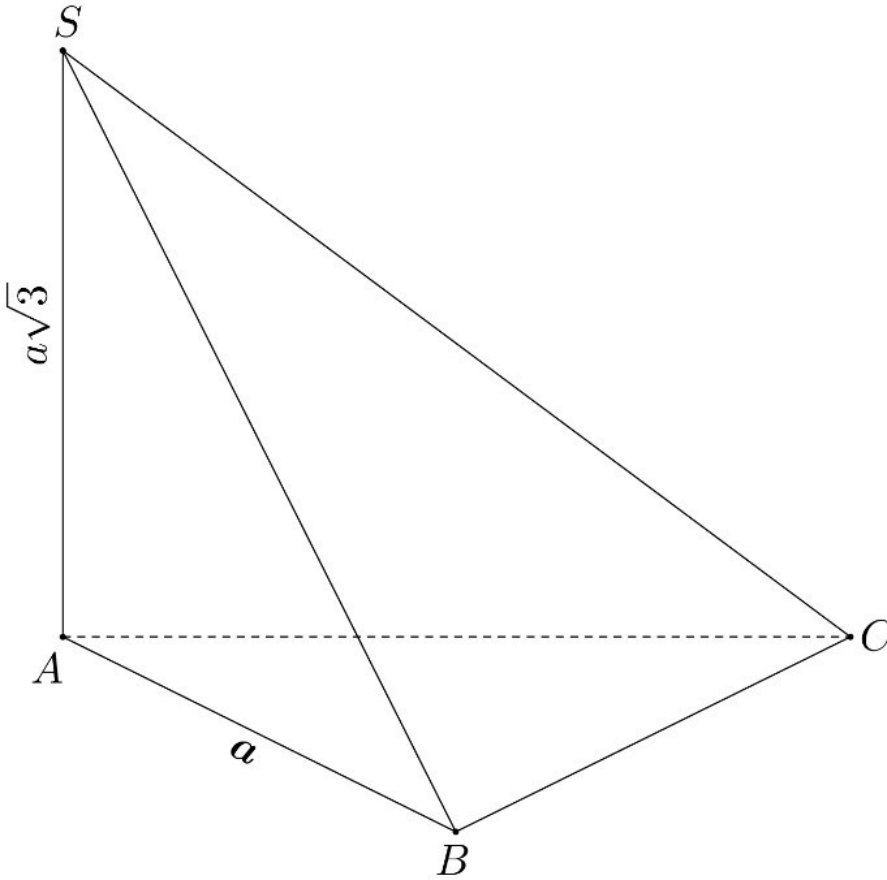
A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

*C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB$ và $SA \perp AC$

ΔABC vuông tại $B \Rightarrow AC > BC$; ΔSAC vuông tại $A \Rightarrow SC > AC \Rightarrow SC > BC$ (1)

Lại có: $SC^2 = SA^2 + AC^2$; $SB^2 = SA^2 + AB^2$, mà $AC > AB$ (do ΔABC vuông tại B)

$\Rightarrow SC^2 > SB^2 \Rightarrow SC > SB$ (2)

Từ (1), (2) và ΔSBC cân $\Leftrightarrow \Delta SBC$ cân tại B . Khi đó $BC = SB$

Ta lại có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = \sqrt{4a^2} = 2a \Rightarrow BC = 2a$

$\Rightarrow$ Diện tích ΔABC là $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là tâm O của tam giác ABC . Gọi O' là tâm của tam giác $A'B'C'$, M là trung điểm của AA' , G là trọng tâm tam giác $B'C'C$. Biết $V_{O'.OMG} = a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ.

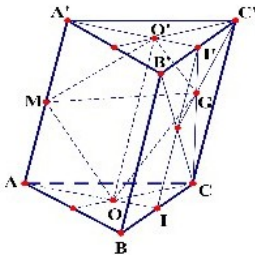
A. $h = 24a\sqrt{3}$.

*B. $h = 36a\sqrt{3}$.

C. $h = 9a\sqrt{3}$.

D. $h = 18a\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Ta có $AA' \parallel (OO'G)$

$$\text{suy ra } V_{O'.OMG} = V_{M.OO'G} = V_{A.OO'G} = V_{G.AOO'} = \frac{1}{2} V_{G.AOO'A'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{G.AII'A'} = \frac{1}{3} V_{G.AII'A'}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} V_{C'.AII'A'} = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} V_{AIC.A'IC'} = \frac{2}{27} V_{AIC.A'IC'} = a^3 \Rightarrow V_{AIC.A'IC'} = \frac{27}{2} a^3$$

$$\text{hay } \frac{1}{2} h \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27}{2} a^3 \Leftrightarrow h \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 27a \Leftrightarrow h = \frac{27 \cdot 4 \cdot a}{\sqrt{3}} = 36a\sqrt{3}$$

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi I, J, K, H lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng thể tích khối chóp $S.IJKH$ là 1.

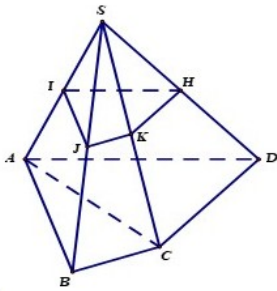
A. 4.

B. 2.

C. 16.

*D. 8.

Lời giải



$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.IJK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SI}{SA} \cdot \frac{SJ}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow V_{S.IJK} = \frac{1}{8} V_{S.ABC} \quad (1)$$

$$\frac{V_{S.IKH}}{V_{S.ACD}} = \frac{SI}{SA} \cdot \frac{SK}{SC} \cdot \frac{SH}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow V_{S.IKH} = \frac{1}{8} V_{S.ACD} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow V_{S.IJKH} = V_{S.IJK} + V_{S.IKH} = \frac{1}{8} (V_{S.ABC} + V_{S.ACD}) = \frac{1}{8} V_{S.ABCD} \Rightarrow \frac{V_{S.IJKH}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABCD} = 8 \cdot V_{S.IJKH} = 8$$

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm ba cạnh $A'B', BB'$ và $D'D$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'A$ tại I . Biết thể tích khối tứ diện $IANP$ là V . Thể tích của khối hộp đã cho $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

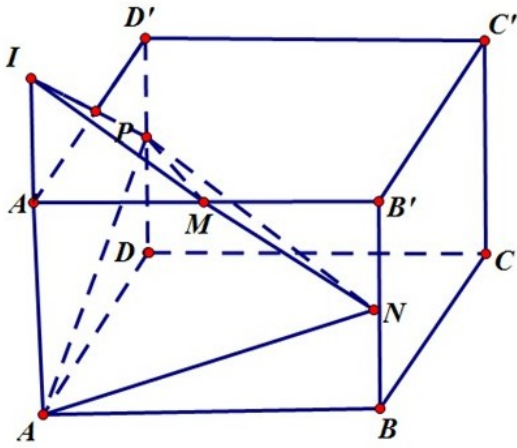
*A. $4V$.

B. $6V$.

C. $12V$.

D. $2V$.

Lời giải



Trong $(AA'B'B)$ kéo dài MN cắt AA' tại I .

Vì M của $A'B'$ nên $A'I = B'N = \frac{1}{2} AA' \Rightarrow AI = \frac{3}{2} AA'$

$$\Rightarrow S_{\triangle ANI} = \frac{1}{2} AI \cdot d(N, AA') = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} AA' \cdot d(N, AA') = \frac{3}{4} S_{\triangle ABB'A'}$$

Ta có: $V_{\triangle INP} = V_{P \cdot \triangle IN} = \frac{1}{3} S_{\triangle INI} \cdot d(P, (AIN)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} S_{\triangle ABB'A'} \cdot d(P, (AIN)) = \frac{1}{4} V_{ABCD.A'B'C'D'}$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4V_{\triangle INP} = 4V$.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA . Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V , khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

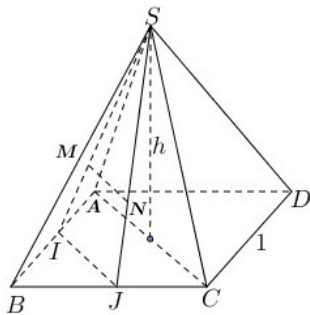
*A. $\frac{27V}{4}$

B. $\left(\frac{9}{2}\right)^2 V$

C. $\frac{9V}{4}$

D. $\frac{81V}{8}$

Lời giải



Giải bài toán trong trường hợp đặc biệt. Ta có hình vuông cũng là một hình bình hành đặc biệt nên xem đáy $ABCD$ là hình vuông.

Khi đó, khối chóp $S.ABCD$ là chóp đều và có chiều cao h , cạnh đáy $AB = 1$.

Suy ra, khối chóp $S.MNPQ$ có chiều cao bằng $\frac{2}{3}h$ và cạnh đáy $MN = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} AC = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

$$\text{Xét tỉ số } \frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.MNPQ}} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{27}{4} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{27}{4} V$$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SB , N thuộc cạnh SC sao cho $SN = 2ND$. Tính V của khối tứ diện $ACMN$.

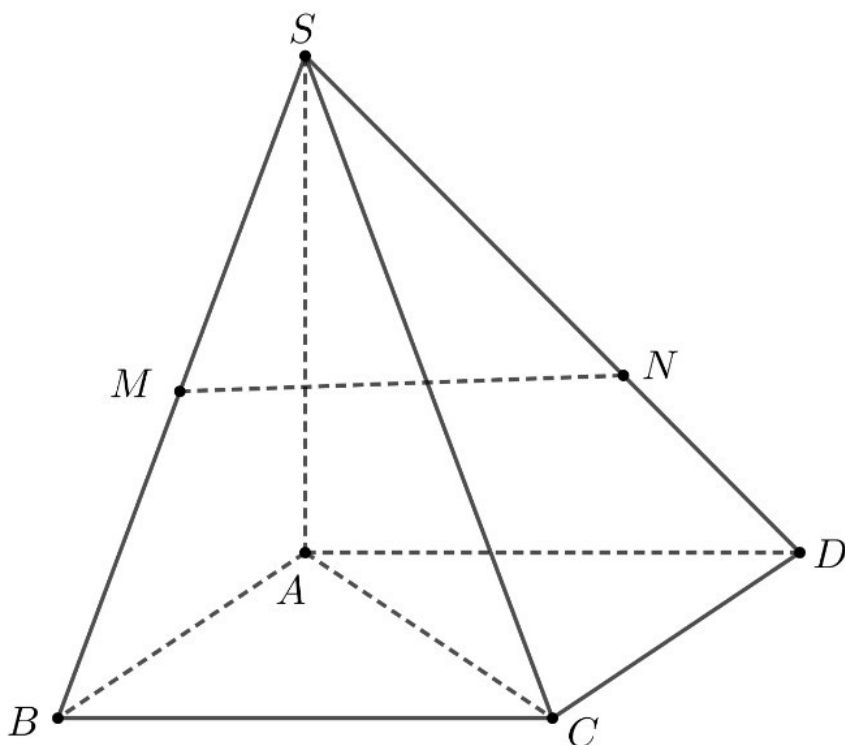
A. $V = \frac{1}{36}a^3$

*B. $V = \frac{1}{12}a^3$

C. $V = \frac{1}{8}a^3$

D. $V = \frac{1}{6}a^3$

Lời giải



$V_{ACMN} = V_{SABCD} - V_{SAMN} - V_{DNAC} - V_{BAMC} - V_{SMCN}$. Ta có

$\frac{V_{SAMN}}{V_{SABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SAMN} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$

$\frac{V_{DACN}}{V_{DACD}} = \frac{ND}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{DACN} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$

$\frac{V_{BACM}}{V_{BACD}} = \frac{BM}{BS} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{BACM} = \frac{1}{4}V_{SABCD}$

$\frac{V_{SMCN}}{V_{SBCD}} = \frac{SM}{BS} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SMCN} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$

Vậy $V_{ACMN} = \frac{1}{4}V_{SABCD} = \frac{1}{12}a^3$

Câu 18. Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích 3 mét khối. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?

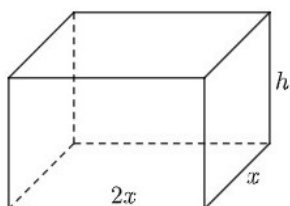
*A. 6490123 đồng.

B. 7500000 đồng.

C. 6500000 đồng.

D. 5151214 đồng.

Lời giải



Gọi $x (x > 0)$ là chiều rộng của đáy bể, suy ra chiều dài của đáy bể là $2x$ và gọi h là chiều cao của bể.

Diện tích xây dựng là diện tích toàn phần của bể $S = 2.2.xh + 2.xh + 2.2x.x = 4x^2 + 6xh$ (1)

Ta có $V = 3 = 2x.x.h \Rightarrow h = \frac{3}{2x^2}$ (2). Thay (2) vào (1), ta được hàm $S(x) = 4x^2 + \frac{9}{x}$, với $x > 0$

Ta có $S(x) = 4x^2 + \frac{9}{x} = 4x^2 + \frac{9}{2x} + \frac{9}{2x} \geq 3\sqrt[3]{4x^2 \cdot \frac{9}{2x} \cdot \frac{9}{2x}} = 3\sqrt[3]{81}$

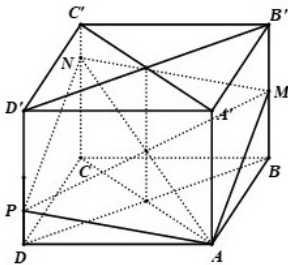
Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $4x^2 = \frac{9}{2x} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt[3]{9}}{2}$.

Khi đó chi phí thấp nhất là $3\sqrt[3]{81} \times 500000 \approx 6490123$ (đồng).

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N . Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

- *A. $3a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{11}}{3}$. C. $2a^3$. D. $\frac{a^3\sqrt{9}}{4}$.

Lời giải



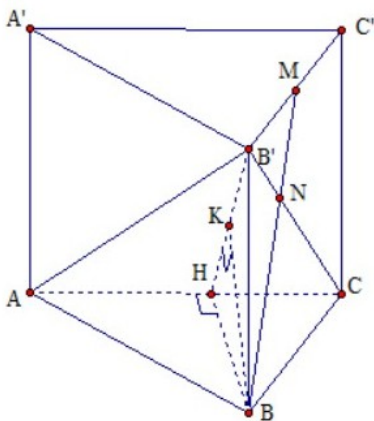
Gọi $b = \frac{BM}{BB'}$; $c = \frac{CN}{CC'}$; $d = \frac{DP}{DD'}$ ta có $c = b + d = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

$$V_{AMNPBCD} = \frac{b+c+d}{4} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{3}{8} \cdot (2a)^3 = 3a^3.$$

Câu 20. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 3a$ và $AC = 4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$. Thể tích khối lăng trụ bằng

- A. $7a^3$. *B. $27a^3$. C. $4a^3$. D. $9a^3$.

Lời giải



Gọi N là giao điểm của BM và $B'C$. Ta có $\frac{MN}{BN} = \frac{B'M}{BC} = \frac{1}{2}$, suy ra:

$$d(B; (AB'C)) = 2d(M; (AB'C)) = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$$

Từ B kẻ đường cao BH của tam giác ABC , kẻ BK vuông góc với đường thẳng HB' . Khi đó $BK = d(B; (AB'C)) = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$.

$$BH = AB \cdot \sin \angle HAB = 3a \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$$

Mặt khác

Tam giác HBB' vuông tại B có đường cao BK :

$$\frac{1}{B'B^2} = \frac{1}{BK^2} + \frac{1}{BH^2} = \frac{25}{9a^2 \cdot 15} + \frac{4}{9a^2 \cdot 3} = \frac{1}{27a^2} \Leftrightarrow B'B = 3a\sqrt{3}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\Delta ABC} = BB' \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = 27a^3$$

Vậy

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = SB$, $SC = SD$, $(SAB) \perp (SCD)$ và tổng diện tích hai tam giác SAB và SCD bằng $\frac{7a^2}{10}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

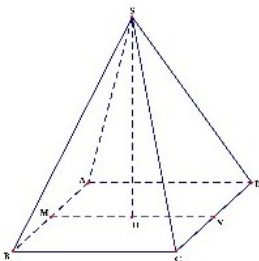
A. $V = \frac{4a^3}{15}$

B. $V = 20a^3$

C. $V = \frac{12a^3}{25}$

*D. $V = \frac{4a^3}{25}$

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

$$\left\{ \begin{array}{l} SM \perp AB \quad (\Delta SAB \text{ cân}) \\ SN \perp CD \quad (\Delta SCD \text{ cân}) \end{array} \right\} \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD)$$

Ta có:

$$SH \perp MN \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow h = SH$$

$$\angle MSN = 90^\circ \quad (\text{vì } (SAB) \perp (SCD) \Rightarrow ((SAB), (SCD)) = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow h = SH = \frac{SM \cdot SN}{MN}$$

$$S_{\Delta SAB} + S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2} (AB \cdot SM + CD \cdot SN) = \frac{1}{2} (SM + SN) = \frac{7a^2}{10}$$

Mặt khác ta có:

$$\Rightarrow SM + SN = \frac{7a^2}{5}$$

$$SM^2 + SN^2 = MN^2 \Rightarrow SM \cdot SN = \frac{(SM + SN)^2 - (SM^2 + SN^2)}{2} = \frac{12a^2}{25}$$

Ta lại có:

$$SH = \frac{12}{25}a \quad \text{Có:} \quad V = \frac{1}{3} S_{\Delta ABCD} \cdot SH = \frac{4a^3}{25}$$

Câu 22. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ với O là tâm đáy. Khoảng cách từ O đến mặt bên bằng 1 và góc giữa mặt bên với đáy bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

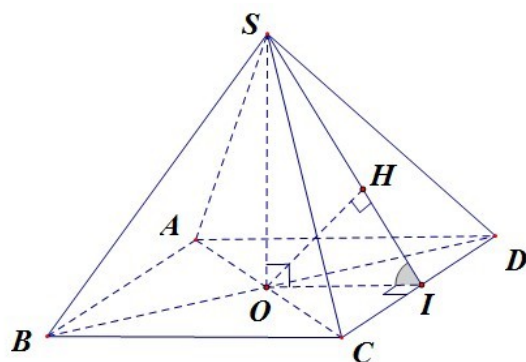
A. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}$

*B. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3}$

C. $V = 2\sqrt{3}$

D. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

Lời giải



Gọi I là trung điểm của $CD \Rightarrow OI \perp CD, CD = 2OI$.

Kẻ $OH \perp SI$ tại $H \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH = 1$.

$$\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ SI \subset (SCD), SI \perp CD \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = (\angle SI, OI) = \angle SIO = 45^\circ. \\ OI \subset (ABCD), OI \perp CD \end{cases}$$

Ta có

$$HIO \Rightarrow OI = \frac{OH}{\sin \angle SIO} = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} \Rightarrow CD = 2OI = 2\sqrt{2}.$$

Xét tam giác vuông

Ta có $\triangle SIO$ là tam giác vuông cân tại $O \Rightarrow SO = OI = \sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} (CD)^2 \cdot SO = \frac{1}{3} (2\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 23. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các

cạnh $AA'; BB'; CC'$ sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}; \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng

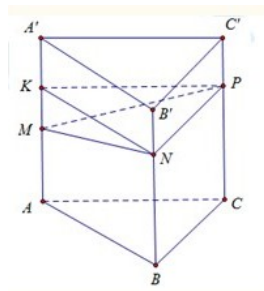
A. $\frac{2}{3}V$

B. $\frac{9}{16}V$

C. $\frac{20}{27}V$

*D. $\frac{11}{18}V$

Lời giải



Gọi K là hình chiếu của P trên AA' .

$$\text{Khi đó } V_{ABC.KPN} = \frac{2}{3}V$$

$$V_{M,KPN} = \frac{1}{3} MK \cdot S_{DKNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{DABC} = \frac{1}{18} V$$

$$V_{ABC.MNP} = \frac{2}{3} V - \frac{1}{18} V = \frac{11}{18} V$$

Do đó

Câu 24. Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

- A. 83,3% B. 65,09% *C. 47,64% D. 82,55%

Lời giải

Giả sử quả bóng bàn có bán kính r , thể tích 3 quả bóng bàn là V_1 và hình hộp chữ nhật có thể tích V .
Từ giả thiết suy ra đáy hình hộp là hình vuông cạnh $2r$, chiều cao $6r$

$$V = 24r^3; V_1 = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 4\pi r^3.$$

Ta có

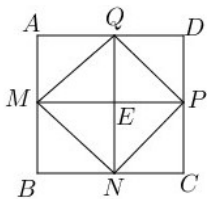
Suy ra thể tích phần không gian còn trống là $V_2 = V - V_1 = 4r^3(6 - \pi)$

Thể tích phần không gian còn trống chiếm $\frac{V_2}{V} \cdot 100\% = 47,64\%$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Điểm E thuộc miền trong của hình vuông $ABCD$. Biết rằng $V_{S.AEMQ} = 75, V_{S.EMBN} = 42, V_{S.EQDP} = 60$. Thể tích khối chóp $S.EPCN$ nằm trong khoảng nào dưới đây?

- A. (35;40) *B. (25;30) C. (30;35) D. (20;25)

Lời giải



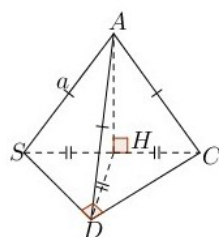
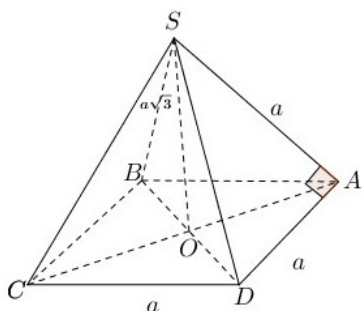
Ta thấy rằng: $S_{EMQ} + S_{ENP} = S_{EPQ} + S_{EMN} \Rightarrow S_{AEMQ} + S_{CENP} = S_{EQDP} + S_{EMBN}$

Do đó, $V_{S.AEMQ} + V_{S.CENP} = V_{S.EQDP} + V_{S.EMBN} \Rightarrow V_{S.CENP} = 42 + 60 - 75 = 27 \in (25; 30)$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a . Biết rằng $SA = a, SA \perp AD, SB = a\sqrt{3}, AC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ *C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow BD = 2BO = a\sqrt{3}$. Ta có $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$

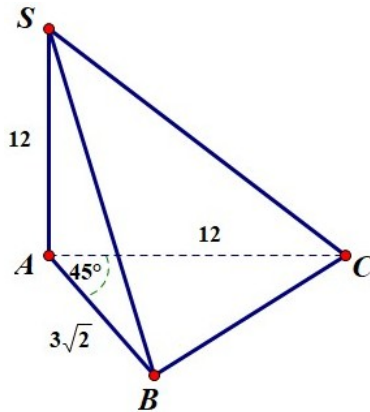
Suy ra:
$$SO^2 = \frac{SB^2 + SD^2}{2} - \frac{BD^2}{4} = \frac{3a^2 + 2a^2}{2} - \frac{3a^2}{4} = \frac{7a^2}{4}$$

Lại có:
$$SO^2 = \frac{SA^2 + SC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{a^2 + SC^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow SC = a\sqrt{3}$$

Xét $\triangle SCD$ vuông tại D vì $SC^2 = SD^2 + DC^2$ và $AS = AD = AC$ nên hình chiếu của A lên (SCD) là điểm H trung điểm SC .

Do đó,
$$V_{A.SDC} = V_{S.ADC} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{\triangle SDC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{S.ABCD} = 2V_{S.ADC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$$

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác có $AB = 3\sqrt{2}$, $AC = 12$, $\angle BAC = 45^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 12$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua đỉnh A vuông góc với cạnh SC , mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành 2 khối đa diện có thể tích V_1, V_2 (trong đó V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh S). Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng



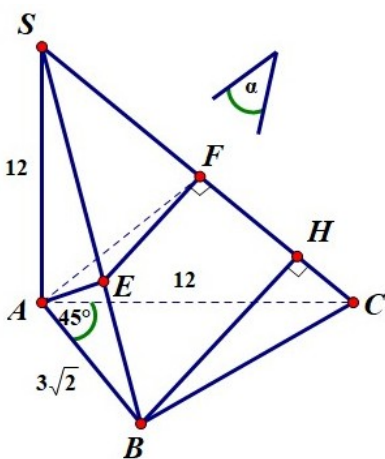
*A. $\frac{2}{3}$.

B. 2.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải



• Gọi $F = (a) \cap SC \Rightarrow AF \perp SC$.

• Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên SC , kẻ $EF \parallel BH$ với $E \in SB \Rightarrow (a) \cap (SBE) = EF$.

• $SB = 9\sqrt{2}; SC = 12\sqrt{2}; BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ} = 3\sqrt{10}$.

• Tam giác SBC có

$$SB^2 - SH^2 = BC^2 - HC^2 \Rightarrow (9\sqrt{2})^2 - SH^2 = (3\sqrt{10})^2 - (12\sqrt{2} - SH)^2 \Rightarrow SH = \frac{15\sqrt{2}}{2}$$

• Do tam giác SAC vuông cân tại A nên $SC = 12\sqrt{2} \Rightarrow SF = \frac{12\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SH} = \frac{\frac{12\sqrt{2}}{2}}{\frac{15\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{5}$$

• Ta lại có

$$\frac{V_1}{V_{S.ABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{V_3}{V_{S.ABC}} = \frac{3}{5} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$$

Câu 28. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy một góc 45° và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

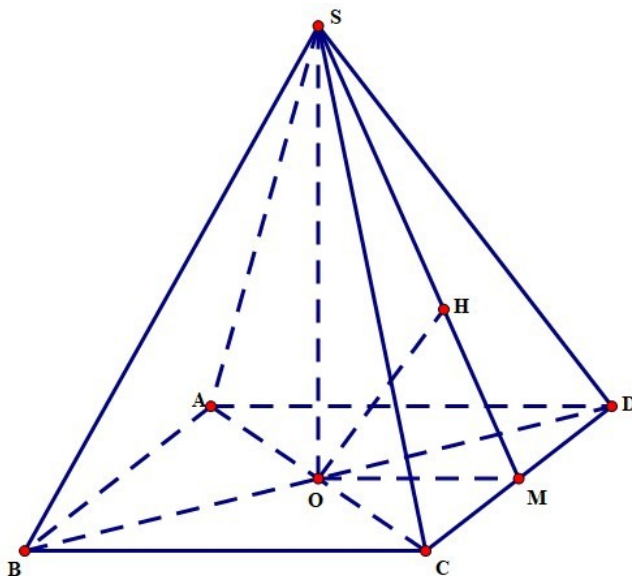
A. $\frac{4a^3}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

C. $2a^3\sqrt{3}$

*D. $a^3\sqrt{6}$

Lời giải



Gọi M là trung điểm cạnh SC , khi đó: $SM \perp CD$ tại M trong (SCD) và $OM \perp CD$ tại M trong $(ABCD)$

Khi đó: $((SCD), (ABCD)) = (SM, OM) = \angle SMO = 45^\circ$. Suy ra: ΔSOM vuông cân tại O .

Trong (SOM) , dựng $OH \perp SM$ tại H .

$$a\sqrt{3} = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OH \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Ta có:

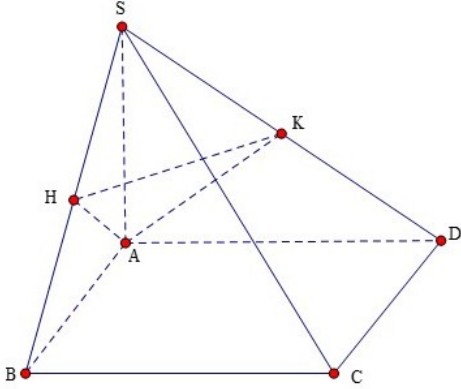
$$SO = OM = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot AD^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \left(2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 = a^3\sqrt{6}$$

Suy ra:

Câu 29. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SD . Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AHK) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- *A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



Ta có: $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$ suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$. Mặt khác $AH \perp SB$ suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow SC \perp AH$.

Chứng minh tương tự ta cũng có $AK \perp (SCD) \Rightarrow SC \perp AK$.

Vậy $SC \perp (AHK)$.

Mà $SA \perp (ABCD)$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AHK) là góc giữa hai đường thẳng SA và SC (theo định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng) và bằng $\angle ASC$. Vậy $\angle ASC = 30^\circ$.

$$\cos \angle ASC = \frac{SA}{SC} = \frac{SA}{\sqrt{SA^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = a\sqrt{6}.$$

Xét tam giác SAC có

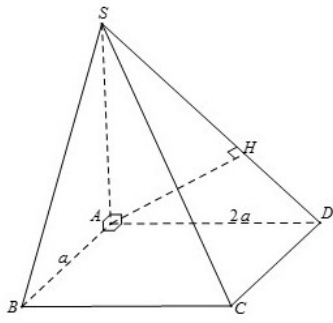
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc

với đáy, khoảng cách từ A đến (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích khối chóp theo a .

- *A. $\frac{4\sqrt{15}}{45}a^3$. B. $\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{15}a^3$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{45}a^3$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp SD$ (1).

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH \end{cases}$ (2).

Từ (1), (2) ta có $AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$.

Trong ΔSAD ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow SA = \frac{AH \cdot AD}{\sqrt{AD^2 - AH^2}} = \frac{\frac{a}{2} \cdot 2a}{\sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}}} = \frac{2a\sqrt{15}}{15}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{15} \cdot a \cdot 2a = \frac{4\sqrt{15}}{45} a^3$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, tam giác SAC nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết hai mặt phẳng (SAB) , (SAC) tạo

với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ và cạnh $SC = 3$. Thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

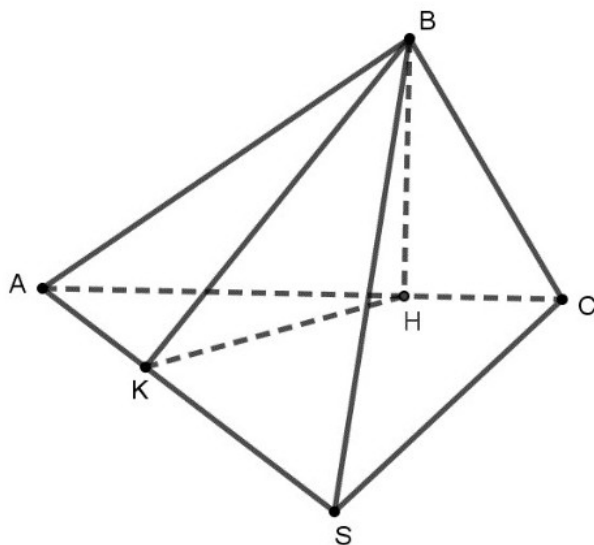
A. $\frac{4}{3}$.

*B. $\frac{8}{3}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



$V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}$. Kẻ BH vuông góc với AC tại H .

Ta có: $AC = 3$, $BH = \sqrt{2}$, $HC = 1$.

$$\tan \alpha = \tan \angle BKH = \frac{BH}{KH} \Rightarrow KH = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin \angle SAC = \frac{KH}{HA} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \cos \angle SAC = \frac{1}{3}$$

$$SC^2 = SA^2 + AC^2 - 2SA \cdot AC \cdot \cos \angle SAC \Rightarrow SA = 2$$

$$S_{SAC} = \frac{1}{2} SA \cdot AC \cdot \sin \angle SAC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{8}{3}$$

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\angle BCA = 30^\circ$,

$SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khi đó thể tích của khối chóp là

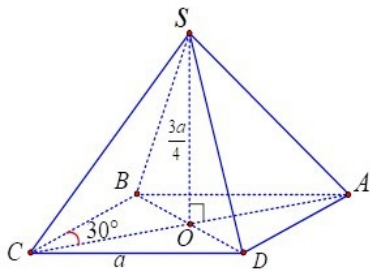
A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$

*B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{8}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

Lời giải



Theo giả thiết $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\angle BCA = 30^\circ$ nên $\angle BCD = 60^\circ$; $\triangle BCD$ đều suy ra

$$BD = a, CO = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AC = 2CO = a\sqrt{3}$$

Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$; $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD}$ với $SO = \frac{3a}{4}$ suy ra

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$$

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

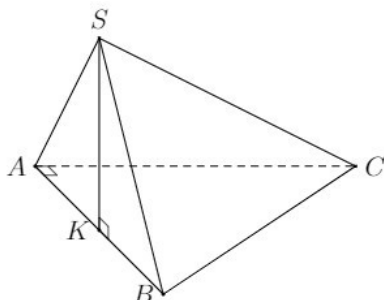
A. $V = \frac{2a^3 \sqrt{6}}{12}$

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$

*C. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$

Lời giải



Gọi K là trung điểm của đoạn AB . Vì ΔSAB là tam giác đều nên $SK \perp AB$.

$(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB .

$$SK \perp (ABC) \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SK \cdot S_{\Delta ABC}$$

ΔABC vuông tại A có $AB = a, BC = a\sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow SK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

ΔSAB là tam giác đều

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SK \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AD , cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

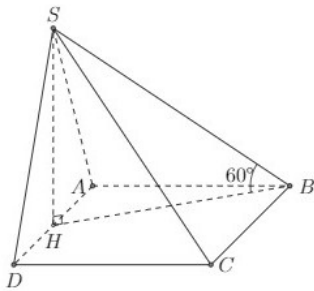
A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{2}$

*B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{4}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{5}}{6}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow BH$ là hình chiếu vuông góc của SB trên $(ABCD)$

$$\Rightarrow \angle SBH = \angle(SB, (ABCD)) = 60^\circ$$

$$\Delta ABH \text{ vuông tại } A \Rightarrow BH = \sqrt{AB^2 + AH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\Delta SBH \text{ vuông tại } H \Rightarrow SH = HB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, $AB = a$. Biết góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

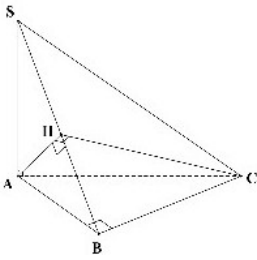
*A. $\frac{a^3}{6}$

B. $\frac{a^3}{3}$

C. a^3

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$

Lời giải



Từ A kẻ $AH \perp SB$ tại B.

Ta có
$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$$

Lại có
$$\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

Từ đó suy ra $(AC, (SBC)) = (AC, HC) = \angle ACH = 30^\circ$

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H: $AH = AC \cdot \sin \angle ACH = a\sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow SA = a$

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{a^2}{2}$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3}{6}$

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBC) bằng 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

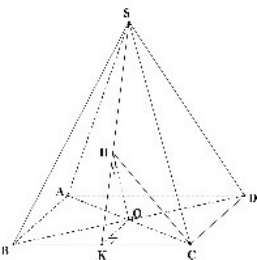
A. $4a^3$

*B. $\frac{4}{3}a^3$

C. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$

D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$

Lời giải



Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình vuông $ABCD$. Suy ra $SO \perp (ABCD)$

Gọi K là trung điểm của $BC \Rightarrow OK \perp BC$. Từ O kẻ $OH \perp SK$ tại H.

Ta có
$$\begin{cases} BC \perp OK \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOK) \Rightarrow BC \perp OH$$

Lại có
$$\begin{cases} OH \perp SK \\ OH \perp BC \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SBC)$$

Suy ra $(AC, (SBC)) = (OC, (SBC)) = (OC, HC) = \angle CH = 30^\circ$

Ta có $OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}.AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

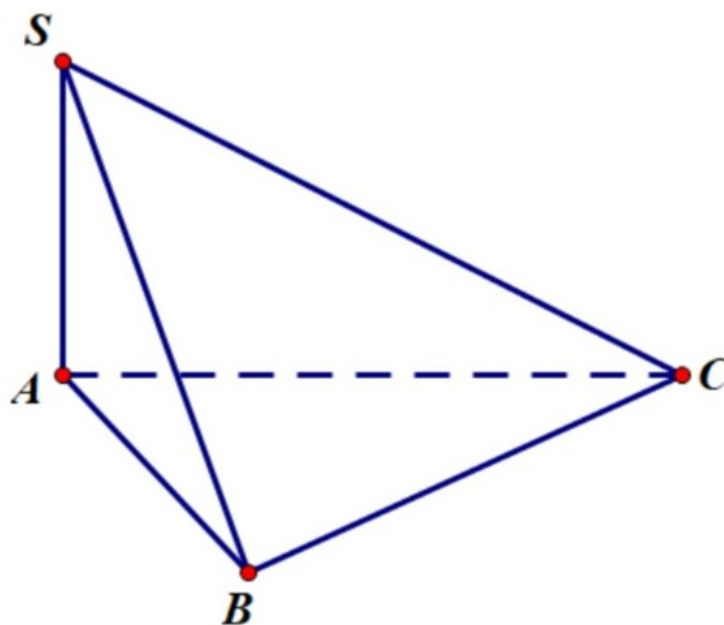
Xét $\triangle OHC$ vuông tại H : $OH = OC \cdot \sin \angle CH = a\sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét $\triangle SOK$ vuông tại O : $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} \Rightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow SO = a$

Diện tích hình vuông $ABCD$: $S_{ABCD} = AB^2 = (2a)^2 = 4a^2$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a = \frac{4}{3}a^3$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$, góc giữa SA mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



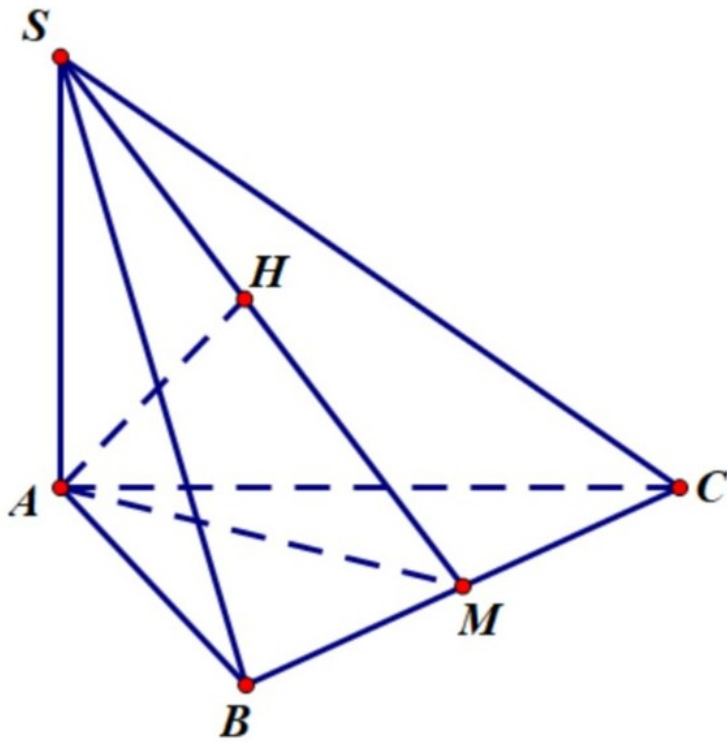
A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{12}$.

*D. a^3 .

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC

Do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$

$$\left. \begin{array}{l} AM \perp BC \\ SA \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM)$$

Kẻ $AH \perp SM$

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AH \\ SM \perp AH \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

Ta có

$$\Rightarrow \angle(SA, (SBC)) = \angle(SA, SH) = \angle ASH = 45^\circ$$

Suy ra $\triangle ASM$ vuông cân tại A

$$\text{Ta có } SA = AM = a\sqrt{3}$$

$$\text{Suy ra } AB = BC = AC = 2a$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = a^3.$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp đó bằng

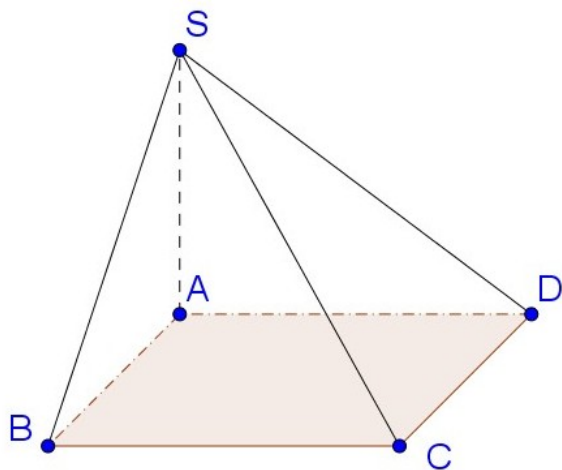
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

*D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

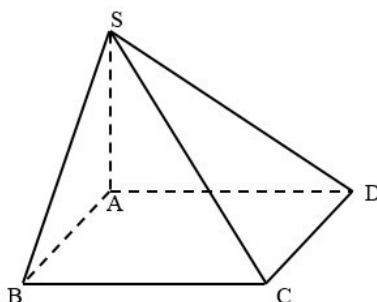


Vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Từ đó $(SC, (SAB)) = (SC, SB) = \angle BSC = 30^\circ$

Trong tam giác SCB , ta có $\tan 30^\circ = \frac{a}{SB} \Leftrightarrow SB = a\sqrt{3}$; $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

Vậy thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

*D. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC$, do $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$. Ta có SB là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (SAB) , do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc $\angle BSC = 30^\circ$. Trong tam giác SBC , ta có $SB = BC \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a$.

Trong tam giác SAB , ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3} 2a\sqrt{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{2a^3 \sqrt{6}}{3}$

---HẾT---